

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.014.2

В.В. Катюшин

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ МЕЖДУ ОТСЕКАМИ СТЕНОК РАМ С ПРОДОЛЬНОМ РЕБРОМ ПРИ ДОКРИТИЧЕСКОЙ И ЗАКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИЯХ РАБОТЫ

В большепролетных зданиях высота стенок рам переменного сечения достигает 2-3 м и более. Для уменьшения расхода стали в таких конструкциях уменьшают толщину стенки, что не всегда возможно. В особой степени это относится к рамам переменного сечения, в которых одновременно действуют максимальные изгибающие моменты и максимальные перерезывающие силы. В таких случаях применяются продольные ребра в стенке, разделяющих ее на два и более отсеков по высоте (рис. 1, а, б). Для тонкостенных двутавров определяющим фактором, влияющим на их несущую способность, часто является поперечная сила, воспринимаемая гибкими стенками в закритической стадии работы [1]- [4] и др. При наличии продольного ребра, разделяющего стенку на отдельные отсеки, распределение поперечной силы между ними неоднозначно, что связано работой отсеков в различных стадиях - докритической или закритической, а сама конструкция обладает внутренней статической неопределимостью относительно внешней поперечной силы.

Рассмотрим тонкостенный двутавр, стенка которого разделена продольным ребром на два отсека (рис. 2, а). Предположим, что внешняя попер-

ечная сила  $Q$  воспринимается только стенкой и распределяется между отсеками пропорционально их сдвиговой жесткости. Угловые деформации сдвига отсеков стенки определяются как  $\gamma_1 = \tau_1 / G$  и  $\gamma_2 = \tau_2 / G$ , где  $\tau_1 = Q_1 / h_1 t_1$  и  $\tau_2 = Q_2 / h_2 t_2$  - средние касательные напряжения в отсеках;  $G$  - модуль сдвига материала стенки отсеков в докритической стадии работы. В закритической стадии в отсеках образуются складки (рис. 2, б) и их сдвиговая жесткость изменяется, что можно учесть, введя, по аналогии с [8], эффективный модуль сдвига  $G_{ef,i}$  для каждого отсека

$$G_{ef,i} = \frac{1 + C_i \mu}{K_i} G, \quad (1)$$

где  $K_i$  - параметр, учитывающий выключение сжатой диагонали отсека: при  $K_i = 1$  отсек устойчив и воспринимает поперечную силу во всех направлениях, при  $K_i = 2$  отсек работает в глубокой закритической стадии и сила  $Q$  воспринимается только растянутой диагональю стенки,  $C_i$  - параметр, учитывающий появление конструктивной



Рис. 1. Продольные ребра в стенках большепролетных рам: а) рамный каркас стадиона «Химик» в г. Кемерово б) узел рамы с продольным ребром в стенке

анизотропии стенки отсека при образовании складок: при  $C_i = 1$  отсек работает в докритической стадии, при  $C_i = 0$  - в глубокой закритической стадии как конструктивно анизотропная гофрированная пластинка.

Из условия совместности деформаций ( $\gamma_1 = \gamma_2$ ) найдем поперечные силы  $Q_1$  и  $Q_2$ , воспринимаемые каждым отсеком:

$$Q_1 = Q_0 \cdot \frac{h_1 \cdot t_1 \cdot G_{ef.1}}{h_1 \cdot t_1 \cdot G_{ef.1} + h_2 \cdot t_2 \cdot G_{ef.2}};$$

$$Q_2 = Q_0 \cdot \frac{h_2 \cdot t_2 \cdot G_{ef.2}}{h_1 \cdot t_1 \cdot G_{ef.1} + h_2 \cdot t_2 \cdot G_{ef.2}} \quad (2)$$

Оценим диапазон изменения величины эффективного модуля сдвига. Так, при  $K = 2$  и  $C_i = 1$   $G_{ef} = 0.65G$ , что соответствует данным [4].

При глубокой закритической работе пластинок, сопровождающейся появлением глубоких складок, следует учитывать конструктивную анизотропию, назначая  $C_i = 0$ . В этом случае  $G_{ef} = 0.5G$ , что совпадает с работами [1] и [7].

Заметим, что модель Вагнера [1] реализуется только при большой гибкости стенок. Фактически, растягивающие напряжения значительно увеличивают способность пластины по восприятию диагональных сжимающих напряжения. По данным Н. М. Беляева (см. [4]), растягивающим напряжениям  $\sigma^+$  сопутствуют сжимающие напряжения  $\sigma^-$  (при  $a$  - половина диагонали отсека)

$$\sigma^- \approx \frac{t_w}{a} \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{E \cdot \sigma^+}{1 - \mu^2}}, \quad (3)$$

Таким образом, параметр  $K$  можно найти как

$$K = 2 - \frac{\sigma^-}{\sigma^+}, \quad (4)$$

откуда видно, что, при  $\sigma^- = \sigma^+$   $K_i = 1$ , а при  $\sigma^- = 0$   $K_i = 2$ , что соответствует принятым ранее предположениям.

При определении  $C_i$  используем соотношение для анизотропных пластинок [5]

$$\mu^- = \mu^+ \cdot \frac{E^-}{E^+} S, \quad (5)$$

Здесь  $\mu^-, \mu^+, E^-, E^+$  - коэффициенты поперечной и модули продольной деформаций в направлении сжатой (растянутой) диагонали пластины соответственно;  $S$  - параметр, учитывающий неортогональность растянутого и сжатого диагонального полей отсека. Для квадратного участка  $S=1$ , в других случаях  $S \neq 1$ . Тогда

$$C = \frac{\mu^-}{\mu^+} = \frac{E^-}{E^+} S. \quad (6)$$

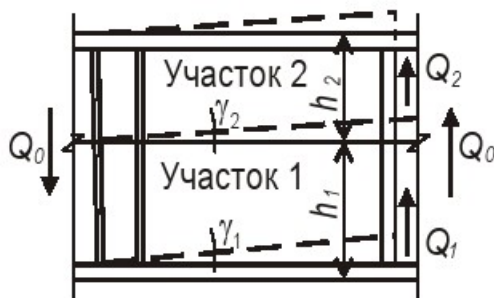
Величина  $E^+$  равна модулю упругости материала  $E$ . Величину  $E^-$  приближенно определим через деформации  $\Delta l_\Sigma$  криволинейного стержня длиной  $l$ , равной полуволне деформированной поверхности со стрелкой подъема  $f$ , сжатого силой  $P$ :  $\Delta l_\Sigma = \Delta l_1 + \Delta l_2$

при  $\Delta l_1 = Pl / EA$ ;  $\Delta l_2 \approx 15lf^2 / 8EJ$  - перемещения конца криволинейного стержня от осевого сжатия и изгиба соответственно, где  $A = l \cdot t$ ;  $J = l \cdot t^3 / 12(1 - \mu^2)$ . Вводя  $m = flt$  и проводя преобразования (при  $\mu = 0.3$ ) получим  $E^- = E / (1 + 5.82m^2)$ .

Величина  $C$  при различных соотношениях  $m = f/t$  приведена в таблице

$m=f/t$	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0

а)



б)

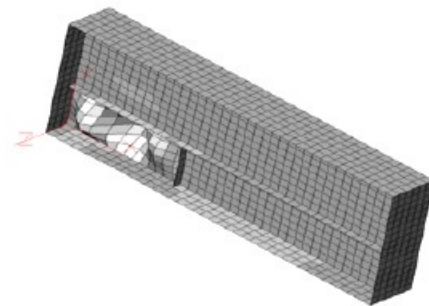


Рис. 2. К расчету тонкостенных двутавров с продольным ребром: а) деформации двутавров при действии поперечной силы; б) потеря устойчивости отсека стенки

C	1	0.147	0.041	0.019	0.011	0.007
---	---	-------	-------	-------	-------	-------

Так как деформации тонких стенок при закритической работе могут достигать нескольких толщин ( $m \gg 1$ ), то  $C \rightarrow 0$  и коэффициентом  $\mu$  можно пренебречь.

Далее рассмотрим стадии работы отсеков при сдвиге. Вначале предположим, что изменение сдвиговой жесткости при потере устойчивости отсеков и распределение поперечной силы  $Q$  между ними происходит мгновенно, а стенка отсека после потери устойчивости сразу работает в глубокой закритической стадии ( $G_{ef1} = 0.5G$ ). На рис. 3, а показан график распределения внешней поперечной силы  $Q$  между отсеками для этого случая. На первой стадии отсеки работают в докритической стадии, т. е.  $Q_1 < Q_{cr1}$  и  $Q_2 < Q_{cr2}$ , которая продолжается до тех пор, пока какой-либо отсек, например, первый, не потеряет устойчивость (линии  $Oa_1$  и  $Oa_2$ ) под действием передающейся на него нагрузки  $Q_{cr1}$

$$Q_{cr1} = \tau_{cr1} \cdot h_1 \cdot t_1, \quad (7)$$

где  $\tau_{cr1}$  - критическое касательное напряжение для первого отсека.

Внешняя поперечная сила  $Q_{01}$ , действующая на оба отсека непосредственно перед потерей устойчивости первого отсека, будет равна сумме усилий  $Q_{1.1}^-$  и  $Q_{2.1}^-$ , воспринимаемых первым и вторым отсеками, т. е.

$$Q_{01} = Q_{1.1}^- + Q_{2.1}^- = Q_{cr1} \cdot \left( 1 + \frac{h_2 \cdot t_2 \cdot G_{ef.2}}{h_1 \cdot t_1 \cdot G_{ef.1}} \right). \quad (8)$$

После потери устойчивости стенки первого отсека, ее сдвиговая жесткость уменьшается до величины  $G_{ef.1} = 0.5G$  и часть поперечной нагрузки  $Q$  передается с первого отсека во второй. На графике (рис. 3,а) это выражается в виде ступенек на линиях  $a_1b_1$  и  $a_2b_2$ . Поперечные силы, воспринимаемые отсеками будут равны

$$Q_{1.1}^+ = Q_{01} \cdot \frac{0.5h_1 \cdot t_1}{0.5h_1 \cdot t_1 + h_2 \cdot t_2};$$

$$Q_{2.1}^+ = Q_{01} \cdot \frac{h_2 \cdot t_2}{0.5h_1 \cdot t_1 + h_2 \cdot t_2}. \quad (9)$$

При дальнейшем росте поперечная сила  $Q$  распределяется между отсеками пропорционально их новым сдвиговым жесткостям участков до того момента, когда и во втором отсеке касательные напряжения достигают своих критических значений  $\tau_2 = \tau_{cr2}$ . При этом поперечная сила, воспринимаемая вторым отсеком, будет равна

$$Q_{2.2}^- = Q_{cr2} = \tau_{cr2} \cdot h_2 \cdot t_2. \quad (10)$$

Изменение сдвиговой жесткости второго отсека приведет к новому перераспределению внешней поперечной силы между отсеками: усилия во втором отсеке уменьшатся, а в первом - увеличатся (линии  $c_2d_2$  и  $c_1d_1$  на графике) и примут значения  $Q_{1.2}^+$  и  $Q_{2.2}^+$ . Дальнейшее распределение сил между отсеками (стадия 3) определяется при  $G_{ef.1} = G_{ef.2}$ .

Для уточнения полученного решения учтем, что при потере устойчивости стенки отсека, его сдвиговая жесткость изменяется постепенно при переходе отсека в закритическую стадию работы (рис. 3, б). В этом случае стадия 1 также проходит при докритической работе обоих отсеков. На стадии 2 поперечная сила, воспринимаемая первым

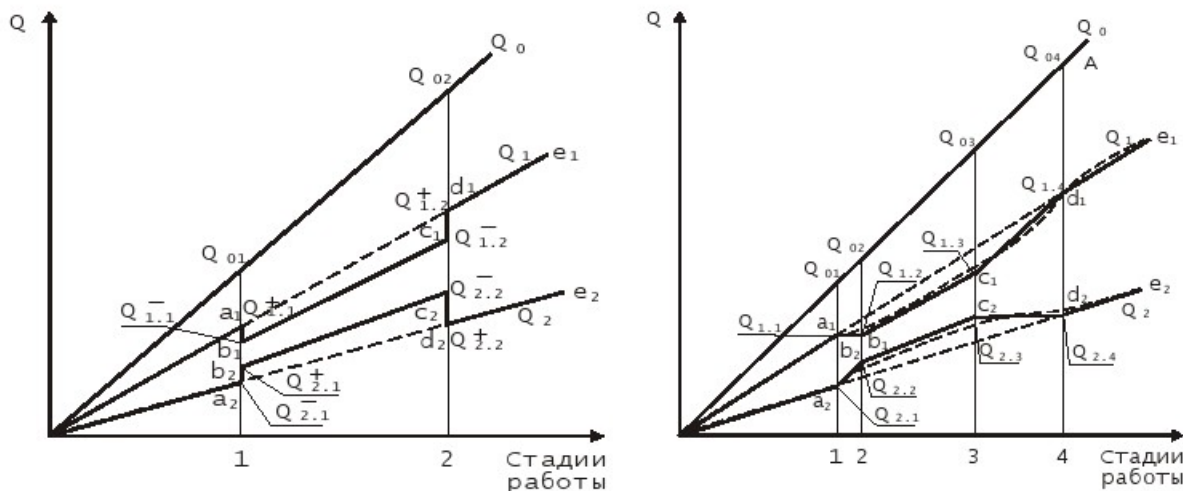


Рис. 3. Распределение внешней поперечной силы между отсеками при мгновенном (а) и постепенном (б) изменении сдвиговой жесткости

участком, не изменяется и  $Q_1 = Q_{cr1} = const$ , но в нем происходит изменение сдвиговой жесткости от величины  $G$  до величины  $G_{ef.1} = G(1 + C_1 \cdot \mu)K_1$  где  $C_1 \rightarrow 0$  и  $K_1 \rightarrow 2$  (линия  $a_1b_1$  на графике). Так как приращение внешней поперечной силы при этом воспринимается только вторым отсеком, то линия  $a_2b_2$ , отображающая изменение поперечной силы в этом отсеке параллельна линии внешней нагрузки  $Q$ . После завершения образования складок в первом отсеке, его сдвиговая жесткость принимает некоторое конечное значение и дальнейшее распределение поперечной силы  $Q$  между отсеками происходит по линиями  $b_1c_1$  и  $b_2c_2$  до тех пор, пока и второй отсек не начнет терять устойчивость при нагрузке  $Q_{cr2}$  (стадия 3). Сдвиговые усилия

в нем сохраняют постоянную величину (линия  $c_2d_2$ ), а в первом отсеке увеличиваются в соответствии с увеличением внешней поперечной силы (линия  $c_1d_1$ ). Четвертая стадия наступает после завершения образования складок во втором отсеке (точка  $d_2$ ).

Как показывают расчеты, при определении усилий в отсеках двутавров достаточно знания конечного состояния того или иного отсека и соответствующее этому состоянию распределение поперечной силы между ними. Таким образом, для практических расчетов допустимо применение приближенной расчетной схемы, основанной на использовании предположения о мгновенном изменении сдвиговой жесткости отсеков при их переходе в закритическую стадию работы. Предлагаемая методика может быть распространена на стенки с числом отсеков более двух.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *H. Wagner* Ebene Blechwandträger mit sehr dünnen Stegblech. «Zeitschrift für Lufttechnik und Motorluftschiffahrt». – 1928. – N 8, 9, 10, 11, 12.
2. *Позадаев И. К.* О предельных состояниях стальных реберных балок с гибкими стенками при сдвиге и сдвиге с изгибом // Строительная механика и расчет сооружений. – 1982. – № 2. – с. 12-15.
3. *Шелестенко Л. П. и др.* Исследование влияния начального выпучивания стенки на несущую способность сварных двутавровых балок с ребрами жесткости // Тр. ВНИИТС. – М.: Транспорт, 1976. – Вып. 76. – С. 159-184.
4. *Вольмир А. С.* Устойчивость упругих систем. – М.: Наука, 1963. – 880 с.
5. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник: в 3 т. Т. 2 / под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 464 с.
6. *Алексеев С. А.* Послекритическая работа гибких упругих пластинок // Прикл. математика и механика У- 1956. – № 6. – С. 673-679.
7. *Тимошенко С. П.* Статические и динамические проблемы теории упругости. – Киев: Наукова думка, 1975. – 564 с.
8. *Катюшин В. В.* Здания с каркасами из стальных рам переменного сечения – М.: Стройиздат, 2005. – 606 с.

□ Автор статьи:

Катюшин  
Виктор Васильевич  
канд. техн. наук, президент научно-исследовательской и проектно-строительной фирмы УНИКОН,  
доцент каф. СК ФНПС КузГТУ  
Тел. 8(3842) 582309