

## ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

УДК 621.8

В. Н. Ермак

### МНОГОКРАТНЫЕ ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ БЕЗ ИЗБЫТОЧНЫХ СВЯЗЕЙ

Многократными параллелограммами названы механизмы, состоящие из нескольких шарнирных параллелограммов. Простейший из них изображён на рис. 1, а.

Это – сдвоенный параллелограмм. Параллелограммы образуют цепи  $ABCD$  и  $ADEF$ . Второй параллелограмм необходим для того, чтобы обеспечить передачу движения при складывании первого параллелограмма в одну прямую. Параллелограммные механизмы применяются для передачи вращения между двумя параллельными валами, а также для получения кругового поступательного движения. Это движение совершают шатуны  $BC$  и  $EF$ . В некоторых случаях, например в соломотрясах зерноуборочных комбайнов, требуется 4–5 звеньев с таким движением, и тогда число параллелограммов увеличивают.

Сдвоенный параллелограмм, представленный на одно из треугольных звеньев, например  $ABF$ , превращается в механизм, известный как строенный параллелограмм (рис. 1, б). Параллелограммы образуют цепи  $ADEF$ ,  $ADCB$  и  $BCEF$ . Строенный параллелограмм применяется для синхронного вращения сразу нескольких звеньев, например, шпинделей сверлильного или расточного станка. ШпинNELи приводятся в движение треугольным звеном  $CDE$ . Как сдвоенный, так и строенный параллелограммы образованы из одной и той же кинематической цепи (рис. 1, в) и на самом деле оба являются строенными параллелограммами. Разница состоит лишь в том,

что в случае сдвоенного параллелограмма эта цепь стоит на одном из двухшарнирных звеньев, а в случае строенного – на одном из трёхшарнирных. Несмотря на отмеченную общ-

ханизма по двумерной модели коэффициент при  $n$  становится равным 3.

Существуют и другие структурные формулы, однако для правильного решения зада-

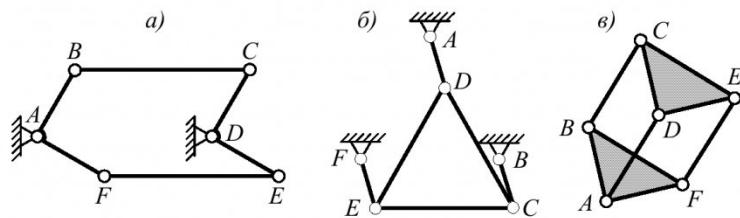


Рис.1

ность, далее эти механизмы называются по-разному.

Сдвоенный и строенный параллелограммы представляют собой классический пример механизмов с избыточной связью. При неточных звеньях, а абсолютно точных звеньев не существует, избыточные связи порождают в механизме внутренние напряжения, не обусловленные полезной нагрузкой. Кроме того, даже при высокой начальной точности эта точность в процессе эксплуатации теряется, поэтому задача устранения избыточных связей в параллелограммах и других механизмах всегда была и остаётся актуальной.

Общее количество избыточных связей  $q$  определяется по структурной формуле:

$$q = w + s - 6n ,$$

где  $w$  означает число степеней свободы механизма;  $s$  – число связей во всех кинематических парах;  $n$  – число подвижных звеньев. Формула применяется для трёхмерных моделей механизмов. При рассмотрении ме-

чи устранения избыточных связей структурных формул недостаточно, т. к. они не содержат информации о геометрии механизма. Эту геометрию приходится искать изобретательским путём.

Первые решения задачи, относящиеся к сдвоенным параллелограммам, можно найти в справочнике [1, схемы 609, 630]. Судя по тексту, поясняющему назначение механизмов, они создавались для передачи только возвратно-вращательного (качающегося) движения кривошипов. Во многих случаях требуются полнооборотные параллелограммы. Для такого применения указанные механизмы не годятся, т. к. существуют положения (фазы движения), в которых одна из связей переходит в разряд избыточных. В механизме 609 избыточная связь появляется, когда параллелограмм  $BCEF$  (рис. 1, а) складывается в одну прямую. В механизме 630 это происходит, когда возможные перемещения концов шатуна, прикреплённых к уравнительной цепи механиз-

ма, направлены перпендикулярно шатунам.

Решения, в которых избыточные связи отсутствуют во всех положениях, описаны в статье [2] и в авторском свидетельстве [3]. Задача намеренно решалась в двумерном пространстве (в одной плоскости), как наиболее трудная. В связи с такой целевой установкой применение результатов решения к существенно трёхмерным механизмам, например к соломотрясам, требует дополнительного творчества.

В 1981 г. Л. Н. Решетов с соавторами [4] казалось бы преодолел данное затруднение. Он сделал это, используя третье измерение. При этом в сдвоенный параллелограмм, показанный на рис. 1, а, был введен третий параллелограмм, а одному из двух вращающихся звеньев – коленчатому валу 2 – была предоставлена возможность движения вдоль шатунов 3...5 (рис. 2, а).

Механизм попал в энциклопедию «Машиностроение». Однако потенциальным разработчикам конструкции соломотряса следует иметь в виду, что данное решение не идеально: существуют два положения, когда одна из необходимых связей становится бездействующей, пассивной или, иначе, избыточной – со всеми вытекающими отсюда последствиями.

**Доказательство.** Точки крепления шатунов к коленчатым валам образуют

одинаковые «коленные» треугольники  $A_1C_1E_1$  и  $A_2C_2E_2$ , пересекающиеся с осями коленчатых валов под некоторым не прямым углом. Относительно вала 1 шатуны врачаются во взаимно параллельных «шатунных» плоскостях, перпендикулярных осям этого вала. Шатунные плоскости неизбежно пересекаются с непараллельной им плоскостью коленного треугольника  $A_1C_1E_1$ . Шатуны всегда параллельны друг другу, и если один из них оказался в плоскости «коленного» треугольника, то два других окажутся там же. Вместе с шатунами в той же плоскости окажется и второй коленный треугольник  $A_2C_2E_2$ . Таким образом, существует положение, когда все три шатуна и оба коленных треугольника оказываются в одной плоскости. Именно это положение показано на рис. 2, а. На виде б) показана проекция вала 1 и «коленного» треугольника на плоскость  $y-z$ .

В обсуждаемом положении механизма вал 2 и связанный с ним треугольник  $A_2C_2E_2$  получают возможность поворачиваться вокруг стороны  $A_2E_2$  на бесконечно малый угол  $d\varphi$ , что означает переход связи по линии  $C_1C_2$  в разряд пассивных, не удерживающих вал 2 от поворота вокруг  $A_2E_2$ , но создающих внутренние напряжения при неточных звеньях. Шатуны пересекают коленный треугольник два раза за оборот, следовательно, расположение шатунов и коленных тре-

угольников в одной плоскости повторяется дважды и столько же раз появляется в механизме избыточная связь, что и требовалось доказать.

Этот результат подтверждает и структурная формула:

$$q = w + s - 6n = 6 + 37 - 6 \cdot 7 = 1.$$

Входящее в формулу число степеней свободы  $w$  складывается из вращения вала 1 относительно стойки, мгновенной подвижности  $d\varphi$  вала 2 и возможности вращения звеньев 3, 4, 5, 6 вокруг своих продольных осей. Число связей  $s$  определено из того, что вал 1 и звено 7 образуют со стойкой пары с пятью связями, а все осталь-

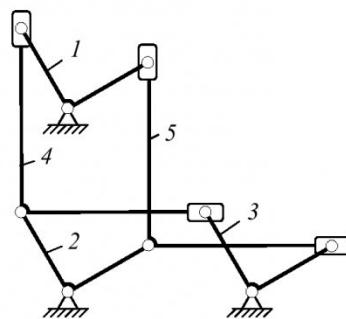


Рис.3

ные 9 пар являются сферическими и имеют по 3 связи.

Автор данной статьи обнаружил ошибку совсем недавно, когда один молодой соискатель учёной степени обратился с просьбой подтвердить безупречность изобретения [4] в отношении избыточных связей. Первоначально механизм был оценён автором как идеальный и соискатель подал заявку на изобретение, модифицирующее лишь кинематические пары шатуна. Спустя некоторое время, ошибка всё-таки вскрылась, что подтолкнуло к поискам и послужило поводом к написанию этой статьи.

Ошибка изобретения [4] представляется неустранимой, и автор обратился к самому первому своему решению (рис. 3), ориентированному на применение этого решения в механизме тройного параллелограмма. Механизм состоял из трёх V-образных кривошипов 1, 2, 3 и двух Г-образных шатунов 4, 5.

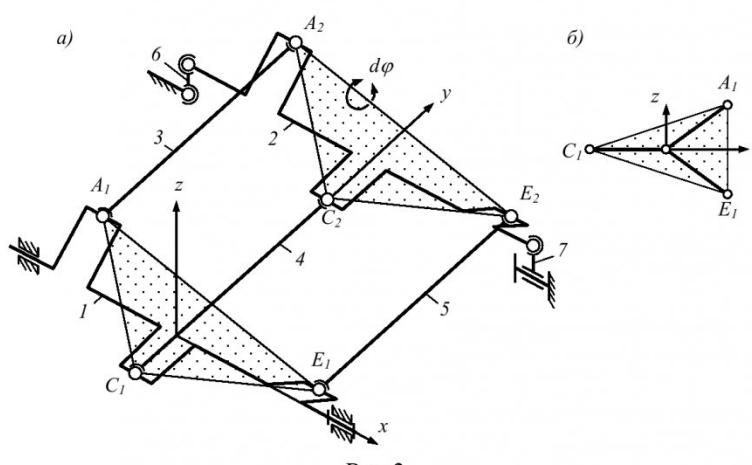


Рис.2

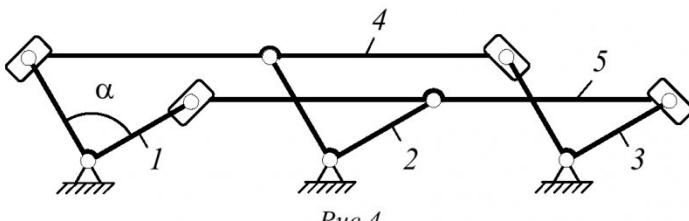


Рис. 4

Вместо шарниров шатуны имели на своих концах продолговатые пазы, расположенные как показано на рисунке. При рассмотрении механизма по двумерной модели число связей во вращательной паре равно двум, в пазовой паре типа 1, 4 равно единице. С учётом этого в рассматриваемом механизме число избыточных связей

$q = w + s - 3n = 1 + 14 - 3 \cdot 5 = 0$ , что и требовалось. Механизм был придуман (и даже изготовлен) до 1978 г., но его схема не была опубликована, т. к. было не ясно, где бы такой не компактный механизм мог найти применение.

После спрямления стойки и шатунов, а также изменения ориентации пазов механизм принял вид, приемлемый для применения в соломотрясе (рис. 4). Все это было придумано в декабре 2002 г. Параметры механизма  $w$ ,  $s$  и  $n$  остались прежними, поэтому и число избыточных связей осталось равным нулю. Чтобы оно оставалось таким в любой фазе движения механизма, необходимо и доста-

точно, чтобы оставалось неизменным число степеней свободы  $w$ : только оно может изменяться «на ходу». Перебором комбинаций возможных положений пазов из набора: горизонтально, вертикально, наклонно автор пришёл к выводу, что при угле  $\alpha=90^\circ$  (угле V-образности кривошипа) негодными являются комбинации, в которых оба паза расположены горизонтально, вертикально или – один горизонтально, другой вертикально. Пригодность принятой комбинации достаточно проверить только для тех фаз движения, в которых параллелограммы складываются в одну прямую. В данном случае таких фаз две (симметричные во внимание не принимаются). Одна соответствует горизонтальному положению одноимённых плеч кривошипов, другая соответствует слиянию шатунов 4, 5. В связи с этим работа по выявлению негодных решений оказывается несложной.

Как отмечалось выше, соломотряс нуждается в четырёхпяти шатунах. Добавочные ша-

туны вводятся в данную схему путём присоединения их только к крайним кривошипам 1, 3 с соответствующим увеличением числа колен в этих кривошипах. Чтобы каждый из добавочных шатунов имел только необходимые связи с кривошипами, к одному из них шатун должен присоединяться шарнирно, к другому – посредством паза, расположенного вдоль шатуна. В этом отношении присоединение шатунов не отличается от принятого в изобретении [4]. Таким образом, обсуждаемый механизм может быть применён в соломотрясе в качестве его активной (движущей) части.

Однако для этого необходимо провести ещё некоторые исследования. Так, например, не ясно, является ли оптимальным угол наклона пазов в  $45^\circ$ , как это показано на рисунке. Целью оптимизации должна быть минимизация сил, действующих в пазовых кинематических парах, обладающих наименьшей несущей способностью по сравнению с прочими парами механизма. Судьба механизма зависит и от качества конструкторской проработки. Автор надеется, что если предложенный механизм и не найдёт практического применения, то, по крайней мере, может породить другие более совершенные идеи устранения избыточных связей в многократных параллелограммах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И. И. Механизмы в современной технике, т. 1. М.: Наука, 1970.
2. Ермак В. Н. Мои маленькие итоги (совершенствование механизмов и их теории). – Вестник КузГТУ, № 5, 2000.
3. Ермак В. Н. Механизм с параллельными шатунами. – Авт. свид. № 724847. Бюлл. изобретений № 12, 1980.
4. Решетов Л. Н., Каганова В. В., Шумаков Б. В. Соломотряс. – Авт. свид. № 950237. Бюлл. изобретений № 30, 1982.

□ Автор статьи:

Ермак  
Владимир Николаевич  
- канд. техн. наук, доц. каф. прикладной механики