

УДК 62-13: 662.8.051.5

Г. Н. Белоусов, А. А. Клепцов

ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ ПРОХОДНОГО СЕЧЕНИЯ НА ГОМОГЕНИЗИРУЮЩУЮ СПОСОБНОСТЬ РОТОРНО-ПУЛЬСАЦИОННЫХ АППАРАТОВ

Анализ профильных периодических изданий и авторефераторов диссертаций за последние два десятилетия показывает, что теоретическому исследованию влияния модуляции проходного сечения роторно-пульсационного аппарата (РПА) на его гомогенизирующую способность, в частности зависимость качества супензий и эмульсий от числа прорезей в роторе и статоре, не уделялось достаточного внимания. Ниже предлагается заполнить этот пробел на основе математического моделирования кинетики процесса гомогенизации, который был представлен ранее в [1].

Работа РПА связана с циклическим изменением радиального поперечного сечения, свободного для прохождения обрабатываемой среды, которое в настоящей работе названо пропускной модуляцией (ПМ). Данная модуляция рождает пульсации давления в обрабатываемой среде, амплитуда и частота которых будет определять диспергирующую и смесительную способность аппарата. В совокупности со скоростью вращения ротора пропускная модуляция также косвенно влияет и на напорно-расходную характеристику РПА. Поэтому анализ ПМ необходим при теоретическом исследовании процесса гомогенизации в таком широком классе аппаратов, как РПА.

В работах [2, 3] на основе геометрического анализа показано, что изменение проходного в радиальном направлении сечения S во времени t в этом случае может быть описано функцией, вид и параметры которой, показаны на рис. 1. При этом периодичность T и частота f функции зависит от числа отверстий в роторе и статоре и от скорости их относительного вращения:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\nu \zeta_r \zeta_s}{\gcd(\zeta_r, \zeta_s)}, \quad (1)$$

где ν – частота вращения ротора, ζ_r и ζ_s – количество отверстий в роторе и статоре соответственно, $\gcd(\zeta_r, \zeta_s)$ – наибольший общий делитель чисел ζ_r и ζ_s .

Опираясь на результаты [2], изменение площади проходного сечения (ППС) во времени представимо кусочно-непрерывной функцией (рис. 1):

$$S(t) = \begin{cases} S_{max}; & -T/2 \leq t < -T/2 + \theta/2 \\ \xi - \sigma t; & -T/2 + \theta/2 \leq t < -\tau/2 \\ S_{min}; & -\tau/2 \leq t < \tau/2 \\ \sigma t + \xi; & \tau/2 \leq t < T/2 - \theta/2 \\ S_{max}; & T/2 - \theta/2 \leq t < T/2 \end{cases} \quad (2)$$

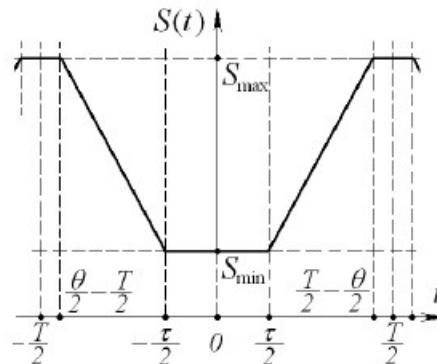


Рис. 1. Четное представление зависимости от времени площади проходного сечения

Величина T определяется формулой (1). Максимальная S_{max} и минимальная S_{min} ППС вычислялись по алгоритму [2] при соответствующих числах ζ_r и ζ_s , а также частоте вращения ротора. Коэффициенты σ и ξ соответственно определены по формулам:

$$\sigma = 2 \frac{S_{max} - S_{min}}{T - \theta - \tau}, \quad \xi = S_{min} - \sigma \frac{\tau}{2}. \quad (3)$$

Использование функции $S(t)$ в виде (2) для расчета интенсивностей переходов V_{jk} в системах уравнений (6) и (7) требует её непрерывности, поэтому представим её в виде разложения в ряд Фурье с периодом T :

$$S_*(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right),$$

где

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) dt, \\ a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} S(t) \cos \frac{2\pi n t}{T} dt, n \in N.$$

Исходя из формы функции $S(t)$, показанной на рис. 1, для ее представления были выбраны только четные гармоники, при этом коэффициенты $b_n = 0$. С учетом этого, конечное выражение для ППС запишется в виде:

$$S_*(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} \quad (4)$$

где N – минимально необходимое число гармоник, для заданной точности аппроксимации. При $N=40$

разложение (4) уже достаточно точно повторяет функцию (2). К примеру, изображенная на рис. 2 зависимость соответствует значениям $\zeta_r=36$ и $\zeta_s=36, v=2500 \text{ об/мин}$.

В работах [1, 4], для определения интенсивности диспергирования за счет пульсаций потока, модуляция ППС при заданных ζ_r и ζ_s , для упрощения вычислений и сокращения времени счета, аппроксимировалась зависимостью вида:

$$S(t) = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2} - \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2} \cos(2\pi\nu t). \quad (5)$$

Формула (5) соответствует основной гармонике ($n=1$) разложения (4). Различия в недочетах модуляции ППС хорошо видны на рис. 2. На качественной адекватности математической модели это обстоятельство отражается не существенно, но для правильных количественных оценок зависимость (5) не годится.

В монографии [5] функция $S_*(t)$ определяется на основе рассмотрения относительного движения только одного отверстия ротора и статора, что не достаточно обосновано, поскольку нельзя получить полную ППС прямым суммированием без учета зависимости $S(t)$ от $\gcd(\zeta_r, \zeta_s)$. Соответственно величины θ и t , определяемые согласно [5], не могут отвечать значениям, представленным в формуле (2). Также можно добавить, что объяснение закономерностей работы РПА без учета кратности чисел ζ_r и ζ_s , а также механизма протекающих процессов, является ошибочным и не подтверждается практикой [2]. Поэтому величины θ и t были определены с учетом специфики задачи и выражения (1) следующим образом:

$$\theta = \gamma_1 T, \quad \theta = \gamma_2 T,$$

где γ_1 и γ_2 – коэффициенты, вычисленные по алгоритму из [2].

Работу описанного выше метода проиллюстрируем на примере приготовления условно двухфракционной водно-масляной эмульсии в РПА конструкции «ротор в статоре» с прямоугольными прорезями.

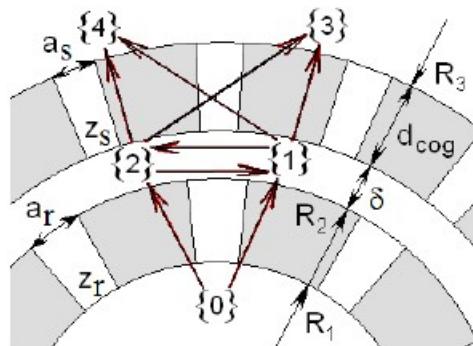


Рис. 3. Кинетическая схема возможных переходов в исследуемом РПА

На рис. 3 представлена кинетическая схема возможных переходов между пятью гипотетическими состояниями:

{0} – гетерогенно распределенные в воде крупные масляные капли;

{1} – фракция крупных капель масла с относительным размером 1, то есть оставшихся не раздробленными при прохождении прорезей ротора, распределенных в воде в межцилиндровом пространстве;

{2} – аналогично распределенная в межцилиндровом пространстве фракция мелких масляных капель с относительным размером 0,5, то есть раздробленных пополам при прохождении через ротор;

{3} – крупная фракция с относительным размером 1 во внутренней области между статором и корпусом (на выходе из РПА) возникающая из-за коалесценции и/или агрегации;

{4} – мелкая фракция с относительным размером 0,5 во внутренней области между статором и корпусом.

На выходе анализируются характеристики бинарной по фракционному составу водно-масляной эмульсии за период времени, определяемый скоростью кинетики деления капель нерастворимой жидкости (частиц твердой фракции), который назван актом дробления.

Система кинетических уравнений массопереноса при единичном акте дробления капель масла

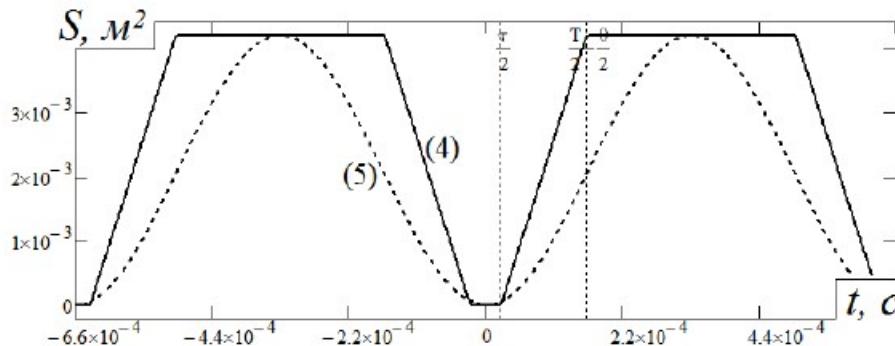


Рис. 2. Зависимость ППС от времени, сплошной линией показана функция (4), пунктирной – (5).

в воде, с учетом схемы на рис. 3, запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_{A1}}{\partial t} &= \lambda_{A1} + \nu_{21}\rho_{A2} - \nu_{12}\rho_{A1} - \nu_{13}\rho_{A1} - \nu_{14}\rho_{A1}; \\ \frac{\partial \rho_{A2}}{\partial t} &= \lambda_{A2} + \nu_{12}\rho_{A1} - \nu_{21}\rho_{A2} - \nu_{23}\rho_{A2} - \nu_{24}\rho_{A2}; \\ \frac{\partial \rho_{A3}}{\partial t} &= \nu_{13}\rho_{A1} + \nu_{23}\rho_{A2}; \\ \frac{\partial \rho_{A4}}{\partial t} &= \nu_{14}\rho_{A1} + \nu_{24}\rho_{A2}.\end{aligned}\quad (6)$$

Интенсивности ν_k определяются как произведения соответствующих вероятностей перехода между гипотетическими состояниями и скоростей данных переходов. ρ_A – суммарный объем капель масла в j -ом состоянии. Скорость поступления некоторой части масла из состояния (0) в (1) определяется следующим образом:

$$\lambda_{A1} = A \frac{S_*(t)}{\langle S_* \rangle} (1 - D_1).$$

Скорость перехода некоторой части масла из состояния (0) в (2):

$$\lambda_{A2} = A \frac{S_*(t)}{\langle S_* \rangle} D_1;$$

где A – объемный расход масла; $S_*(t)$ – функция, вычисляемая по формуле (4), $\langle S_* \rangle$ – среднее по времени значение ППС. Величина D_1 определяется по формуле:

$$D_1 = \frac{2\pi R_1 - \varepsilon_r a_r}{2\pi R_1},$$

и представляет собой вероятность дробления капель масла при прохождении прорезей ротора, R_1 – внешний радиус ротора, a_r – ширина прорези в роторе (рис. 3), которая вычисляется по формуле $a_r = \pi R_1 / \varepsilon_r$.

Для правильного описания кинетики диспергирования в межцилиндровом зазоре необходимо знание режима течения обрабатываемой среды, который определяется по значению числа Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho_* \langle v \rangle L}{\eta_*},$$

где ρ_* – эффективная плотность, $\langle v \rangle$ – средняя линейная скорость среды в зазоре, L – ширина межцилиндрового зазора, η_* – эффективная вязкость. Число Рейнольдса оценивалось по режимным и конструкционным параметрам многих известных конструкций РПА на основе доступной патентной информации. Результат оценки, $Re \sim 1500-25000$, позволяет сделать вывод о турбулентном характере движения обрабатываемой среды в зазоре. Тогда интенсивность перехода

между состояниями (1) – (2), отражающая диспергирующую способность РПА при турбулентном течении в зазоре будет определяться следующим выражением:

$$\nu_{12} = C \frac{v^2}{(R_2 - R_1)} \cdot \frac{S_*(t)}{A} = C \frac{(R_1 \omega)^2}{\delta} \cdot \frac{S_*(t)}{A},$$

где C – безразмерная константа диспергирования, зависящая от физико-механических свойств распределенной фазы; v – линейная скорость обрабатываемой среды в межцилиндровом зазоре; ω – циклическая частота вращения ротора, R_2 – внутренний радиус статора, δ – ширина межцилиндрового зазора.

Интенсивность перехода между состояниями (2) – (1), отвечающая процессу коалесценции в межцилиндровом зазоре:

$$\nu_{21} = \frac{K_0}{\pi b (R_2^2 - R_1^2) \bar{V}_0} = \frac{K}{V},$$

где K_0 – константа коалесценции определяемая свойствами распределенной фазы, \bar{V}_0 – некоторый характерный размер частицы дисперсной фазы, $K = K_0 / \bar{V}_0$ – приведенная константа коалесценции, $V = \pi b (R_2^2 - R_1^2)$ – объем рабочего межцилиндрового пространства, где b – высота прорезей.

Интенсивность перехода между состояниями (1) – (4),

$$\nu_{14} = \frac{A + B}{V} \cdot \frac{S_*(t)}{S_{max}} D_3;$$

между состояниями (1) – (3),

$$\nu_{13} = \frac{A + B}{V} \cdot \frac{S_*(t)}{S_{max}} (1 - D_3);$$

где B – объемный расход воды. Величина D_3 определяется по формуле:

$$D_3 = \frac{2\pi R_2 - \varepsilon_s a_s}{2\pi R_2},$$

и представляет собой вероятность дробления капель масла при прохождении прорезей статора, где a_s – ширина прорезей в статоре, вычисляемая по формуле $a_s = \pi R_2 / \varepsilon_s$.

Интенсивность коалесценции при переходе из состояния (2) в (3) определяется выражением

$$\nu_{23} = \frac{K}{V} \cdot \frac{d_{cog}}{R_3},$$

где d_{cog} – толщина стенки статора, R_3 – внешний радиус статора.

Интенсивность перехода из состояния (2) в (4),

$$\nu_{24} = \frac{A + B}{V} \cdot \frac{S_*(t)}{S_{max}}.$$

Система уравнений массопереноса для воды запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho_{B1}}{\partial t} &= \lambda_{B1} + \nu_{13} \rho_{B1} = \\ &= B \frac{S_*(t)}{\langle S_* \rangle} - \frac{A+B}{V} \cdot \frac{S_*(t)}{S_{max}} \rho_{B1} \\ \frac{\partial \rho_{B3}}{\partial t} &= \nu_{13} \rho_{B1} = \frac{A+B}{V} \cdot \frac{S_*(t)}{S_{max}} \rho_{B1}, \quad (7)\end{aligned}$$

где λ_{B1} – скорость поступления воды в рабочее пространство аппарата, определяемая аналогично λ_{A1} . ρ_{Bj} – объем воды в j -том состоянии.

Совместное решение систем дифференциальных уравнений (6) и (7) проводилось методом Рунге-Кутта 4-го порядка с фиксированным числом шагов и заданной точностью.

Энтропия идеальной эмульсии, то есть той, в которой все капли масла находятся в состоянии (4), в рамках данной модели, есть:

$$H_{id} = -\left(\frac{A}{A+B}\right) \log_3 \left(\frac{A}{A+B}\right) - \left(\frac{B}{A+B}\right) \log_3 \left(\frac{B}{A+B}\right) \quad (8)$$

После решения (6) и (7) вероятности обнаружения капель масла в состояниях (3), (4) (рис. 3), а также воды в некоторый момент времени t на выходе из РПА были определены по формулам:

$$P_{A3}(t) = \frac{\partial \rho_{A3}/\partial t}{\partial \rho_{A3}/\partial t + \partial \rho_{A4}/\partial t + \partial \rho_{B3}/\partial t};$$

$$P_{A4}(t) = \frac{\partial \rho_{A4}/\partial t}{\partial \rho_{A3}/\partial t + \partial \rho_{A4}/\partial t + \partial \rho_{B3}/\partial t};$$

$$P_{B3}(t) = \frac{\partial \rho_{B3}/\partial t}{\partial \rho_{A3}/\partial t + \partial \rho_{A4}/\partial t + \partial \rho_{B3}/\partial t}.$$

Средняя за период T энтропия готовой эмуль-

сии запишется в виде:

$$\langle H(z_r, z_s) \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T \left[+ P_{A4}(t) \log_3 P_{A4}(t) + \right. \\ \left. + P_{B3}(t) \log_3 P_{B3}(t) \right] dt \quad (9)$$

Далее вычислялась степень идеальности на основе формул (8) и (9):

$$\Pi(z_r, z_s) = 1 - \frac{|\langle H(z_r, z_s) \rangle - H_{id}|}{H_{id}}. \quad (10)$$

Конструкционные параметры виртуального РПА были выбраны в соответствии с параметрами испытанного в КемТИПП и описанного в [6] аппарата. В качестве варьируемых параметров РПА при моделировании было выбрано количество прорезей в роторе и статоре, на основе которого была вычислена матрица показателя (10) с элементами вида:

$$\left(\Pi_{z_r z_s} \right)_{z_r=24, z_s=24}^{48,48}$$

На рис. 4 представлена поверхность зависимости показателя (10). Частота вращения ротора в данном случае $v=2500$ об/мин, величина межцилиндрового зазора $\delta=0,5$ мм. Значения константы диспергирования $C=50$ и коалесценции $\kappa=10^{-9}$ $\text{м}^3/\text{с}$. Объемный расход масла $A=5 \cdot 10^{-2}$ $\text{м}^3/\text{с}$, воды – $B=5 \cdot 10^{-2}$ $\text{м}^3/\text{с}$. Высота прорезей $b=26$ мм. Ширина межцилиндрового зазора $d_{cog}=5$ мм. Внешний радиус ротора $R_1=50$ мм, внутренний радиус статора $R_2=R_1+\delta$, внешний радиус статора $R_3=55,5$ мм.

Поверхность может быть построена при помощи различных программных сред доступных современному специалисту, в данной работе использован Matlab.

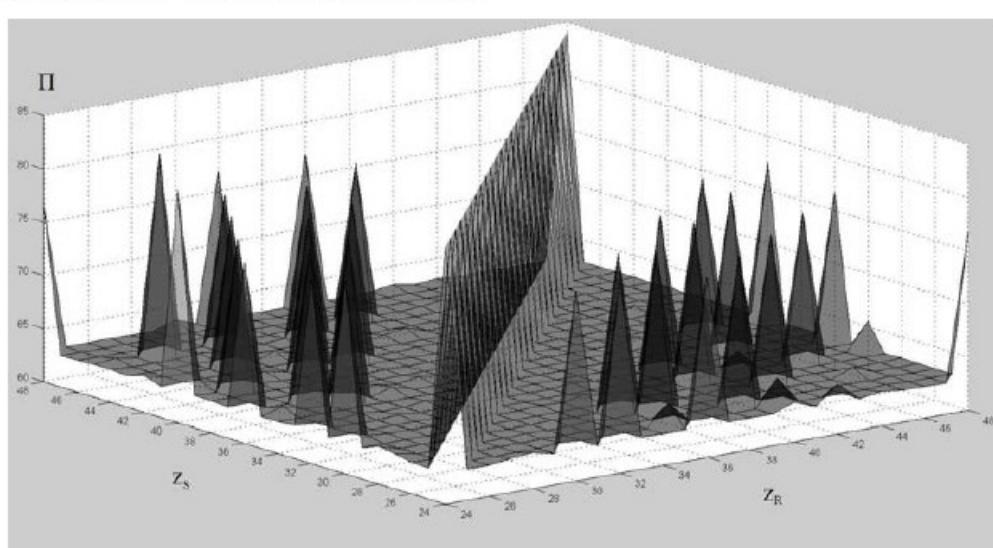


Рис. 4. Поверхность зависимости степени идеальности $\Pi(z_R, z_s)$ от различного соотношения числа прорезей ротора и статора.

Максимальное качество эмульсии получается только при равном количестве прорезей в роторе и статоре и имеет величину 84,1%, но имеются также локальные максимумы, величиной 76–78% с точностью до целого, причем для этих пиков справедливо равенство $\Pi_{ij}=\Pi_{ji}$. Из них сильнее выделяются два пика $\Pi_{24,39}=81,8\%$ и $\Pi_{28,44}=81,7\%$ и в обоих случаях при $\zeta_r < \zeta_s$.

Следует отметить, что в величину Π явным и неявным образом входят следующие параметры:

- амплитуда и частота пульсаций входных потоков от дозаторов-питателей, входных потоков, которая напрямую связана с частотой вращения рабочего органа дозатора;
- частота вращения ротора;

- геометрические параметры ротора и статора;
- напорно-расходные параметры агрегата.

Поэтому с помощью описанной математической модели можно оценить влияние гомогенизационного агрегата на процесс производства в непрерывной поточной линии.

Важно отметить, что смоделированные результаты, несмотря на существенное упрощение кинетической схемы (рис. 3), в качественном отношении адекватны данным реального процесса [7, 8] и хорошо согласуются с результатами, полученными ранее [1]. В связи с этим нельзя исключать возможность применения данного подхода к исследованию других типов и моделей РПА, в частности аппаратов типа «ротор в статоре».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоусов Г. Н. Оценка качества эмульсий получаемых в роторно-пульсационных аппаратах / Клепцов А. А., Ядуга А. З. // Вестник КузГТУ. – 2007. – № 6. – С. 134-135.
2. Балабудкин М. А. О закономерностях гидромеханических явлений в роторно-пульсационных аппаратах. // Теоретические основы химической технологии. – 1975. – № 5. – С. 783-788.
3. Зимин А. И. Расчет формы поперечного сечения каналов ротора и статора гидромеханического диспергатора. // Теоретические основы химической технологии. – 1999. – №4.
4. Иванец Г. Е. Применение стохастического подхода для оценки качества эмульсий. / Ядуга А. З., Белоусов Г. Н. // Хранение и переработка сельхозсыпья. – 2008. – № 6. – С. 17-20.
5. Промтров М. А. Пульсационные аппараты роторного типа: теория и практика. – М.: «Машиностроение-1», 2001.
6. Пат. 2190462 РФ, МКИ 7 B01P 7/28. Роторно-пульсационный аппарат. / КемТИПП; В. Н. Иванец [и др.]. Опубл. В Б. И., 2002. – № 28.
7. Еарам А. А. Диспергирование в системе жидкость-жидкость в аппарате роторно-пульсационного типа. // Теоретические основы химической технологии. – 1988. – №5.
8. Ружицкий В. П. Обоснование и выбор параметров гидромеханического диспергатора для приготовления высокодисперсных рабочих жидкостей гидросистем очистных комплексов. / Автореферт дисс. канд. техн. наук. – М.: МГТУ, 1995.

□ Авторы статьи:

Белоусов
Григорий Николаевич,
канд. техн. наук, доц. каф. физики
Кемеровского технологического института пищевой промышленности.
E-mail: physics@kemtipp.ru

Клепцов
Александр Алексеевич,
канд. техн. наук, зав. каф. технологии машиностроения КузГТУ
Тел.: 8-3842-39-63-75