АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ

УДК 656.072

М.Е.Корягин

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОТОКА ТРАНСПОРТА НА ДВУХ МАРШРУТАХ С УЧЕТОМ ЗАТРАТ ВРЕМЕНИ ПАССАЖИРОВ

Перевозка пассажиров городским транспортом является одной из важнейших задач экономики. Особую роль при оптимизации движения транспортных средств по городским маршрутам играют потери времени пассажиров. Главный показатель здесь - это потери пассажирочаса [2]. Поэтому при оптимизации работы городского пассажирского транспорта необходимо учитывать не только затраты транспорта, но и социально-экономический аспект, связанный с простоями пассажира на остановочных пунктах [1].

При увеличении интервала движения транспортных средств по данному маршруту возрастают затраты времени пассажиров, но сокращаются расходы транспорта и наоборот.

Необходим компромисс между социально-экономической значимостью пассажирских перевозок и расходами транспорта (ограничимся двумя маршрутами).

Содержательное описание проблемы

Для описания процесса перевозок выделим три пассажиропотока:

1) перевозимый транспортными средствами только первого маршрута.

2) перевозимый транспортными средствами только второго маршрута.

3) перевозимый транспортными средствами обоих маршрутов.

При наличии информации о себестоимости одного рейса на каждом маршруте и стоимости пассажирочаса может быть поставлена задача поиска оптимальных интервалов движения транспорта по двум маршрутам.

Обозначим :

λ_1 , λ_2 и λ_0 - интенсивности упомянутых пассажиропотоков ;

μ_1 , μ_2 - искомые интенсивности пуассоновского потока транспортных средств по соответствующему маршруту в единицу времени;

γ – стоимость пассажирочаса;

α_1 , α_2 – себестоимости одного рейса по маршруту.

Если потоки транспортных средств пуассоновские, не зависят друг от друга и от потоков пассажиров, то доля пассажиропотока, перевозимого каждым маршрутом, пропорциональна его интенсивности движения. Поэтому средние потери времени пассажиров в единицу времени на соответствующем маршруте:

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\lambda_0}{\mu_1+\mu_2} \tag{1}$$

$$\frac{\lambda_2}{\mu_2}+\frac{\lambda_0}{\mu_1+\mu_2} \tag{2}$$

Рассчитаем оптимальные интервалы движения транспорта при условии:

$$\alpha_1=\alpha_2=\alpha \tag{3}$$

Целевая функция (затраты пассажиров и транспорта):

$$f(\mu)=\gamma\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1}+\frac{\lambda_2}{\mu_2}+\frac{\lambda_0}{\mu_1+\mu_2}\right)+ \\ +\alpha\mu_1+\alpha\mu_2\to\min_{\mu} \tag{4}$$

Можно показать единственность искомого минимума и что в точке оптимума:

$$\gamma\left(-\frac{\lambda_1}{\mu_1^2}-\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^2}\right)+\alpha=0 \quad; \tag{5}$$

$$\gamma\left(-\frac{\lambda_2}{\mu_2^2}-\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^2}\right)+\alpha=0 \quad, \tag{6}$$

откуда имеем

$$\frac{\lambda_2}{\mu_2^2}=\frac{\lambda_1}{\mu_1^2} \tag{7}$$

Выразив μ_2 из (7) и подставив в (5), получим:

$$\gamma\left[-\frac{\lambda_1}{\mu_1^2}-\frac{\lambda_0}{\mu_1^2\left(1+\sqrt{\lambda_2/\lambda_1}\right)^2}\right]+\alpha=0 \tag{8}$$

Таким образом, оптимальное решение:

$$\mu_1=\sqrt{\frac{\gamma\lambda_1\left(\lambda_1+\lambda_2+2\sqrt{\lambda_2\lambda_1}+\lambda_0\right)}{\alpha\left(\lambda_1+\lambda_2+2\sqrt{\lambda_2\lambda_1}\right)}}\,; \tag{9}$$

$$\mu_2=\sqrt{\frac{\gamma\lambda_2\left(\lambda_1+\lambda_2+2\sqrt{\lambda_2\lambda_1}+\lambda_0\right)}{\alpha\left(\lambda_1+\lambda_2+2\sqrt{\lambda_2\lambda_1}\right)}}\,. \tag{10}$$

При нарушении (3) не удается получить оптимальных интервалов движения в аналитической

Таблица

Реализации метода Ньютона

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
μ_1	1	1,473	2,123	2,926	3,712	4,187	4,2982	4,3028	4,3028
μ_2	1	1,471	2,114	2,897	3,640	4,061	4,1484	4,1514	4,1514

форме. Необходимо численное решение, для чего воспользуемся методом Ньютона [3]:

$$f_1(\mu)=\frac{\partial f(\mu)}{\partial \mu_1}=\gamma\left(-\frac{\lambda_1}{\mu_1^2}-\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^2}\right)+\alpha_1;$$

$$f_2(\mu)=\frac{\partial f(\mu)}{\partial \mu_2}=\gamma\left(-\frac{\lambda_2}{\mu_2^2}-\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^2}\right)+\alpha_2;$$

$$f_{1,1}(\mu)=\frac{\partial^2 f(\mu)}{\partial \mu_1 \partial \mu_1}=2\gamma\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1^3}+\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^3}\right);$$

$$f_{2,2}(\mu)=\frac{\partial^2 f(\mu)}{\partial \mu_2 \partial \mu_2}=2\gamma\left(\frac{\lambda_2}{\mu_2^3}+\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^3}\right);$$

$$f_{1,2}(\mu)=\frac{\partial^2 f(\mu)}{\partial \mu_1 \partial \mu_2}=2\gamma\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^3};$$

Определитель матрицы вторых производных:

$$D(\mu)=4\gamma^2\left(\left(\frac{\lambda_2}{\mu_2^3}+\frac{\lambda_1}{\mu_1^3}\right)\frac{\lambda_0}{(\mu_1+\mu_2)^3}+\frac{\lambda_2}{\mu_2^3}\frac{\lambda_1}{\mu_1^3}\right)$$

Таким образом, запишем итерационный алгоритм Ньютона по k:

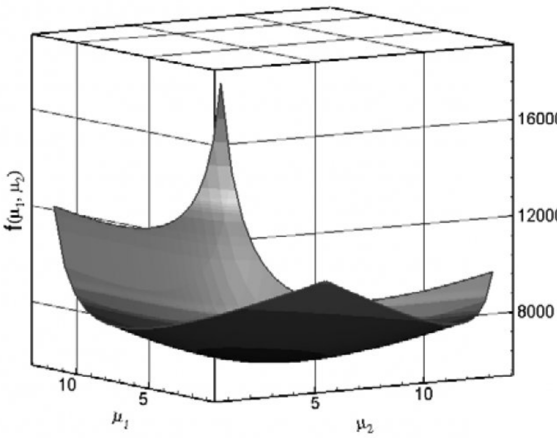
$$\mu_1^{k+1}=\mu_1^k-\frac{f_1\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)\cdot f_{2,2}\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)-f_2\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)\cdot f_{1,2}\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)}{D\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)}$$

$$\mu_2^{k+1}=\mu_2^k-\frac{f_2\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)\cdot f_{1,1}\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)-f_1\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)\cdot f_{1,2}\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)}{D\left(\mu_1^k,\mu_2^k\right)}$$

Для примера рассмотрим задачу при следующих данных. Потоки пассажиров λ_0 = 300, λ_1 =200 , λ_2 = 100 человек в час. Стоимости проезда по маршрутам - α_1=300 и α_2 =200 руб . Потери пассажирочаса составляют γ=20 руб в час.

На рисунке представлена целевая функция на плоскости двух переменных. Процесс итераций по Ньютону показан в таблице.

В этих условиях ожидаемые оптимальные затраты транспорта составляют ~ 2121 рублей в час при интенсивностях движения μ_1 ~ 4.302 и μ_2 ~ 4.151 . Среднее количество перевозимых пассажиров 82,0 для первого и 59,6 для второго маршрутов за рейс. При стоимости проезда в 5



Суммарные затраты транспорта и пассажиров

рублей, прибыльности маршрутов - 109,834 и 97,87 рублей за рейс.

В заключение отметим, что данная задача позволяет составить оптимальный график движения городского пассажирского транспорта по двум маршрутам с помощью простых расчетов. Это позволит проводить анализ эффективности работы городского пассажирского транспорта на близких маршрутах. Например, проводить анализ использования укороченных и экспресс-маршрутов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Антошвили М.Е., Либерман С.Ю., Спирин И.В.* Оптимизация городских автобусных перевозок. – М.: Транспорт, 1985. – С.102.

2. *Аррак А.О.* Социально-экономическая эффективность пассажирских перевозок. – Таллинн: Ээсти раамат, 1982. – С. 200.

3. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М.: Наука, 1987. – С. 600.

Автор статьи:

Корягин
Марк Евгеньевич
– канд. техн. наук, доц. каф. автомобильных перевозок