

АВТОМОБИЛЬНЫЙ ТРАНСПОРТ

УДК 519.853.3:656.072

М.Е. Корягин

ИНТЕРВАЛ ДВИЖЕНИЯ ПО МАРШРУТУ, МИНИМИЗИРУЮЩИЙ СУММАРНЫЕ ЗАТРАТЫ ТРАНСПОРТА И ПАССАЖИРОВ

1. Введение

При организации работы городского пассажирского транспорта необходим учет не только затрат транспорта, но и социально-экономической значимости перевозок. Особую роль при оптимизации движения транспортных средств по городским маршрутам играют потери времени пассажиров. В [2] показана связь потери времени на остановочных пунктах с производительностью труда (снижение на 4-8% за каждый час простоя на остановочном пункте). Поэтому при поиске интервала движения транспортных средств по маршруту необходимо исходить из минимизации суммы стоимости потерянного времени пассажиров на ожидание и затрат автотранспортных предприятий на эксплуатацию маршрутов.

Ниже рассмотрена задача оптимизации интервала движения транспорта по одному маршруту с учетом затрат времени пассажиров. При этом учтено, что большинство пассажиропотоков может быть обслужено транспортными средствами конкурирующих маршрутов. Как правило, при увеличении интервала движения по маршруту возрастают затраты времени пассажиров, но сокращаются расходы транспорта и наоборот.

Решение задачи в компромиссе между социально-экономической значимостью пассажирских перевозок и расходами транспорта на маршруте.

2. Содержательное описание проблемы

Основная информация, не-

обходимая для составления модели, – пассажиропотоки (интенсивность поступления пассажиров), которые способен перевести данный маршрут, а также суммарная интенсивность движения транспорта других маршрутов, конкурирующих за эти пассажиропотоки.

Необходимо иметь информацию о себестоимости одного рейса и стоимости одного пассажирочаса. Исходя из этого, и ставится задача поиска интервала движения транспортных средств данного маршрута, обеспечивающего максимальную прибыльность маршрута в единицу времени.

3. Описание параметров и переменных

Для удобства расчетов перегруппируем пассажиропотоки по конкурирующим маршрутам, т.е. определим суммарные пассажиропотоки, перевозимые коалициями конкурирующих маршрутов:

N – количество пассажиропотоков, перевозимых транспортными средствами данного маршрута совместно с коалициями других маршрутов.

λ_i – интенсивность i -го потока пассажиров, перевозимого в том числе и транспортными средствами данного маршрута, $i = \overline{1, N}$.

λ – интенсивность потока пассажиров, перевозимого транспортными средствами только данного маршрута.

μ_i – суммарная интенсивность пуассоновских потоков, конкурирующих транспортных средств за i -й поток пассажи-

ров, $i = \overline{1, N}$.

μ – интенсивность пуассоновского потока движения транспортных средств по данному маршруту.

γ – стоимость единицы времени, потеряной пассажиром в ожидании транспортного средства.

α – себестоимость одного рейса на данном маршруте.

4. Математическая постановка задачи

Исходя из того, что потоки транспортных средств пуассоновские, не зависящие друг от друга и от потоков пассажиров, то доля пассажиропотока, перевозимого каждым маршрутом, пропорциональна его интенсивности движения, т.е. доля i -го потока пассажиров, перевозимого транспортными средствами данного маршрута:

$$\frac{\mu}{\mu + \mu_i}$$

Среднее количество пассажиров, перевозимых за единицу времени транспортными средствами данного маршрута:

$$\lambda + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu}{\mu + \mu_i}$$

Суммарные потери пассажиров, связанные с ожиданием транспортных средств,

$$h(\mu) = \gamma \left(\frac{\lambda}{\mu} + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i \mu}{\mu + \mu_i} \right),$$

а расходы транспорта на передвижение:

$$g(\mu) = \alpha \mu$$

Оптимальный интервал движения по данному маршруту должен обеспечить минимум суммарных расходов пассажи-

ров и транспорта

$$f(\mu) = \gamma \left(\frac{\lambda}{\mu} + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu + \mu_i} \right) + \alpha \mu \quad (1)$$

При $\lambda > 0$ отсутствие или возрастание интенсивности движения дает:

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} f(\mu) \rightarrow \infty.$$

$$\lim_{\mu \rightarrow +\infty} f(\mu) \rightarrow \infty.$$

Поскольку вторая производная от целевой функции

$$-2\gamma \left(\frac{\lambda}{\mu^3} + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{(\mu + \mu_i)^3} \right) < 0,$$

целевая функция имеет глобальный максимум при условии

$$f'(\mu) = \alpha - \gamma \left(\frac{\lambda}{(\mu^*)^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{(\mu^* + \mu_i)^2} \right) = 0 \quad (2)$$

5. Численное решение задачи

В силу нелинейности функции поиск решения осуществляем численно, для чего можно использовать большое количество алгоритмов и их комбинации [1], а также воспользоваться существующими программными средствами.

Итерационный алгоритм метода Ньютона для задачи:

$$\begin{aligned} \mu^{k+1} = \mu^k - \\ - \frac{\gamma \left(\frac{\lambda}{(\mu^k)^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{(\mu^k + \mu_i)^2} \right) - \alpha}{2\gamma \left(\frac{\lambda}{(\mu^k)^3} + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{(\mu^k + \mu_i)^3} \right)} \end{aligned}$$

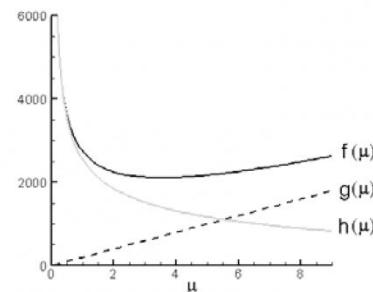
(3)

6. Пример

Рассмотрим следующую задачу. Построим модель исходных данных. Пусть имеется $N=50$ пассажиропотоков, перевозимых данным маршрутом. Интенсивность пассажиропотоков и интенсивность движения по другим маршрутам, их перевозящим, зададим равномерным распределением λ и λ_i в интервале $(0,25)$ и μ_i в интервале $(0,25)$ в час $i = \overline{1, N}$.

Оценка времени пассажира $\gamma = 20$ руб в час. Стоимость одного рейса транспортного средства по данному маршруту 200 руб.

На рисунке представлен график, отображающий затраты транспорта $g(\mu)$, потери пассажиров в ожидании $h(\mu)$, суммарные расходы пассажиров и транспорта на заданном мар-



Суммарные расходы транспорта и пассажиров

сивности движения транспортных средств, можно отметить высокую сходимость метода (таблица).

Соответственно, интервал движения транспорта по маршруту ~17 мин. Расходы транспорта составят 708,77 в час, в среднем будет перевозиться 70 пассажиров за рейс. Прибыль от эксплуатации маршрута при стоимости проезда в 5 руб – 530 руб в час. В среднем пассажиры теряют на остановках 6 мин.

7. Заключение

В данной работе рассмотрена задача оптимизация интервала движения транспорта по одному маршруту с учетом затрат транспорта и социально-экономического эффекта, связанного с простоями пассажиров. Построен алгоритм, позволяющий эффективно организовать поиск решения. Однако работа представляет в основном теоретический интерес, т.к. на практике необходимо осуществлять оптимизацию интервалов движения городского пассажирского транспорта по нескольким маршрутам одновременно.

Сходимость метода Ньютона

Номер итерации	Интенсивность
0	1
1	1,5508
2	2,2896
3	3,0357
4	3,4590
5	3,5415
6	3,5438
7	3,5439

шруте $f(\mu)$.

Выполнив расчеты методом Ньютона, используя (3) для получения оптимальной интен-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
- Большаков А.М., Кравченко Е.А., Черникова С.Л. Повышение качества обслуживания пассажиров и эффективность работы автобусов. – М.: Транспорт, 1981. – 206 с.

□ Автор статьи:

Корягин

Марк Евгеньевич

– канд. техн. наук, ст.

преп. каф. автомобильных перевозок