

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.9(075)

А.Б.Виноградов

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ И СБОРКЕ ГЛОБОИДНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Основной проблемой точности глобоидной передачи, червяк которой образован производящей плоскостью при номинальных станочных наладках [1] является установление взаимосвязи между первичными погрешностями в передаче, зазорами в зацеплении и формирование на этой взаимосвязи требований к точности изготовления и сборки.

Проблема решена методом определения ориентации нормалей в каждой точке витка червяка с последующей оценкой проявления каждой из первичных погрешностей передачи на зазоры между зубьями колеса и витка червяка.

Точка контакта на боковой поверхности витка червяка характеризуется тремя параметрами (рис. 1): l_M – фиксирует положение точки по высоте витка; ψ_1 – фиксирует положение точки по углу обхвата червяком колеса (в плоскости, перпендикулярной к оси червяка); ψ_2 – фиксирует положение точки по углу обхвата колесом червяка (в плоскости, перпендикулярной к оси колеса).

Пусть точка контакта М имеет нормаль \vec{n} , характеризуемую проекциями n_x , n_y и n_z на оси координат, связанные с червяком. Ось Ох направлена по линии центров в передаче, ось Оу – параллельно оси колеса, ось Oz – по оси червяка.

Известно, что n_x , n_y и n_z пропорциональны косинусам углов нормали с осями координат:

$$\cos \alpha = kn_x; \cos \beta = kn_y; \cos \gamma = kn_z \quad (1)$$

где

$$k = \frac{1}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}}; \alpha = \alpha(l_M, \psi_1, \psi_2); \\ \beta = \beta(l_M, \psi_1, \psi_2); \gamma = \gamma(l_M, \psi_1, \psi_2).$$

Выражения для n_x , n_y и n_z получены в следующем виде [2]:

$$\left. \begin{aligned} n_x &= \sin \varphi_0 \cos \alpha_n \cos \beta_n - \cos \varphi_0 \sin \alpha_n; \\ n_y &= (\cos \varphi_0 \cos \alpha_n \cos \beta_n + \sin \varphi_0 \sin \alpha_n) \cos \delta \\ &\quad - \cos \alpha_n \sin \beta_n \sin \delta; \\ n_z &= (\cos \varphi_0 \cos \alpha_n \cos \beta_n + \sin \varphi_0 \sin \alpha_n) \sin \delta \\ &\quad + \cos \alpha_n \sin \beta_n \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Нормирующий множитель k найдем из (2) в виде:

$$k = \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + (l'_M)^2 u_{21}^2}}, \quad (3)$$

где

$$r_i = l_M \cos(\nu_T + \psi_2) + r_b \sin(\nu_T + \psi_2) - a_w \\ = \sqrt{l_M^2 + r_b^2} \cos(\nu_T + \psi_2 - \lambda) - a_w,$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{r_b}{l_M}; u_{21} = \frac{z_1}{z_2} \quad (z_1 \text{ и } z_2 \text{ – число заходов}$$

червяка и зубьев колеса); l_M – расстояние от точки А до точки М (см. рис. 1); a_w – кратчайшее расстояние между осью червяка и осью колеса; r_b – радиус профильной окружности; ν_T – профиль-

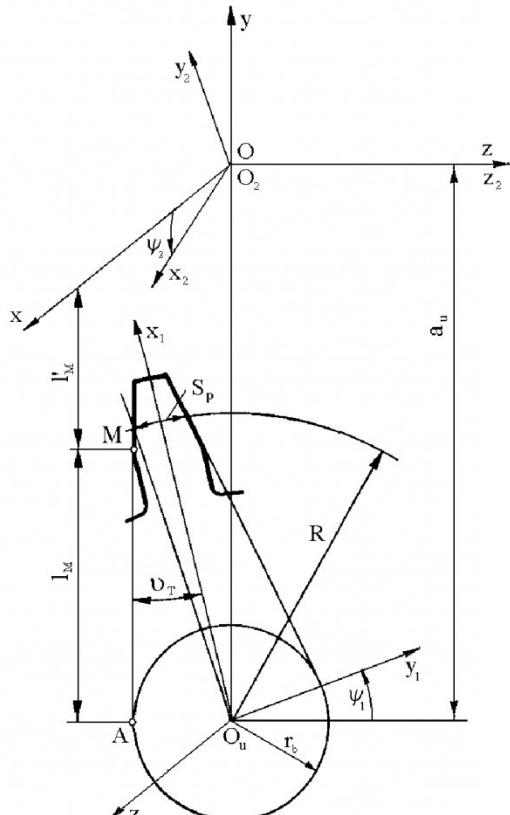


Рис. 1. Оси координат глобоидной передачи
и координация точки на витке червяка

ный угол резца, определяемый из соотношения

$$\nu_T = \arcsin\left(\frac{r_b}{R}\right) - \frac{S_p}{2R}; R - \text{радиус расчетной окружности, на которой задается толщина } S_b \text{ резца.}$$

Тогда (1) с учетом (2) и (3) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{\frac{1 + \Delta^2 \sin^2(\nu_T + \psi_2)}{1 + \Delta^2}} \sin(\psi_1 - \varphi); \\ \cos \beta &= \sqrt{\frac{1 + \Delta^2 \sin^2(\nu_T + \psi_2)}{1 + \Delta^2}} \cos(\psi_1 - \varphi); \\ \cos \lambda &= \sqrt{\frac{\Delta^2}{1 + \Delta^2}} \cos(\nu_T + \psi_2), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\text{где } \operatorname{tg} \varphi = \Delta \sin(\nu_T + \psi_2); \Delta = \frac{r_i}{l'_M u_{21}}.$$

При малых значениях u_{21} , обычно применяемых в глообоидных передачах, величина $\Delta \gg 1$, поэтому формулы (4) упрощаются к виду:

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \sin(\nu_T + \psi_2) \sin(\psi_1 - \varphi); \\ \cos \beta &= -\sin(\nu_T + \psi_2) \cos(\psi_1 - \varphi); \\ \cos \gamma &= \cos(\nu_T + \psi_2). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для определения зазора по нормали к профилюм S_n в зависимости от первичных погрешностей выражим его через смещения по осям координат S_x, S_y и S_z

$$S_n = -(S_x n_x + S_y n_y + S_z n_z) k. \quad (6)$$

Из шести возможных смещений червяка (три смещения по осям координат и три поворота относительно этих осей) рассмотрены пять смещений $\delta x, \delta y, \delta z, \gamma_{\Delta x}, \gamma_{\Delta y}$, поскольку поворот червяка $\gamma_{\Delta z}$ относительно его собственной оси не изменяет зазоры между зубьями.

Погрешность межосевого расстояния δx приведет к изменению нормального зазора $S_n = -\delta x n_x k$ и, как следствие, к изменению зазора вдоль осей колеса Oz и червяка Oz, т.е. при рассматриваемой первичной погрешности δx

смещения, входящие в (5), будут равны

$$S_x = \delta x; S_y = \delta x \frac{n_x}{n_y}; S_z = \delta x \frac{n_x}{n_z}. \quad (7)$$

Аналогично могут быть учтены первичные погрешности δy и δz .

Погрешность взаимного углового положения осей червяка и колеса на угол $\gamma_{\Delta x}$ (т.е. перекос осей червяка и колеса) приведет к тому, что в некоторой плоскости $x = \text{const}$ зазор в точке с координатой y, x изменится на величину

$$\delta' y = l'_M \sin \gamma_{\Delta x}; \delta' z = l'_M (1 - \cos \gamma_{\Delta x}) \quad (8)$$

или в связи с малостью угла $\gamma_{\Delta x}$

$$\delta' y = l'_M \gamma_{\Delta x}; \delta' z = l'_M \frac{\gamma_{\Delta x}^2}{2}, \quad (9)$$

где $l'_M = \sqrt{y^2 + z^2}$ – расстояние от оси Ox до рассматриваемой точки.

Таким образом, первичная погрешность $\gamma_{\Delta x}$ эквивалентна линейным смещениям по осям координат $\delta' y$ и $\delta' z$, причем влияние погрешностей $\gamma_{\Delta x}$ переменно по длине червяка (z) и колеса (y). Поэтому перекос осей червяка и колеса приведет к изменению нормального зазора

$$S_n = -(\delta y n_y + \delta z n_z) k = \left(l'_M \gamma_x n_y + l'_M \frac{\gamma_x^2}{2} n_z \right) k \quad (10)$$

и, как следствие, к изменению смещений, входящих в (5) в соответствии с формулами :

$$\left. \begin{aligned} S_x &= l'_M \gamma_{\Delta x} \frac{n_y}{n_x} - l'_M \frac{\gamma_{\Delta x}^2}{2} \frac{n_z}{n_x}; \\ S_y &= l'_M \gamma_{\Delta x} - l'_M \frac{\gamma_{\Delta x}^2}{2} \frac{n_z}{n_y}; \\ S_z &= l'_M \gamma_{\Delta x} \frac{n_y}{n_x} - l'_M \frac{\gamma_{\Delta x}^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Аналогично может быть учтена первичная погрешность $\gamma_{\Delta y}$ (поворот относительно оси y).

Таблица

$\frac{\delta}{\text{град}}$	Зазор			
	S_n	S_x	S_y	S_z
δx	$-\delta x \cdot n_x k$	δx	$\delta x \cdot n_x / n_y$	$\delta x \cdot n_x / n_z$
δy	$-\delta y \cdot n_y k$	$\delta y \cdot n_y / n_x$	δy	$\delta y \cdot n_y / n_z$
δz	$-\delta z \cdot n_z k$	$\delta z \cdot n_z / n_x$	$\delta z \cdot n_z / n_y$	δz
$\gamma_{\Delta x}$	$\left(n_y + \frac{n_z \gamma_{\Delta x}}{2} \right) k l'_M \gamma_{\Delta x}$	$\left(\frac{n_y}{n_z} - \frac{n_z \gamma_{\Delta x}}{2 n_x} \right) k l'_M \gamma_{\Delta y}$	$\left(1 - \frac{n_z \gamma_{\Delta x}}{2 n_y} \right) k l'_M \gamma_{\Delta x}$	$\left(\frac{n_y}{n_z} - \frac{\gamma_{\Delta x}}{2} \right) k l'_M \gamma_{\Delta x}$
$\gamma_{\Delta y}$	$\left(\frac{n_x \gamma_{\Delta y}}{2} - n_z \right) k l'_M \gamma_{\Delta y}$	$\left(\frac{n_z}{n_x} - \frac{\gamma_{\Delta y}}{2} \right) k l'_M \gamma_{\Delta y}$	$\left(\frac{n_z}{n_y} - \frac{n_x \gamma_{\Delta y}}{2 n_y} \right) k l'_M \gamma_{\Delta y}$	$\left(1 - \frac{n_x \gamma_{\Delta y}}{2 n_z} \right) k l'_M \gamma_{\Delta y}$

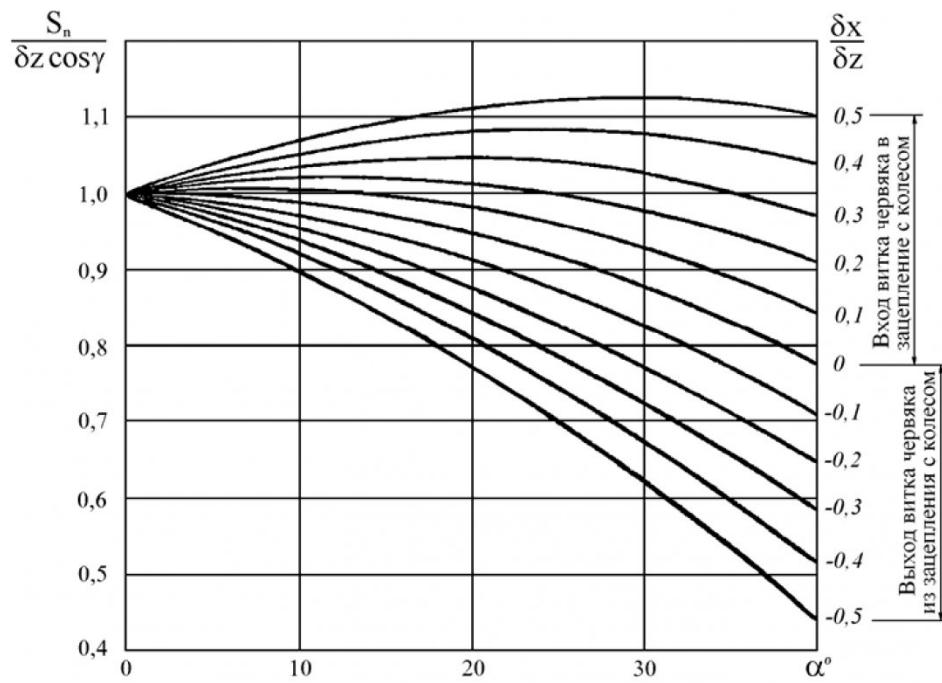


Рис. 2. Безразмерные эпюры зазоров $\frac{S_n}{\delta z \cos \gamma}$ в зависимости от отношения $\frac{\delta x}{\delta z}$

В приведенной таблице даны результаты оценки влияния первичных погрешностей глобоидной передачи на изменение нормального зазора в зацеплении.

Таким образом, совместное проявление всех пяти первичных погрешностей на нормальном зазоре между зубьями колеса и витком червяка описывается соотношением

$$\begin{aligned} S_n &= (-S_x n_x - S_y n_y - S_z n_z) k = \\ &= \left(\delta x - l_M \frac{\gamma_{\Delta y}^2}{2} \right) n_x k + (\delta y + l_M \gamma_{\Delta x}) n_y k + (12) \\ &\quad + \left(\delta z + l_M \gamma_{\Delta y} - l_M \frac{\gamma_{\Delta x}^2}{2} \right) n_z k. \end{aligned}$$

Для анализа зазоров между зубьями глобоидной передачи целесообразно нормальный зазор S_n записать в безразмерном виде:

$$\frac{S_n}{\delta z \cos \gamma} = \cos \alpha + \frac{\delta x}{\delta z} \sin \alpha \quad (13)$$

и построить безразмерные кривые зазоров между зубьями.

На рис. 2 для передачи $a_w = 160$ мм, $u_{12} = 50$, $\beta = 6^\circ 19'$ приведены результаты расчета по формуле (13) при изменении $\delta x / \delta z$ от $-0,5$ до $0,5$ и угла от 0 до $2v_T = 40^\circ$.

Приведенные кривые позволяют сразу же находить как $S_{n \min}$, так и δS_n , необходимые для решения задачи о распределении нагрузки между зубьями при произвольных соотношениях $\delta x / \delta z$ (в том числе и при $\delta z < 0$). Из рис. 2, в частности, следует, что в зависимости от отношения

погрешностей $\delta x / \delta z$ зазор S_n будет минимальным на входе ($\delta x / \delta z > 0$) или на выходе ($\delta x / \delta z < 0$) витка червяка.

Компенсирующий зазор $S_{k \min} = \frac{S_n}{\cos \gamma_T}$ определяет ошибку положения червячного колеса как следствие первичных погрешностей и, значит, кинематическую погрешность глобоидной передачи.

По мере вращения передачи зуб колеса с минимальным значением $S_{k \min}$ будет изменять свое положение в пределах

$$\alpha^* - \frac{\gamma}{2} \leq \alpha \leq \alpha^* + \frac{\gamma}{2},$$

где γ – угловой шаг колеса; $\gamma = \frac{2\pi}{z_2}$. Поэтому

ошибка углового положения червячного колеса (кинематическая погрешность глобоидной передачи) будет периодически, с зубцовой частотой, изменяться в соответствии с

$$\Delta\varphi = \frac{2S_n}{r_{e2}} \frac{\cos \lambda}{\cos v_T} \cos\left(\frac{\alpha + \alpha^*}{2} + \varphi\right) \sin\left(\frac{\alpha - \alpha^*}{2}\right).$$

Поскольку входящий сюда угол α изменяется при вращении передачи в пределах

$$\alpha^* - \frac{\gamma}{2} \leq \alpha \leq \alpha^* + \frac{\gamma}{2} \text{ при } 0 < \alpha^* < 2v_T,$$

$$\alpha^* \leq \alpha \leq \alpha^* + \gamma \text{ при } \alpha^* = 0 \text{ и } \alpha = 2v_T,$$

то ошибка углового положения колеса при вращении передачи изменяется по дуге синуса, причем максимальная величина этой ошибки составит

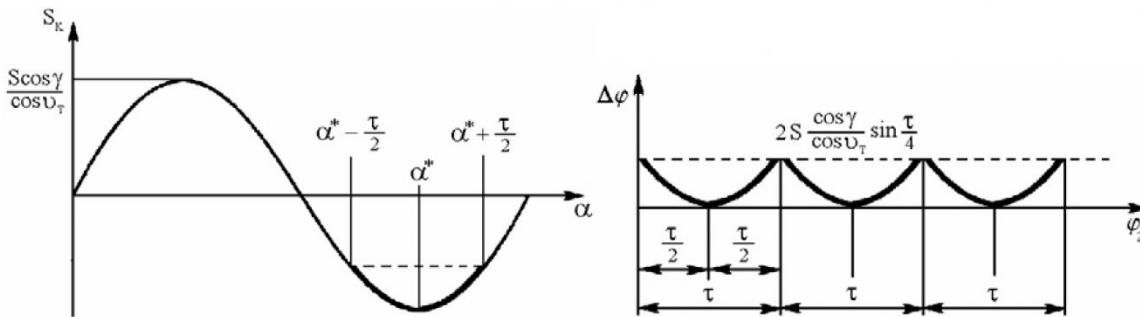


Рис. 3. Кинематическая погрешность глобоидной передачи

$$\left. \begin{aligned} \Delta\phi_{\max} &= \frac{2S_n \cos \lambda}{r_{e2} \cos \nu_T} \cos \left(\alpha^* + \varphi + \frac{\gamma}{4} \right) \sin \frac{\gamma}{4} \\ &\quad \text{при } 0 < \alpha^* < 2\nu_T; \\ \Delta\phi_{\max} &= \frac{2S_n \cos \lambda}{r_{e2} \cos \nu_T} \cos \left(\alpha^* + \varphi + \frac{\gamma}{4} \right) \sin \frac{\gamma}{4} \\ &\quad \text{при } \alpha^* = 0 \text{ или } \alpha^* = 2\nu_T. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

На рис. 3 приведена кривая изменения $\Delta\phi$ при вращении глобоидной передачи.

Из уравнений (15) и рис. 3 следует, что в спектре кинематической погрешности глобоидной передачи наряду с составляющей зубцовой частоты колеса будут присутствовать также и высшие гармоники этой частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов А.Б. Экспериментальное исследование глобоидной передачи с двойным полем зацепления. – В кн.: Современные проблемы машиностроения: Труды II Междунар. научн.-техн. конф. Томск, 8-10 декабря 2004 г. – Томск: Изд-во ТПУ, 2004. – С. 334-339.
2. Виноградов А.Б. Приведенная кривизна поверхностей, получаемых последовательным огибанием // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – Новосибирск. – 2004. – №1. – С. 132-140.

УДК 621.9(075)

А.Б.Виноградов

ОЦЕНКА АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВА ГЛОБОИДНЫХ ПЕРЕДАЧ

Оценка альтернативных технологических процессов изготовления глобоидных передач производится по критериям качества с использованием орграфа \hat{G} .

Пусть М и N – два технологических процесса производства червячных передач. При их сравнении возможно одно из трех решений:

- 1) Процесс М лучше процесса N;
- 2) Процесс N лучше процесса M;
- 3) различие между процессами сделать затруднительно.

В качестве объективного показателя, обеспечивающего принятие решения целесообразно использовать соотношение

$$W^{MN} = \frac{V^{MN}}{V^{NM}}, \quad (1)$$

где V^{MN} и V^{NM} – условный средний риск от принятия соответственно первого или второго решения.

При этом $V^{MN} = (1 - P^{MN}) / \Phi^M$; $V^{NM} = (1 - P^{NM}) / \Phi^N$ (2)

где P^{MN} и P^{NM} – вероятность риска соответственно от принятия первого и второго решения; Φ^M и Φ^N – степень прогрессивности технологических процессов N и M.

С учетом (2) выражение (1) примет вид:

$$W^{MN} = \frac{(1 - P^{MN}) \Phi^N}{(1 - P^{NM}) \Phi^M}. \quad (3)$$

Если допустить, что степени прогрессивности обеих технологических процессов одинаковы, и в связи с тем, что свойство вероятностей противоположных событий $1 - P^{MN} = P^{NM}$ и $1 - P^{NM} = P^{MN}$ представляет вероятность превосходства качества технологического процесса N над M (и наоборот), то при $W^{MN} < 1$ принимается первое решение, при $W^{MN} > 1$ – второе, а при $W^{MN} = 1$ – третье.

Следовательно, задача принятия решения сводится к тому, чтобы на основании данных о качестве двух технологических процессов определить величины Φ^M , Φ^N , P^{MN} , P^{NM} и затем вычислить показатель W^{MN} . Исходными данными для расчета степени прогрессивности технологи-