6. *Снетков В.И., Снеткова А.В.* Обоснование размера фильтра при сглаживании горногеологических показателей способом скользящего среднего // Проблемы развития минеральной базы Восточной Сибири. Сб. научн. тр. – Иркутск, 2003, с.90-94.

7. *Снетков В.И., Снеткова А.В.* Теоретические основы сглаживания статистических рядов способом скользящей средней // Проблемы развития минеральной базы Восточной Сибири. Сб. научн. тр. – Иркутск, 2003, с. 111-120.

8. *Снетков В.И.* Динамическое прогнозирование параметров подсчёта запасов по слоям на глубину для жильных пегматитовых месторождений. - Маркшейдерский вестник. - 2005. -№2. – с. 36 - 41.

9. *Четыркин Е.М.* Статистические методы прогнозирования. - М.: Статистика, 1975. - 184 с.

Автор статьи:

Снетков
Вячеслав Иванович
- доц. каф. маркшейдерского дела
Иркутского Государственного технического университета

УДК 519. 21

А.В. Бирюков, П.А. Бирюков

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОНОПОЛИИ В РЕГУЛЯРНЫХ ГРАФАХ

Пусть G – связной граф с вершинами $x_1, \ldots, x_n$. Предположим, что в любой из моментов времени t=0,1,2,…каждая вершина может находиться в одном из двух состояний 0,1. Обозначим состояние вершины x_i в момент t через $x_i(t)$. Вектор $x_i(t)$. $=[x_1(t),\ldots, x_n(t)]$ назовем состоянием графа G в момент t.

Вершина x_i и все смежные с ней вершины образуют окрестность $B(x_i)$. Зададим правило перехода от состояния $x(t)$ к состоянию $x(t+1)$:

(**Т**): Если в момент t не менее половины вершин из окрестности $B(x_i)$ находились в состоянии 1, то $x_i(t+1)=1$; в противном случае $x_i(t+1)=0$.

Это правило определяет на графе G дискретную динамическую систему с пространством состояний $\{0,1\}^n$. Произвольно заданное начальное состояние $x(0)$ порождает траекторию, т. е. последовательность состояний, в которой каждое состояние $x(t+1)$ получается из предыдущего состояния $x(t)$ по правилу перехода (Т). Поскольку число возможных состояний конечно, любая траектория становится μ - периодической, начиная с некоторого t. В [1] показано, что период любой траектории равен 1 или 2. Это означает, что с некоторого момента t граф либо переходит в стационарное состояние $x(t) =x(t+1) =\ldots$, либо принимает два состояния поочередно.

Множество тех вершин, начальное состояние которых равно 1, называется динамической монополией (динамо) в графе G [2], если соответствующая траектория выходит на стационарное состояние (1,1, … ,1). Пусть $m(G)$ - наименьшее число вершин, образующих динамо в графе G, и $\mu(G)=m(G)/n$, где n – порядок G. В [2] для любого k построен граф G_k порядка $2k+3$, для которого $m(G_n)=3$. Таким образом, $\mu(G_k)\to 0$ при $k\to\infty$. Отметим, что граф G_k содержит вершины степени 1, 2, 3, k. Можно предположить, что в классе всех регулярных графов степени r значение $\mu(G)$ ограничено снизу некоторой положительной константой (зависящей от r).Мы докажем эту гипотезу для $r \le 4$. Случай $r =1$ тривиален. При $r=2$ граф G является простым циклом и легко проверить, что $\mu(G)>1/2$.

Пусть M – динамо в регулярном графе G степени $r \le 4$. Тогда любой цикл C графа G должен содержать хотя бы одну вершину из множества M. Действительно, если начальное состояние всех вершин цикла равно 0, то для любой вершины $x_i\in C$ по крайней мере три вершины из окрестности $B(x_i)$ находятся в состоянии 0 при t=0. Поскольку окрестность содержит не более пяти вершин, по правилу перехода вершина x_i остается при t=1 в состоянии 0. Аналогично, все вершины цикла остаются в состоянии 0 в любой момент t, что противоречит условию. Таким образом, хотя бы одна вершина цикла должна иметь начальное состояние 1. Тогда граф G-M , полученный удалением из G всех вершин множества M, не содержит циклов, т. е. представляет собой лес.

Пусть n – порядок графа G, m – число вершин множества M и q – число ребер графа G-M. Так как число ребер леса меньше числа его вершин [3], то $q<n-m$. С другой стороны, граф G имеет $r\cdot n/2$ ребер и удаление m вершин приводит к удалению не более, чем $r\cdot m/2$

ребер, поэтому $q \geq 0.5\ r \cdot n - r \cdot m$. Таким образом, $0.5\ r \cdot n - r \cdot m < n - m$ и, следовательно, $m > n(r-2)/(2r-2)$ для r=3,4. В частности, для кубических графов (т. е. для r=3) имеем оценку $\mu(G)$>1/4 . Эта оценка является точной. Например, если P_n - граф n-угольной призмы, то можно показать, что $m(P_n)=[(n+4)/2]$ при $n \neq 4$, т. е. $\mu(P_n) \to 1/4$ при $n \to \infty$. Для графов степени 4 получается оценка $\mu(G) \to 1/3$, но в этом случае вопрос о точности оценки остается открытым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goles E., Olivos J.* Periodic behaviour of generalized threshold functions. Discrete Math. 1980, v. 30, p. 187 - 189.

2. *Peleg D.* Size bounds for dynamic monopolies. Discrete Appl. Math. 1998, v. 86, p. 263 - 273.

3. *Харари Ф.* Теория графов. - М.: Мир, 1973.

Авторы статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич
– докт.техн. наук, проф., зав. каф.
высшей математики

Бирюков
Петр Альберович
- канд.физ.-мат.наук, доц.каф.
алгебры и геометрии КемГУ