УДК 621.313.333:62-83

В.М. Завьялов

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИСТЕРЕЗИСА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СИСТЕМАХ

При математическом моделировании процессов, протекающих в электромагнитных системах с ферромагнитными сердечниками, связь между магнитным потоком и намагничивающим током представляют посредством индуктивности, которую берут в виде константы или, для учета насыщения электротехнической стали, в виде переменной величины, получаемой из однозначной зависимости магнитного потока от намагничивающего тока. В тоже время, в реальных электромагнитных системах с ферритовым магнитопроводом связь между магнитным потоком и намагничивающей силой неоднозначна и определяется петлей гистерезиса.

Для аппроксимации петли гистерезиса пользуются функцией, описывающей процессы в электромагнитной системе при монотонном изменении намагничивающей силы от минимального значения до максимального и обратно. Характеристику, описываемую такой функцией, назовем статической петлей гистерезиса. Следует отметить, что вид аппроксимирующей функции зависит от диапазона изменения намагничивающей силы [1], что затрудняет аналитическое описание петли гистерезиса при условии изменения ее параметров в достаточно большом диапазоне.

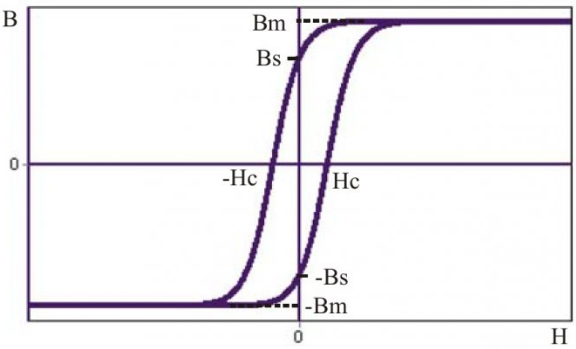

Рис. 1. Петля гистерезиса, соответствующая предельному циклу

В реальных устройствах часто намагничивающая сила меняется не по гармоническому закону, а в виде непериодической функции. В таких случаях, очевидно, зависимость магнитной индукции B от напряженности поля H не будет определятся статической петлей гистерезиса. Зависимость B от H, полученную при таких условиях, в дальнейшем будем называть динамическим гистерезисом.

Для получения математической модели динамического гистерезиса определим область определения искомой функции. Очевидно, что для любых значений намагничивающей силы зависимость $B=f(H)$ будет принадлежать некоторой области, ограниченной статической петлей гистерезиса, полученной при изменении намагничивающей силой от $-\infty$ до $+\infty$ (рис.1). Статическая петля гистерезиса, полученную таким путем, представляет собой предельный цикл. Предположим, что предельный цикл можно представить в виде таблицы или с достаточно хорошей точностью аппроксимировать некоторой аналитической функцией, представленной в виде:

$$B_{lim} = f(H, Bm, Bs, Hc, sign(dH/dt)),$$

где Bm – индукция насыщения; Bs – остаточная индукция; Hc – коэрцитивная сила.

Тогда, если в некоторый момент времени точка, характеризующая магнитное состояние системы находится внутри предельного цикла, то при изменении напряженности магнитного поля зависимость $B=f(H)$ будет стремится к предельному циклу.

Анализируя экспериментальные данные для частных циклов, а также полученные при начальном намагничивании ферромагнетика [1], можно прийти к выводу, что при изменении H скорость изменения магнитной индукции $\dfrac{\partial B}{\partial H}$ будет возрастать, стремясь к $\dfrac{\partial B_{lim}}{\partial H}$ соответствующую предельному циклу. Предположим, что разность $\left(\dfrac{\partial B_{\lim}}{\partial H} - \dfrac{\partial B}{\partial H}\right)$ изменяется по экспоненциальному закону. Тогда динамический гистерезис можно описать дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial B}{\partial H} - \frac{\partial B_{lim}}{\partial H} e^{-k\left|H_{lim}(B) - H\right|}, \qquad (1)$$

где $H_{lim}(B)$ – напряженность магнитного поля, соответствующая предельному циклу при текущем значении магнитной индукции; k – коэффициент, характеризующий скорость приближения функции динамического гистерезиса к предельному циклу.

Для примера рассмотрим описание динамической петли гистерезиса, для случая, когда предельный цикл описывается уравнением:

$$B_{lim} = B_m th\left(\frac{H - sign(dH/dt)H_C}{B_S'}\right), \qquad (2)$$

где B_S' определяет значение величины Bs в соответствии с зависимостью:

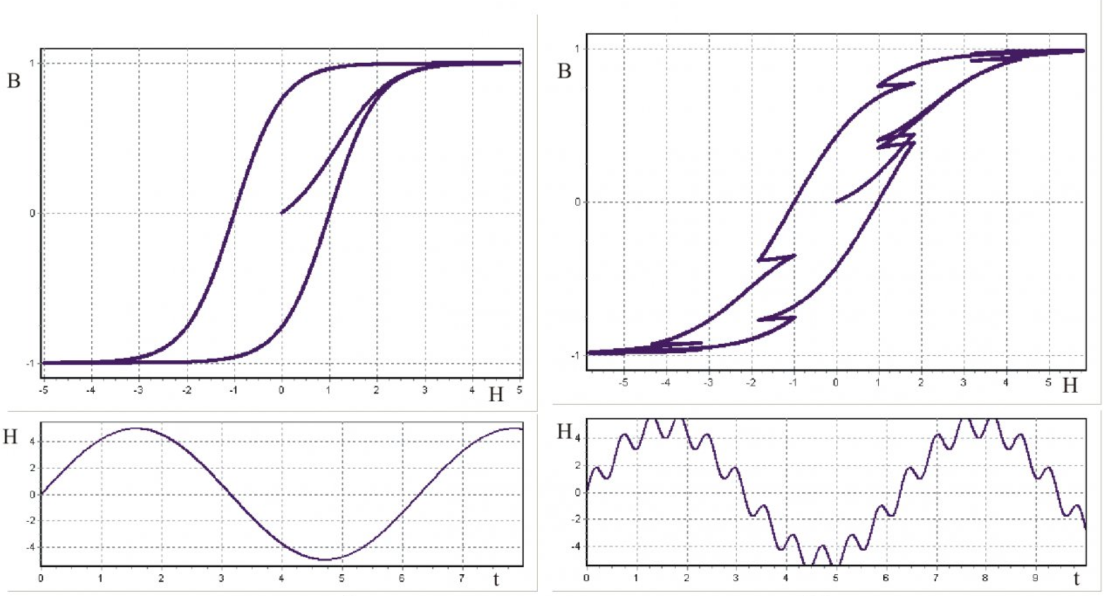

Рис. 2. Характеристики динамического гистерезиса: а) при синусоидальном изменении напряженности магнитного поля; б) при несинусоидальном изменении напряженности магнитного поля

$$B_S' = \left| \frac{H_C}{arcth(B_S / B_m)} \right|.$$

Для того чтобы получить уравнение динамического гистерезиса, дифференцируем (2) по H:

$$\frac{\partial B_{lim}}{\partial H} = \frac{B_m}{B_S'} ch^{-2}\left(\frac{H - sign(dH/dt)H_C}{B_S'} \right), \quad (3)$$

и выразим из (2) H_{lim}:

$$H_{lim}(B) = B_S' \cdot arcth(B / B_m) + sign(dH/dt)H_C \quad (4)$$

В результате, подставив (2) и (3) в (1), получим:

$$\frac{\partial B}{\partial H} = B_m ch^{-2}\left(\frac{H - sign(dH/dt)H_C}{B_S'} \right) \times$$
$$\times e^{-k\left| B_S' \cdot arcth(B/B_m + sign(dH/dt)H_C - H \right|} \quad (5)$$

Учитывая, что в реальных системах напряженность поля и магнитная индукция изменяются во времени, уравнение (5) можно представить как функцию от времени:

$$\frac{\partial B}{\partial H} = B_m ch^{-2}\left(\frac{H - sign(dH/dt)H_C}{B_S'} \right) \times$$
$$\times e^{-k\left| B_S' \cdot arcth(B/B_m + sign(dH/dt)H_C - H \right|} \cdot \frac{dH}{dt}$$

или, для компьютерного моделирования, в виде разностного уравнения:

$$B_{k+1} = B_k + B_m ch^{-2}\left(\frac{H - sign(dH/dt)H_C}{B_S'} \right) \times$$
$$\times e^{-k\left| B_S' \cdot arcth(B/B_m + sign(dH/dt)H_C - H \right|} \cdot \frac{dH}{dt} \quad (6)$$

Характеристики динамического гистерезиса, полученные при помощи компьютерного моделирования в соответствии с уравнением (6), представлены на рис. 2. При сравнении полученных зависимостей с экспериментальными, представленными в [1], было выявлено соответствие качественных показателей экспериментальных и смоделированных зависимостей. Таким образом, полученную модель можно рекомендовать для моделирования динамических процессов в электромагнитных системах с учетом гистерезисных свойств магнитопровода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бозорт Р.* Ферромагнетизм. – М.: Иностр. литература, 1956.- 784 с.

Автор статьи:

Завьялов
Валерий Михайлович
- канд.техн.наук, доц.каф. электропривода и автоматизации