ПЕДАГОГИКА ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ

УДК 378.147:517.2

Д. Ю.Сирота

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕОРИИ ПРЕДЕЛОВ ВО ВТУЗАХ

Введение. Теория пределов является одним из краеугольных камней здания высшей математики. На этом фундаменте базируются такие разделы математического анализа как теория дифференцирования и теория интегрирования. Собственно, можно сказать, что почти весь математический анализ - это теория пределов. Поэтому необходимо уделять повышенное внимание методике преподавания этой теории, в особенности для студентов ВТУЗов.

Существуют два конкурирующих направления изложения теории пределов, базирующиеся на различных исходных определениях предела - *по Коши* и *по Гейне*. Традиционно предпочтение отдается определению *по Коши* [1-3]. В [4] при рассмотрении темы «предел функции», неявно используется определение *по Гейне*, однако изложение является непоследовательным и неполным, без использования понятия последовательности. Великолепный обзор методических подходов в преподавании теории пределов см. в [5].

Ниже автор постарается показать методическую целесообразность использования определения пределов *по Гейне* при построении унифицированного метода вычисления пределов последовательности и функций одной и нескольких переменных.

1. Определения пределов последовательности

Определение 1 (по Коши) [1, стр. 61]. Точка a является пределом последовательности $\{x_n\}_1^\infty$, если для любого $\varepsilon>0$ существует такое число $N(\varepsilon)$, что для всех $n > N(\varepsilon)$ выполняется неравенство: $|x_n - a| < \varepsilon$.

Определение 2 (по Коши) [1, стр. 70]. Точка A является пределом функции $f(x)$ в точке a, если для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta(\varepsilon)>0$ такое, что для любого x из области определения $f(x)$ из неравенства $0<|x-a|<\delta(\varepsilon)$ следует $|f(x)-A|<\varepsilon$.

Определение 3 (по Коши) [1, стр. 230]. Точка A является пределом функции $f(P)$ в точке P_0, если для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta(\varepsilon)>0$, такое что для любого P из области определения $f(P)$ из неравенства $0 < d(P,P_0) < \delta(\varepsilon)$ следует $|f(P)-A| < \varepsilon$. Здесь P и P_0 – точки многомерного пространства, $d(P,P_0)$ – расстояние между ними.

Определения пределов последовательности и функции *по Гейне.*

Определение 4 [1, стр. 63]. Последовательность $\{\alpha_n\}_1^\infty$ называется бесконечно малой, если для любого $\varepsilon>0$ существует такое число $N(\varepsilon)>0$, что для всех $n > N(\varepsilon)$ выполняется неравенство: $|\alpha_n| < \varepsilon$.

Определение 5 [1, стр. 63]. Точка a является пределом последовательности $\{x_n\}_1^\infty$, если верно равенство $a=x_n-a_n$, где a_n является бесконечно малой последовательностью. При этом последовательность $\{x_n\}_1^\infty$ называют сходящейся к числу a.

Обоснование методической целесообразности подобного определения можно посмотреть в [5]. Кроме того, при математическом описании физических процессов одним из стандартных приемов является отбрасывание бесконечно малых величин, порядок которых более высок по сравнению с первыми слагаемыми.

Определение 6 (по Гейне) [1, стр. 68]. Точка A является пределом функции $f(x)$ в точке a, если для любой последовательности $\{x_n\}_1^\infty$ из области определения x, сходящейся к точке a, последовательность $\{f(x_n)\}_1^\infty$ будет сходиться к точке A.

Определение 7 (по Гейне) [1, стр. 229]. Точка A является пределом функции $f(P)$ в точке P_0, если для любой последовательности $\{P_n\}_1^\infty$, сходящейся к точке P_0, последовательность $\{f(P_n)\}_1^\infty$ будет сходиться к точке A (здесь P и P_0 – точки многомерного пространства).

Существует теоремы об эквивалентности соответствующих определений предела по *Коши* и по *Гейне*. Таким образом, выбор базовых определений диктуется методической целесообразностью либо стремлением к полноте изложения материала и никак не влияет на логическую непротиворечивость теории.

2. Анализ определений по Коши и по Гейне

Несомненно, изложение теории предела *по Коши* является математически более универсальным, позволяющим обобщать понятия предела на математические объекты любой природы. Подобное изложение теории предела, наверное, является единственно возможным на математических факультетах и, возможно, на физических.

Изложение теории предела по *Коши* наталкивается на следующие методические препятствия.

1. Немотивированный переход от последовательности к переменной величине: в определении пределов функции одной и нескольких переменных *по Коши* забывается об определении предела последовательности. Получается, что эти два понятия – нечто совершенно различное, тогда как на самом деле понятие предела является общим понятием для любого объекта.

2. Неясность расхожего выражения «x стремится к числу a».

3. Неясность понятия «любое x из области определения функции $f(x)$». Каким образом это «любое x» задается, если учесть, что в пределе последовательности элементы ее были не любые, а подчиненные определенному закону.

4. Трудности формального рода при доказательствах: необходимо работать с неравенствами, с модулями, находить подходящие оценки сверху; сложности в переходе от выражения $|f(x)-A|$ к выражению $|x-a|$.

5. Невозможность подстановки вместо переменной x ее предельного значения, поскольку при такой операции неявно используется определение непрерывности функции в точке, которое вводится несколько позже; кроме того, это противоречит определению 2.

6. Неясность выражений $a\pm0$ при вычислении односторонних пределов.

Обратившись к определению предела *по Гейне*, видим, что фундаментом в развитии теории пределов является последовательность. Здесь вводится определение бесконечно малой последовательности, затем рассматривается предел последовательности, после этого происходит переход к последовательности функциональных значений от каждого элемента последовательности, и, наконец, делается обобщение на случай функции нескольких переменных. При этом не забывается исходное понятие последовательности и таким образом достигается связность, внутренняя логическая непротиворечивость изложения материала.

Посмотрим, каким образом преодолеваются методические препятствия, связанные с определениями пределов *по Коши*.

1. После рассмотрения примеров на построение элементов последовательности легко перейти к определению предела последовательности.

2. После рассмотрения достаточно большого количества примеров на предел последовательности, можно переходить к понятию переменной величины, подчеркивая каждый раз, что мы на самом деле имеем в виду последовательность.

3. Подразумевая под переменной величиной x последовательность $\{x_n\}_1^\infty$, становится очевидным смысл выражение «x стремится к числу a»: предел последовательности $\{x_n\}_1^\infty$ равен a.

4. Точно также становится ясным и выражение «любое x из области определения функции $f(x)$»: имеется в виду произвольная последовательность $\{x_n\}_1^\infty$, предел которой равен a.

5. Облегчаются доказательства: работа с неравенствами и модулями заменяется преобразованиями в уравнении $a=x_n-a_n$ либо $A=f(x_n)-a_n$. Здесь возможно *возражение*: даже при таком подходе сохраняется необходимость доказательства того, что a_n в каждом конкретном случае является бесконечно малой последовательностью, а значит, сохраняется работа с модулем и неравенством. Да, это так, однако, это доказательство технически легче, чем доказательство для предела функции в случае определения *по Коши*.

6. Сохраняется преемственность в применении методик вычисления предела последовательности и функций одной и нескольких переменных.

7. Появляется некоторая техничность в вычислениях пределов последовательностей и функций: при вычислении предела можно строить последовательности $\{x_n\}_1^\infty$ и $\{f(x_n)\}_1^\infty$, сходящиеся к некоторым пределам.

8. Корректное вычисление односторонних пределов функций одной переменной: $x \to a\pm0$ означает $x_n=a+a_n$, где $\{\alpha_n\}_1^\infty$ принимает только положительные либо только отрицательные значения.

Выводы

1. Определения предела последовательности и предела функции *по Гейне* являются более техничными по сравнению с аналогичными определениями *по Коши*, а значит, более приспособленными для технических ВУЗов.

2. Так как все определения предела *по Гейне* базируются на понятии последовательности, то сохраняется логическая стройность в изложении материала. При использовании определений *по Гейне* появляются преимущества при вычислении некоторых пределов.

3. После достижения понимания процесса вычисления пределов *по Гейне*, возможен переход к методу вычисления пределов *по Коши*, обладающему большей скоростью, при этом вводить само определение предела *по Коши* необязательно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фихтенгольц Г.Ф.* Основы математического анализа. - М., Наука, 1968. 440 с.
2. *Шнейдер В.Е. и др.* Краткий курс высшей математики.- М., Высшая школа, 1978. 384 с.
3. *Данко П. Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах. - М., Высшая школа , 1986. 305 с.
4. *Колесников А.Н.* Краткий курс математики для экономистов. - М., Инфра–М, 1997 . 210 с.
5. *Рябухин В. И.* Теория пределов в средней школе - П., ПГПИ. 1959 г. 150 с.

Автор статьи:
Сирота
Дмитрий Юрьевич
- старший преподаватель
каф.прикладной математики

УДК 387.147

Н. М. Ким

БАЛЛЬНО – РЕЙТИНГОВАЯ СИСТЕМА В КУРСЕ ФИЗИЧЕСКОЙ ХИМИИ

Рейтинговая система оценки знаний студентов основывается на интегральной оценке результатов всех видов деятельности студента в семестре по данной дисциплине. Преимущества этой системы заключаются в ритмичной и активной работе студентов в семестре, более точной и объективной оценке знаний, уверенности добросовестных студентов в положительной оценке результата их работы.

Данная система отличается от систем, используемых во многих вузах, в которых общий итоговый балл по дисциплине определяется как сумма баллов за текущую успеваемость и за обязательный экзаменационный опрос [1]. В предлагаемой нами балльно – рейтинговой системе экзамен является необязательным при наборе определенного количества баллов в семестре, так как весь теоретический материал опрашивается на коллоквиумах. Если студент не сдавал в семестре коллоквиумы, то он обязан сдавать экзамен и оценка за экзамен в баллах прибавляется к сумме баллов, которая была получена за другие виды работ. Правила освобождения студентов от экзамена устанавливает кафедра, экзаменационная оценка выставляется согласно принятой шкале баллов. Баллы за отдельные виды текущей работы студентов снижаются при нарушении сроков сдачи, неявки по неуважительной причине на контрольные мероприятия.

Важным аспектом рейтинговой системы является своевременное доведение до студентов системы проставления баллов по каждому виду работы. Студенты должны хорошо знать, сколько баллов они набирают на каждом этапе прохождения дисциплины.

Самым трудным вопросом при разработке балльно - рейтинговой системы был поиск правильного процентного соотношения между различными видами работ студентов и разработка шкалы баллов коллоквиумов и шкалы итоговой оценки.

Рейтинговая система оценки знаний студентов по физической химии отрабатывалась на кафедре технологии переработки пластмасс КузГТУ в течение нескольких лет. Для целочисленности значений балльных оценок предложено объем дисциплины в часах умножать на два.

Расчет базового количества баллов, например, производился следующим образом:

Так, плановый объем учебной нагрузки по курсу физической химии в весеннем семестре составляет, в часах:

лекции - 32 ,
практические занятия – 16,
лабораторные занятия – 32,
т.е. всего – 80 часов .

Количество баллов (база) оценивается как $80\times 2 = 160$ баллов.

Отдельные виды работы студентов оценивали следующим образом.

1. Коллоквиумы (60 – 65% от базы), всего - 3.

Физическая химия является достаточно сложной дисциплиной, целиком семестровый курс многим студентам сдавать трудно, поэтому студентам легче ответить весь теоретический материал в системе коллоквиумов и, набрав определенное количество баллов по всем видам работ, не сдавать экзамен во время сессии. Поэтому большая доля баллов, примерно 2/3, выделяется на коллоквиумы, что составляет 60 – 65% от общего количества баллов. Таким образом, на коллоквиумы в нашем примере должно быть выделено 96 – 104 балла.

Приняв среднюю оценку 62,5%, можно общее число баллов на три коллоквиума ($80\times62.5\%=100$) распределить между коллоквиумами в зависимости от объема материала и трудности, например:

1-й коллоквиум – 40 ;
2-й коллоквиум – 20 ;