

УДК 656.072

М.Е.Корягин

## ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО ИНТЕРВАЛА ДВИЖЕНИЯ АВТОБУСОВ ПО МАРШРУТУ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНОГО ПОТОКА ПАССАЖИРОВ

### Введение

В каждом крупном городе существует разветвленная сеть маршрутов, по которым осуществляют перевозки городской пассажирский транспорт. Поэтому возникает необходимость в оптимизации интервалов движения маршрутных транспортных средств на каждом маршруте. Для транспорта это максимизация доходов от перевозки пассажиров за вычетом расходов на передвижение транспорта.

При перевозках необходимо учитывать, что большинство пассажиропотоков могут быть перевезены с помощью транспортных средств конкурирующих маршрутов. Поэтому при увеличении интервала движения транспортных средств по данному маршруту снижается общий поток пассажиров, перевозимых на маршруте, но сокращаются расходы транспорта. И наоборот, при снижении интервала движения повышается общий поток пассажиров, перевозимых на маршруте, но увеличиваются расходы транспорта.

Решением задачи является компромисс доходов и расходов, обеспечивающий максимальную прибыль маршрута.

### Содержательное описание проблемы

Основная информация, необходимая для составления модели – пассажиропотоки. Т.е. интенсивность поступления пассажиров, которых способен перевести данный маршрут, а также суммарная интенсивность движения транспорта других маршрутов, конкурирующих за эти пассажиропотоки.

Необходимо иметь информацию о стоимости проезда в транспортных средствах данного маршрута и себестоимости одного рейса.

Исходя из этой информации, ставится задача найти оптимальный интервал движения транспортных средств данного маршрута, обеспечивающий максимальную прибыльность маршрута в единицу времени.

### Описание параметров и переменных

Для удобства расчетов перегруппируем пассажиропотоки по конкурирующим маршрутам, т.е. определим суммарные пассажиропотоки, перевозимые коалициями конкурирующих маршрутов.

$N$  – количество пассажиропотоков, перевозимых транспортными средствами данного маршрута, совместно с коалициями других маршрутов.

$\lambda_i$  – интенсивность  $i$ -го потока пассажиров, перевозимого в том числе и транспортными средствами данного маршрута  $i=1 \dots N$ .

$\lambda_0$  – интенсивность потока пассажиров, перевозимого транспортными средствами только данного маршрута.

$\mu_i$  – суммарная интенсивность пуассоновских потоков, конкурирующих транспортных средств за  $i$ -й поток пассажиров.

$\mu$  – интенсивность пуассоновского потока движения транспортных средств по данному маршруту.

$\beta$  – стоимость проезда в транспортных средствах данного маршрута.

$\alpha$  – себестоимость одного рейса на данном маршруте.

### Математическая постановка задачи

Исходя из того, что потоки транспортных средств и пассажиров пуассоновские [2], не зависят друг от друга и от потоков пассажиров, то доля пассажиропотока, перевозимого каж-

дым маршрутом, пропорциональна его интенсивности движения.

Доля  $i$ -го потока пассажиров, перевозимого транспортными средствами данного маршрута:

$$\frac{\mu}{\mu + \mu_i} \quad (1)$$

Среднее количество пассажиров, перевозимых за единицу времени транспортными средствами данного маршрута:

$$\lambda_0 + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu}{\mu + \mu_i} \quad (2)$$

Доходы от перевозок пассажиров на данном маршруте составляют в единицу времени:

$$\beta \left( \lambda_0 + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu}{\mu + \mu_i} \right) \quad (3)$$

Расходы транспорта на передвижение:

$$\alpha \mu \quad (4)$$

Требуется найти оптимальный интервал движения транспортных средств по данному маршруту, обеспечивающий максимальную прибыль:

$$f(\mu) =$$

$$= \beta \left( \lambda_0 + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu}{\mu + \mu_i} \right) - \alpha \mu.$$

Отметим, что при отсутствии движения по маршруту доходы равны нулю, а при сокращении интенсивности движения по маршруту до нуля:

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} f(\mu) = \beta \lambda_0. \quad (6)$$

Вторая производная от целевой функции меньше нуля:

$$-2\beta \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu_i}{(\mu + \mu_i)^3} < 0 \quad (7)$$

Поэтому по необходимости и достаточному условию экстремума при  $\mu > 0$  целевая функция имеет глобальный мак-

Таблица 1

## Реализации метода Ньютона

Номер итерации	0	1	2	3	4	5
Реализация	1	1,98021	2,6618	2,8194	2,82533	2,82533

симум при условии равенства нулю первой производной.

$$f'(\mu) = \beta \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu_i}{(\mu^* + \mu_i)^2} - \alpha = 0 \quad (8)$$

Отметим, что оптимальным значением является  $\mu^* \rightarrow +0$ , когда выполняется условие:

$$\beta \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu_i} - \alpha \leq 0. \quad (9)$$

### Численные методы решения задачи

Т.к. функция нелинейная, поиск решения осуществляем численно. Для решения задач одномерной оптимизации можно использовать большое коли-

алгоритм метода Ньютона для данной задачи [1]:

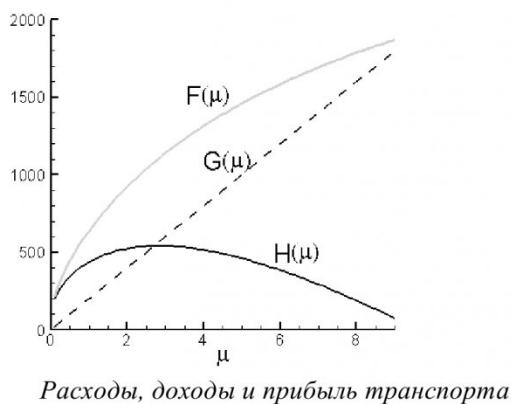
$$\begin{aligned} \mu^{k+1} &= \mu^k + \\ &+ \left( \frac{\beta \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu_i}{(\mu^k + \mu_i)^2} - \alpha}{2 \beta \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu_i}{(\mu^k + \mu_i)^3}} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

### Пример

Рассмотрим следующую задачу. Построим модель исходных данных. Пусть, имеется  $N=50$  пассажиропотоков, перевозимых данным маршрутом. Интенсивность пассажиропотоков и интенсивность движения по другим маршрутам, их перевозящим, зададим равномерным распределением  $\lambda_i$  в интервале  $(0,25)$  и  $\mu_i$  в интервале  $(0,25)$  в час.

Стоимость проезда  $\beta=5$  рублей. Стоимость одного рейса транспортного средства по данному маршруту 200 рублей. На примере одной реализации модели исходных данных, представим результаты расчетов.

На рисунке представлен график, отображающий затраты



Расходы, доходы и прибыль транспорта

чество алгоритмов и их комбинации, а также воспользоваться существующими программными средствами (например, MathCAD, Excel).

Запишем итерационный

транспорта  $G(\mu)$ , доходы транспорта (оплата пассажиров)  $F(\mu)$  и прибыль транспорта  $H(\mu)$ .

Проведем расчеты по методу Ньютона, используя (10) для получения оптимальной интенсивности движения транспортных средств.

Отметим высокую сходимость метода Ньютона. Соответственно, интервал движения транспорта по маршруту  $\approx 21$  мин. Расходы транспорта составят 565,07 в час, в среднем будет перевозиться 78 пассажиров за рейс. Прибыль от эксплуатации маршрута – 540 руб. в час.

### Заключение

В заключение отметим, что данная задача позволяет составить оптимальный график движения городского пассажирского транспорта по одному маршруту с помощью простых расчетов. Однако изменение интервала движения транспортных средств по одному маршруту может повлиять на оптимизацию интервалов движения транспорта по другим маршрутам.

В этом случае необходимо отыскивать точку равновесия в играх многих лиц (маршрутов), что позволил бы сделать работу городского пассажирского транспорта более устойчивой.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – С. 600.
2. Лигум Ю.С. Автоматизированные системы управления технологическими процессами пассажирского автомобильного транспорта. – К.: Техника, 1989. – С. 239.

□ Автор статьи:

Корягин  
Марк Евгеньевич  
– доц. каф. автомобильных перевозок, кандидат технических наук