

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кухлинг Х. Справочник по физике. Пер. с нем. - М.: Мир, 1983 . -520с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы . – М.: Наука, 1978.- 512 с.

□ Автор статьи:

Липин
Юрий Иванович
- докт. техн. наук, доц. каф. выс-
шей математики

УДК 519. 21

А.В. Бирюков

О ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ ХАОСЕ

Источником геометрического хаоса являются случайные разбиения плоскости или пространства. Примером могут служить географические карты, коммуникационные сети, естественная блочность породных массивов и другие.

Числовые характеристики геометрического хаоса можно конструировать различными способами. Наибольшей чувствительностью к вариации хаоса обладает энтропия закона распределения некоторой случайной величины, связанной с картиной разбиения.

Рассмотрим разбиение плоскости случайными прямыми с равномерным распределением их параметров. При этом исключим случаи с нулевой вероятностью, а именно случай параллельных прямых и случай пересечения трех прямых в одной точке.

Пусть n – число случайных прямых, m – число образованных полигонов, x – число сторон полигона, $m(x)$ - число полигонов с x сторонами, $p(x)=m(x)/m$ - относительная частота (вероятность) встречи полигона с x сторонами. Между числом полигонов и числом случайных прямых имеет место соотношение

$$m=(n^2+n+2)/2.$$

У случайно выбранного полигона число его сторон x есть случайная величина, имеющая дискретное распределение с

вероятностями $p(x)$. Математическое ожидание (среднее значение) этой случайной величины обозначим через x_0 и найдем его из следующих соображений.

На каждой случайной прямой имеется $n-1$ точек ее пересечения с остальными прямыми и, следовательно, $n-2$ отрезков, каждый из которых служит общей стороной двух полигонов. Поэтому общее число сторон полигонов равно $2n(n-2)$.

Таким образом, величина x_0 равна отношению:

$$x_0 = 4n(n-2)/(n^2 + n + 2)$$

которое стремится к четырем при неограниченном увеличении числа случайных прямых.

Основные свойства закона распределения случайной величины x можно наблюдать по результатам опытов с разбиением плоскости случайными прямыми (см. таблицу).

Прежде всего отметим, что в каждом опыте вероятности монотонно убывают. С высокой точностью это эмпирическое распределение аппроксимирует экспоненциальный закон

$$P(x)=4 \cdot 2^{-x}.$$

В качестве числовой характеристики геометрического хаоса примем энтропию этого закона, определяемую формулой:

$$v = -\sum p(x) \log_2 p(x),$$

где суммирование проводится по всем значениям x от 3 до бесконечности. Подставляя сюда значения вероятности, получим

$$v = 4 \sum x \cdot 2^{-x} - 8 \sum 2^{-x}.$$

Первая из этих сумм есть математическое ожидание случайной величины x и, как было установлено, равна четырем, а вторая равна двум (сумма членов геометрической прогрессии). Таким образом, с увеличением числа случайных прямых и соответствующем увеличением значений случайной величины x энтропия разбиения возрастает, асимптотически стремясь к двум. Поскольку $p(3)=0.5$, то

$$v \in [0; 2].$$

Левая граница отрезка (минимальное значение энтропии) соответствует случаю, когда разбиение содержит лишь треугольники (случай триангуля-

Таблица

n	10	15	20	25	30
m	54	121	208	315	463
x_0	3,94	3,95	3,96	3,97	3,98
$p(3)$	0,48	0,51	0,50	0,52	0,55
$p(4)$	0,22	0,26	0,25	0,28	0,25
$p(5)$	0,14	0,15	0,15	0,12	0,10
$p(6)$	0,10	0,05	0,06	0,06	0,07
$p(7)$	0,06	0,03	0,04	0,02	0,03

ции плоскости). Значение $v=2$ асимптотически достигается при бесконечном множестве

значений случайной величины x , т. е. при наличии в картине разбиения полигонов с любым

числом сторон.

УДК 519. 21

А.В. Бирюков

ДРОБЛЕНИЕ ПОРОД ВЗРЫВОМ

Осадочные породы угольных месторождений делят на 5 категорий [1]. При этом классификационным признаком служит предел прочности пород при одноосном сжатии P , измеряемый в мегапаскалях. Если N - номер категории, то классификация имеет вид:

$N :$	1	2	3	4	5
$P :$	40	60	80	100	120

откуда непосредственно следует, что $P=20(N+1)$.

Процесс дробления сопровождается, как известно, образованием новой поверхности. Пусть S - суммарная площадь поверхности частиц (продуктов дробления) в единичном объеме, $\text{м}^2/\text{м}^3$. Тогда имеет место соотношение [2] $S=C/D$, где D - средневзвешенный по площади поверхности диаметр частиц, м; C - мера сферичности частиц, обладающая незначительной вариацией с центром распределения $C=10$.

Введем следующие обозначения: A - энергия дробления, приходящаяся на единичный объем, $\text{кдж}/\text{м}^3$; E - энергоемкость дробления, равная количеству энергии, затрачиваемой на образование единицы площади новой поверхности, $\text{кдж}/\text{м}^2$. При этом имеем соот-

ношение: $A=SE=10 E / D$.

Лабораторными исследованиями установлено [3], что энергоемкость дробления пропорциональна пределу прочности пород с коэффициентом пропорциональности 0,1 и, следовательно,

$$E=0.1 P=2(N+1), \\ A=20 (N+1)/D.$$

При взрывном дроблении лишь доля энергии взрывчатых веществ затрачивается непосредственно на дробление, т. е. на образование новой поверхности. Эту долю определяет коэффициент полезного (дробящего) действия взрыва K .

Пусть Q - удельный расход взрывчатых веществ, $\text{кг}/\text{м}^3$; W - энергетический потенциал взрывчатых веществ, $\text{кдж}/\text{кг}$. Тогда получаем $A=KWQ$.

Статистический анализ результатов промышленных взрывов показывает, что коэффициент полезного действия взрыва с небольшой вариацией в среднем равен 0,05 [3], а энергетический потенциал промышленных взрывчатых веществ также с незначительным отклонением составляет $4 \cdot 10^3$ кдж/кг. Подставляя эти значения, находим, что $D=(N+1) / 10Q$.

Для каждой категории по-

род определены рациональные значения удельного расхода взрывчатых веществ [1], равные соответственно 0,35; 0,50; 0,70; 0,90; 1,10. Им отвечают рациональные значения крупности дробления D , равные 0,57; 0,60; 0,57; 0,55; 0,55. Из приведенных данных видно, что рациональная крупность дробления пород по категориям практически постоянна.

Удельный расход взрывчатых веществ является основным фактором, определяющим крупность взрывного дробления пород и влияющим на производительность горного оборудования. Кроме этого на значение величины D оказывает влияние множество других факторов таких, как диаметр скважинных зарядов, тип взрывчатых веществ и другие. Однако, как показывает анализ результатов промышленных взрывов, совокупное влияние этих факторов на выходной параметр D оказывается незначимым (случайным), что доказывает адекватность найденной прогнозной модели взрывного дробления пород.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бирюков А.В., Ташкинов А.С. Статистические модели в процессах горного производства / Кемерово: Межвузиздат, 1993.
2. Бирюков А.В., Батугин С.А. Гранулометрия геоматериалов / Новосибирск, Наука, 1989.
3. Бирюков А.В. Гранулометрия горных пород при взрывном разрушении / Дисс. ... докт. техн. наук. Институт угля, СО РАН, 1991.

□ Автор статей:

Бирюков
Альберт Васильевич
- докт. техн. наук, проф.,
зав. каф. высшей математики