УДК 622.807.2

Ю. И. Липин

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРЫ ВАЛА ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ЕГО РАБОТЕ В АВАРИЙНОМ РЕЖИМЕ

При расследовании аварий на угольных шахтах большое значение имеет выяввление причины опасной ситуации.Так, в Кузбассе на ш. «Чертинская» при всасывающем проветривании тупиковой выработки произошла вспышка метана. Возникла гипотеза о том, что источником зажигания послужил вал вентилятора, нагревшийся из-за выхода из строя подшипника в муфте, соединяющей валы двигателя и вентилятора, т. к. сломанный подшипник при трении о вал может быть тепловым источником. При решении этого вопроса, если реальная картина не совсем ясна, целесообразно принимать только такие допущения, которые не снижают опасности ситуации. Например, в данном случае принимается, что осуществляются два других условия вспышки метана: достаточные: продолжительность контакта источника зажигания с метаном и энергия зажигания .

Пусть источник тепла в месте поломки подшипника является стационарным, и его мощность равна мощности двигателя. Половина теплового потока направлена к вентилятору, половина - к двигателю. Одна часть теплового потока уходит на нагревание металла вала, другая часть отдается в окружающую среду вследствие обтекания воздухом вращающегося вала. Поэтому уравнение баланса тепловой энергии (уравнение теплопроводности) для вала имеет вид :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + g\,, \quad (1)$$

где $x = 0$, $t = 0$ соответствуют месту и времени поломки подшипника, ось Ox направлена к вентилятору;

T – температура вала в точке x в момент времени t;

λ, ρ, c – теплопроводность, плотность, теплоемкость стали вала, соответственно;

g – количество тепла, отдаваемое в воздух единичным объемом вала в единицу времени.

Если обозначить через D – диаметр вала, T_0 – температуру воздуха и принять коэффициент теплоотдачи $\alpha = 5{,}6 + 4V$ [1], где V - линейная скорость вращения вала, то $g = 4\,\alpha\,(T - T_0)\,/\,D$.

Уравнение (1) принимает вид:

$$a^2\,\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial U}{\partial t} + \beta U\,, \quad (2)$$

где $\beta = \dfrac{4\alpha}{D\rho\rho}$, $a^2 = \lambda/\rho/c$ – температуропроводность, $U = T - T_0$.

Уравнение (2) в изображениях по Лапласу имеет вид:

$$a^2\,\frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial x^2} = \overline{U}\,(p+\beta)\,, \quad (3)$$

где учтены нулевые начальные условия.

Общим решением этого уравнения является выражение:

$$\overline{U} = c_1 \exp\left(\frac{x\sqrt{p+\beta}}{a}\right) + c_2 \exp\left(-\frac{x\sqrt{p+\beta}}{a}\right). \quad (4)$$

Краевым условиям

$$\overline{U}\Big|_{x=0} = 0\,,$$

$$-\lambda S \frac{d\overline{U}}{dx}\Big|_{x=0} = \frac{P}{p},$$

(S - площадь поперечного сечения вала) удовлетворяет частное решение :

$$\overline{U} = \frac{Pa}{\lambda S\,p\sqrt{p+\beta}}\,exp\left(\frac{x\sqrt{p+\beta}}{a}\right). \quad (5)$$

Оригиналом (5), т. е. решением (2) , является неберущийся интеграл

$$U(t, x) = \frac{Pa}{\lambda S\,p\sqrt{\pi}} \int_0^t exp\left[-\left(\beta\tau + \frac{x^2}{4a^2\tau}\right)\right] / \sqrt{\tau}\cdot d\tau. \quad (6)$$

Пример. Определить температуру вала на входе в корпус вентилятора при следующих данных: диаметр вала D =0,215 м , угловая скорость вращения вала n =3000 об /мин, мощность двигателя N = 132 кВт, температура воздуха T_0= 10°С, время работы двигателя в аварийном режиме t =21600 с (рабочая смена), расстояние от муфты до корпуса вентилятора x = 0, 24 м, λ = 47 Вт/м / к, ρ = 7800 кг/ м^3, c = 500 Дж /кг/ к.

Для вычисления по формуле (6) предварительно определяются следующие величины:

$\rho = N / 2 = 66000$Вт,

$a = \sqrt{\lambda / \rho / c} = 0{,}347\ /100$ м $/\sqrt{c}$, $S = \pi\ D^2/4 = 0{,}036$ м^2, α =140,7 Вт/м^2/ к, β =67/10^5/ с, a^2 =0,12 /10^4 м^2/с.

При вычислении $U\ (x,\ t)$ в при x =0,24 м и t =21600 с по формуле (6) методом трапеций [2] с шагом $\Delta\tau$=1 с получено U =38°С.

Соответственно, температура вала на входе в корпус вентилятора не может превышать $T = U + T_0$ = 48°С, что исключает опасность вспышки метана в корпусе вентилятора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кухлинг Х.* Справочник по физике. Пер. с нем. - М.: Мир, 1983 . -520с.
2. *Калиткин Н.Н.* Численные методы . – М.: Наука, 1978.- 512 с.

Автор статьи:

Липин
Юрий Иванович
- докт. техн. наук, доц.каф. высшей математики

УДК 519. 21

А.В. Бирюков

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ ХАОСЕ

Источником геометрического хаоса являются случайные разбиения плоскости или пространства. Примером могут служить географические карты, коммуникационные сети, естественная блочность породных массивов и другие.

Числовые характеристики геометрического хаоса можно конструировать различными способами. Наибольшей чувствительностью к вариации хаоса обладает энтропия закона распределения некоторой случайной величины, связанной с картиной разбиения.

Рассмотрим разбиение плоскости случайными прямыми с равномерным распределением их параметров. При этом исключим случаи с нулевой вероятностью, а именно случай параллельных прямых и случай пересечения трех прямых в одной точке.

Пусть n – число случайных прямых, m – число образованных полигонов, x – число сторон полигона, $m(x)$ - число полигонов с x сторонами, $p(x)=m(x)/m$ - относительная частота (вероятность) встречи полигона с x сторонами. Между числом полигонов и числом случайных прямых имеет место соотношение

$$m=(n^2+n+2)/2 .$$

У случайно выбранного полигона число его сторон x есть случайная величина, имеющая дискретное распределение с вероятностями $p(x)$. Математическое ожидание (среднее значение) этой случайной величины обозначим через x_0 и найдем его из следующих соображений.

На каждой случайной прямой имеется $n-1$ точек ее пересечения с остальными прямыми и, следовательно, $n-2$ отрезков, каждый из которых служит общей стороной двух полигонов. Поэтому общее число сторон полигонов равно $2n(n-2)$.

Таким образом, величина x_0 равна отношению:

$$x_0 = 4n(n-2)/(n^2+n+2),$$

которое стремится к четырем при неограниченном увеличении числа случайных прямых.

Основные свойства закона распределения случайной величины x можно наблюдать по результатам опытов с разбиением плоскости случайными прямыми (см. таблицу).

Прежде всего отметим, что в каждом опыте вероятности монотонно убывают. С высокой точностью это эмпирическое распределение аппроксимирует экспоненциальный закон

$$P(x)=4\cdot 2^{-x} .$$

В качестве числовой характеристики геометрического хаоса примем энтропию этого закона, определяемую формулой:

$$v = -\sum p(x) log_2 p(x),$$

где суммирование проводится по всем значениям x от 3 до бесконечности. Подставляя сюда значения вероятности, получим

$$v = 4\sum x \cdot 2^{-x} - 8\sum 2^{-x}.$$

Первая из этих сумм есть математическое ожидание случайной величины x и, как было установлено, равна четырем, а вторая равна двум (сумма членов геометрической прогрессии). Таким образом, с увеличением числа случайных прямых и соответствующем увеличением значений случайной величины x энтропия разбиения возрастает, асимптотически стремясь к двум. Поскольку $p(3)=0.5$, то

$$v \in [0; 2] .$$

Левая граница отрезка (минимальное значение энтропии) соответствует случаю, когда разбиение содержит лишь треугольники (случай триангуля-

Таблица

n	10	15	20	25	30
m	54	121	208	315	463
x_0	3,94	3,95	3,96	3,97	3,98
$p(3)$	0,48	0,51	0,50	0,52	0,55
$p(4)$	0,22	0,26	0,25	0,28	0,25
$p(5)$	0,14	0,15	0,15	0,12	0,10
$p(6)$	0,10	0,05	0,06	0,06	0,07
$p(7)$	0,06	0,03	0,04	0,02	0,03