

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 539.30.45(075)

В.А. Тесля

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ ОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ ОТ ДЕЙСТВИЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ НАГРУЗОК

Задача определения напряжений от действия сосредоточенной силы P нормально приложенной к ограничивающей полупространство плоскостью впервые была решена Ж. Буссинеском [1]. Основной предпосылкой при определении напряжений принято, что радиальные напряжения σ_R пропорциональны $\cos\varphi$ и обратно пропорциональны квадрату расстояния от точки приложения сосредоточенной силы $-R^2$, т.е.

$$\sigma_R = A \cdot \cos\varphi / R^2, \quad (1)$$

где A – коэффициент, который можно определить из условия равновесия. Принимая вертикальные напряжения $\sigma_z = \sigma_R \cos\varphi$, из условия равновесия определяем значение коэффициента A (рис.1).

$$P = 2\pi A \int_0^{0.5\pi} \cos^2\varphi \sin\varphi d\varphi = \frac{2\pi A}{3}, \quad (2)$$

откуда значение $A = \frac{3P}{2\pi}$, а радиальные напряжения

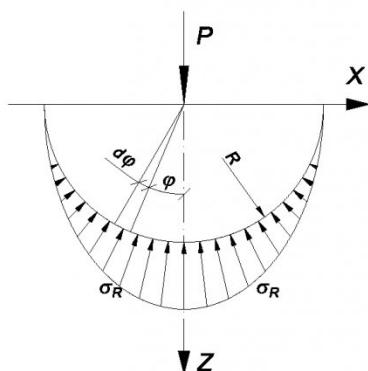


Рис.1. К определению напряжений σ_R

$$\sigma_R = \frac{3P \cdot \cos\varphi}{2\pi R^2}, \quad (3)$$

Задача определения напряжений в этом случае носит явно выраженный пространственный характер. При этом вертикальные напряжения равны $\sigma_z = \sigma_R \cos\varphi$, а горизонтальные $\sigma_x = \sigma_R \sin\varphi$. Для сжатых продольной нагрузкой элементов влияние горизонтальных напряжений σ_x не является определяющим, тем более они незначительные по величине, по центральной оси они отсутствуют и незначительно возрастают по краям элемента.

При определении σ_z для цилиндрических элементов радиусом r , потребуется отыскание вертикальной составляющей по фактическому сечению πr^2 и второй составляющей нагрузки, которая находится за пределами фактического сечения. Первая при $r = R \sin\varphi$ равна

$$V_1 = 2\pi R^2 \int_0^{\varphi_0} \sigma_R \cos\varphi \sin\varphi d\varphi \\ = -P(\cos^3\varphi_0 - 1), \quad (4)$$

вторая виртуальная в пределах от φ_0 до $\pi/2$ будет равна

$$V_2 = P \cos^3\varphi_0, \quad (5)$$

Виртуальная часть нагрузки по определению находится как бы за пределами сечения, что не соответствует действительности, так как сечение воспринимает всю нагрузку увеличивая тем самым постоянную часть напряжений. Напряжения от нагрузки V_1 при разных значениях φ и z , где z – расстояния

по длине элемента будут определяться

$$\sigma_{z1} = \frac{3P \cos^4\varphi}{2\pi z^2}, \quad (6)$$

Таким образом, суммарные напряжения σ_z от действия сосредоточенной силы P будут иметь значения

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left(\frac{\cos^3\varphi_0}{r^2} + \frac{3 \cos^4\varphi}{2 z^2} \right) \quad (7)$$

Изменение напряжений в горизонтальной плоскости круглого цилиндрического элемента на разных расстояниях z от точки приложения силы P показаны на рис.2.

Виртуальная часть нагрузки, которая определяется по формуле $V_2 = P \cos^3\varphi_0$, где φ_0 изменяется от расстояния z . При

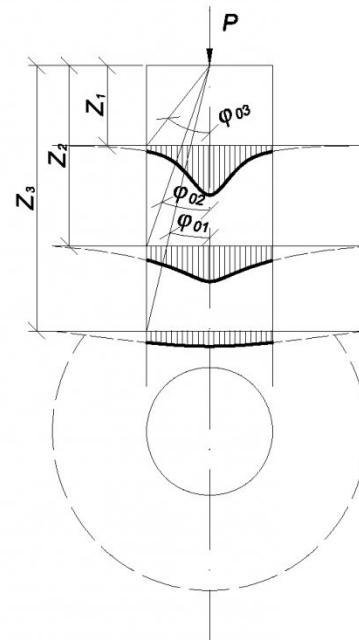
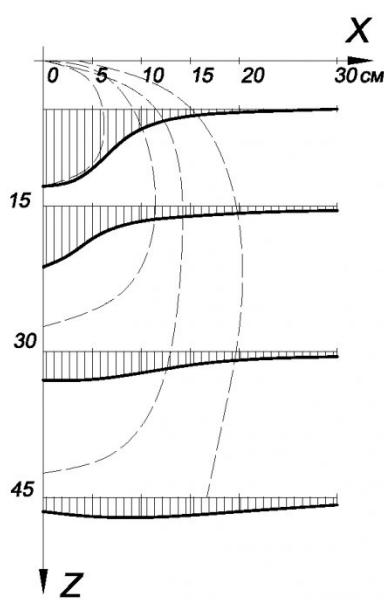


Рис.2. Напряженное состояние цилиндрического элемента

Рис. 3. Напряжения σ_z в круглом элементе

уменьшении φ_0 эта часть нагрузки возрастает, суммарные напряжения σ_z увеличиваются и «выравниваются». Пиковая часть исчезает, сечение нагружается более равномерно с напряжениями близкими по величине к $P/\pi r^2$.

Проследим изменение напряженного состояния на примере загружения круглого элемента радиусом $r = 30$ см силой $P=1000$ кгс. В дальнейшем можно применить этот пример для расчета элементов с другими исходными параметрами. В приведенном примере напряжения определялись в точках с координатами $x = 0, 5, 10, 15, 20$ и 30 см и по высоте $z = 5, 15, 30$ и 45 см (рис.3). Напряжения σ_z , определенные по формуле (7), приведены в табл. 1.

Изменение напряжений по периметру при $x=30$ см и по центру не одинаково по высоте элемента. По грани они возрастают, по центру резко падают, особенно это четко просматривается на уровне где $z=45$ см. На этом уровне напряжения по грани элемента возросли более чем в 17 раз по сравнению с напряжениями на уровне $z=5$ см. Величина средних значений на-

Таблица 1 ($\text{кгс}/\text{см}^2$)

	0	5	10	15	20	30 см
19,111	3,395	0,767	0,194	0,052	0,0176	
2,154	1,750	1,082	0,413	0,318	0,099	
0,620	0,614	0,518	0,423	0,328	0,184	
0,442	0,437	0,397	0,373	0,349	0,302	

происходит по любому из радиальных направлений. Такое напряженное состояние для элементов прямоугольного или квадратного сечений необходимо учитывать при армировании железобетонных элементов, воспринимающих сосредоточенную нагрузку через закладные детали, имеющие размеры меньшие чем поперечное сечение, на которые действует нагрузка.

Напряжения σ_z в этом случае будем определять из условия изменения в вертикальной плоскости радиальных напряжений σ_R по закономерности - пропорционально $\cos\varphi$ и обратно пропорционально расстоянию R от оси закладной детали до точек, где определяются напряжения, что соответствует плоскостному напряженному состоянию при действии сосредоточенной нагрузки. При этом ширина опорной плоскости равна единице:

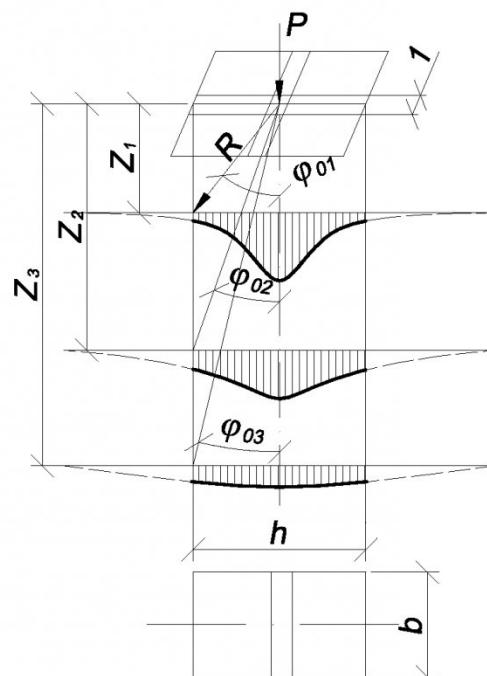
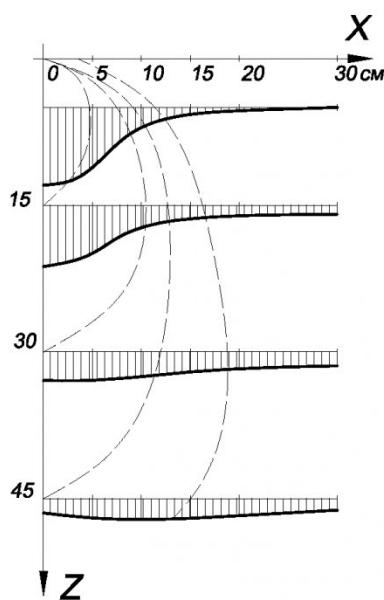


Рис. 4. Напряженное состояние прямоугольного элемента

Рис.5. Напряжения σ_z в прямоугольном элементе

$$0,5P=R \int_0^{0.5\pi} \sigma_R \cos\varphi d\varphi, \quad (8)$$

где

$\sigma_R = A \cos\varphi / R$ и $A = 2P/\pi$,
тогда радиальные напряжения

$$\sigma_R = \frac{2P \cdot \cos^3 \varphi}{\pi R}, \quad (9)$$

выражая $R=z/\cos\varphi$ и $\sigma_z = \sigma_R \cos\varphi$, определяем напряжения по ширине, равной единице

$$\sigma_z = \frac{2P \cdot \cos^3 \varphi}{\pi \cdot z}. \quad (10)$$

Как и для цилиндрического элемента, вертикальные напряжения σ_z в рассматриваемом случае концентрируются по центральной оси при малых значениях z и выравниваются при увеличении z .

Вертикальная составляющая нагрузки по фактическому сечению элемента будет равна

$$V_1 = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{1}{2} \varphi_0 + \frac{1}{4} 2\varphi_0 \right], \quad (11)$$

а виртуальная ее часть, которая находится за пределами сечения

$$V_2 = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_0}{2} - \frac{\sin 2\varphi_0}{4} \right]. \quad (12)$$

В этом случае суммарные напряжения σ_z по сечению $0,5hb$ будет определяться при $0,5P$

Таблица 2 (кгс/см ²)					
0	5	10	15	20	30 см
4,2471	1,5018	0,3778	0,1362	0,0611	0,0191
1,4376	1,2326	0,8430	0,5225	0,3276	0,1479
0,8085	0,7798	0,7060	0,6080	0,5089	0,3510
0,6591	0,6478	0,6272	0,5908	0,5540	0,4624

точки с одинаковыми значениями напряжений σ_z (далее по тексту - изостаты). На рис. 3 и 4 они показаны пунктирными линиями. По изостатам наглядно прослеживается напряженное состояние по вертикали элементов. Это позволяет принимать соответствующие решения по усилению сильно нагруженных участков сечений дополнительных косвенным армированием, если речь идет о железобетонных конструкциях. Подобная картина наблюдается в колоннах промышленных зданий, которые воспринимают большие сосредоточенные нагрузки от веса покрытий и снеговых отложений. Для зданий пролетом 18 м при шаге несущих конструкций 6 м – сосредоточенная нагрузка составляет более 20 т.

Согласно требований норм п. 5.24 [2] усиление нагруженных участков рекомендуется выполнять виде сварных сеток для квадратных или прямоугольных сечений и спиральной арматурой цилиндрических элементов. Повышение несущей способности сжатых элементов с косвенной арматурой происходит за счет ограничения поперечных деформаций бетонного ядра элементов. Как спиральная арматура, так и стержни сеток работают, в этом случае на растяжение чем препятствуют поперечному расширению бетона. Это происходит до тех пор, пока напряжения в косвенной арматуре не достигнут предела текучести.

В целях гарантированного бетонирования с вибрацией обычно по длине элемента от его нагруженного торца устанавливают не более четырех сварных сеток с шагом 60...150 мм. и не более 1/3 размера меньшей стороны сечения. Раз-

Соединим по вертикали

мер ячеек сетки принимают 45...100 мм. и не более 1/4 меньшей стороны сечения при диаметре стержней сетки до 14 мм. Для элементов круглого сечения расстояние между витками спиралей должно быть от 40 до 100 мм и не более 1/5 диаметра ядра элемента, охваченного спиралью. Но при этом размер ячейки сеток, длина армирования по высоте элемента нормами не регламентируется.

Определение напряжений и их анализ по предлагаемой

выше методике позволяет определяться конструктивным решением сеток косвенного армирования – их количеством и расположением по длине элемента. Первые сетки от торца элемента необходимо принимать при минимально допустимых размерах ячеек, последние – нижние при максимальных размерах. Аналогично по их расположению – первые от торца с минимальным шагом, последние с максимально допустимым. Количество сеток определяется расстоянием,

которое должно быть не менее 1,5 – кратного меньшего размера сечения элемента. На эту длину необходимо применять и спиральную арматуру для элементов круглого сечения. Предел армирования по длине элемента принимается до сечений, где напряжения σ_z «уравниваются» и становятся близкими по сравнению с обычным их определением путем деления силы Р на площадь поперечного сечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.П. Тимошенко, Дж. Гудье. Теория упругости, издательство «Наука». – М.: 1976. – С.575
2. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1996. с.75.

Автор статьи:

Тесля
Виктор Андреевич
- доцент каф. строительных
конструкций