УДК.622.23.054.54

А.А. Хорешок, Е.В. Прейс, В.В. Кузнецов

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА ДОБЫВАЕМОГО УГЛЯ

Описание механизма измельчения угля при резании впервые дано А.И. Бероном. Дальнейшим исследованиям свойств углей как сред, разрушаемых рабочими органами комбайнов, посвящены работы Е.З. Позина, В.З. Меламеда, С.Н. Азовцевой и др. Основными факторами, влияющими на сортность добываемых углей считаются: характеристики разрушаемости углей; - способы обработки забоя; - параметры схем разрушения, режимы резания; - конструктивные особенности исполнительных и погрузочных органов добывающих машин. Остановимся подробнее на исследованиях, касающихся разрушаемости углей, под которой понимается способность распадаться на отдельности при механическом воздействии. Уголь представляет собой материал с ярко выраженной структурой, поэтому большое число работ посвящено исследованиям влияний таких факторов, как трещиноватость, кливаж, размер отдельностей на разрушаемость углей. Так, угли с наиболее развитой системой трещин дают и наибольшее измельчение, особенно, если разрушение производится поперек направления основного кливажа. При исследовании разрушаемости скальных пород делается вывод, что по «мере увеличения числа факторов, влияющих на прочность скального массива, разница между прочными и слабыми трещиноватыми породами уменьшается, поскольку разрушение определяется свойствами трещин». На необходимость учета трещиноватости и кливажа при определении сортового состава углей указано в работах, но количественных оценок нет .

Экспериментальные исследования по разрушению угля резцовым инструментом показали, что угол наклона трещин к траектории движения резца существенно влияет на выход крупных и мелких классов. С ростом наклона кливажа к направлению резания выход крупного класса (+13 мм снижается с 52 % до 0 %, а мелких классов (0-6 мм) увеличивается более чем в 2 раза. Таким образом, вышеприведенные зависимости показывают, что структурные параметры угля оказывают существенное влияние на его разрушаемость и должны учитываться при описании этого процесса.

Некоторые попытки учесть структурность разрушаемых материалов были предприняты Дж. Гильварри. Используя статистические методы и теорию разрушения хрупких тел, Л. Гриффитса при рассмотрении физической модели процесса образования фракций показал, что распределение частиц разрушенного материала по крупности можно задать уравнением

$$y = 1 - exp\left(- jx - \left(j_s x\right)^2 - \left(j_v x^3\right)\right)$$

где $y$ – массовая или объемная доля материала, размер частиц которого меньше $x$;

$j$, $j_s$, $j_v$ - параметры, характеризующие плотность соответственно реберных, поверхностных и объемных активированных трещин.

Данная трехпараметрическая модель не нашла своего применения в инженерной практике, так как между параметрами распределения и характеристиками обычного гранулометрического состава связи не были установлены.

Частные же ее случаи часто используются для математического описания распределений частиц разрушенного материала по крупности. Если предположить, что в процессе разрушения преобладают реберные трещины, то это уравнение можно привести к уравнению Розина-Раммлера (распределение Вейбулла):

$$W = 1 - exp\left(- \lambda d^m\right) ,$$

где $\lambda$, $m$- параметры распределения.

П. Розин и Э Раммлер предложили свой экспоненциально-степенной закон распределения для описания фракций различных тонко измельченных материалов. Они обработали статистическими методами результаты гранулометрических анализов кварца, железного блеска продуктов измельчения рудногаличной мельницы.

При малых значениях $x$ из уравнения Гильварри выводится распределение А.М. Годэна для описания выхода подрешетного продукта в долях единицы.

$$W = a\left(\frac{d}{d_{max}}\right)^n ,$$

где $d$ – диаметр отверстий сита (мм); $d_{max}$, $n$ – параметры распределения.

П.С. Родлер предложил следующее уравнение характеристики крупности

$$W = a\sqrt{d}\, exp\left(-\frac{b}{d}\right),$$

где $d$, $b$ – параметры распределения.

Логнормальный закон Н.К. Разумовский применил для сыпучих материалов, описывая распределение элементов по крупности. Выход подрешетного продукта описывается уравнением

$$W = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\tau} \int\limits_0^{In\, d} e \frac{-\left(t - In\, a\right)^2}{\tau^3} dt ,$$

$a$, $\tau$ - параметры распределения.

Из анализа эксплуатационных проб антрацита различных шахтопластов Донбасса В.П. Воронков вывел уравнение, описывающее закономерность распределения антрацита по классам крупности.

$$W = \frac{1}{1 + \left( \frac{d}{d_0} \right)^k},$$

где $d_0$ – медианный диаметр, при котором выход надрешетного продукта равен выходу подрешетного продукта; $k$ – угловой коэффициент графика уравнения.

Все вышеприведенные уравнения характеристик крупности разрушенных сред представляют собой эмпирические модели, основанные на обобщении результатов наблюдений и экспериментов. Разнообразие законов распределения объясняется различием разрушаемых материалов, разными способами разрушения и условиями проведения экспериментов. Они построены на вполне определенном объеме статистической информации и чаще всего непригодны вне области опытных данных. Эти эмпирические модели не раскрывают суть влияния, а представляют собой удобное математическое описание экспериментов. Для выравнивания эмпирических кривых гранулометрических составов разрушенных материалов чаще всего используют уравнение Розина-Раммлера, логарифмически нормальный и экспоненциальный законы

Опыт эмпирического моделирования с учетом физической сущности изучаемого явления позволяет строить более сложные, полуэмпирические модели. Их параметры увязаны с основными факторами, влияющими на разрушаемость материалов. К таким моделям можно отнести метод прогнозирования гранулометрического состава угля, разрушаемого угледобывающими машинами, разработанный в ИГД им. А.А. Скочинского. Этот метод основан на экспериментально полученной зависимости выхода угольной мелочи от энергии, затраченной на ее образование. Он позволяет рассчитать выход только мелких классов энергетических углей. На основе этого метода и обширного статистического материала разработана методика расчета сортности и пылеобразования при работе угледобывающих машин, которая легла в основу отраслевого стандарта по очистным комбайнам. Здесь же установлена закономерность формирования гранулометрического состава углей при резании, разработан метод прогноза и расчета полного гранулометрического состава, выбора и расчета рациональных конструктивных и режимных параметров исполнительных органов угледобывающих машин.

Рассмотрение физической сущности процесса разрушения угля режущими инструментами привело к выводу о наличии в продуктах разрушения непрерывного ряда кусков различной крупности, включая и пылевые классы. Долевое содержание кусков различной крупности зависит от свойств разрушаемого угля, параметров режима резания и геометрии инструмента, способа обработки забоя, конструктивных особенностей исполнительного органов добывающей машины.

Лабораторный эксперимент позволил установить закон распределения гранулометрического состава угля при разрушении резцовым инструментом - распределение Вейбулла.

$$W = 1 - exp\left( -\lambda d^m \right),$$

где $W$ – суммарный выход в долях от веса разрушенного угля, прошедшего через сито с отверстиями с размеров; $m$ – параметр формы, на основе проведенных исследований трактуется как инвариантный показатель способности угля к измельчению; $\lambda$ - параметр масштаба – характеризует степень измельчения угля при работе инструмента или угледобывающей машины и приблизительно равен относительному содержанию по весу частиц менее 1 мм, $\lambda$ изменяется в пределах от 0,01 до 0,3.

Для инженерных расчетов выведен коэффициент $k_m$, как приведенный показатель степени измельчения

$$\lambda = \frac{k_m}{m^2}.$$

Величина $k_m$ рассматривается как однозначная характеристика режимов резания, с точки зрения измельчения. Значение $k_m$ = 0,015-0,020 «соответствует эффективным режущим инструментам и прогрессивным способам и режимам резания». Изменение параметра $m$ в пределах от 0,4 до 1,3 оказывает существенное влияние на выход различных классов. Общая тенденция такова: при $m < 0,6$ гранулометрический состав характеризуется повышенным содержанием классов 0 – 6 мм и +25 мм; при $m > 1,0$ – уменьшенным выходом пылевых 0 – 0,02 мм и крупных классов. Параметры распределения Вейбулла увязаны с основными факторами, влияющими на разрушаемость угля. Применение данной методики прогнозирования состава угля, разрушенного резцовым инструментом, дает хорошую сходимость с экспериментальными данными.

Попытка применить такую методику прогнозирования сортового состава к дисковым шарошкам привела к значительному систематическому расхождению прогнозируемых показателей с определяемыми из экспериментов. Причем, сортовой состав продуктов разрушения, полученных при резании дисковой шарошкой, лучше прогнозируемого. Это объяснимо различной геометрией применяемых инструментов, а следовательно, и отличие в механизмах разрушения.

С полуэмпирическими моделями тесно связано структурное моделирование. Эти модели более сложные и требуют значительно большего объема информации. Чаще всего они объединяют в себе уже построенные эмпирические и полуэмпирические модели. Построение такой модели позволяет описать и объяснить явление исхода из внутренней структуры рассматриваемых объектов.

В механике деформируемого твердого тела существует несколько классов структурных моделей. Один из них - модели слабейшего звена. К этому классу относится модель хрупкого разрушения Вейбулла, обобщенная В.В. Болотиным. Рассмотрим ее подробнее.

Возьмем образец объемом *V*, в котором действуют равномерно расположенные напряжения. Эти напряжения заданы с точностью до параметра *S*, при этом вид напряженного состояния не имеет значения. Образец состоит из структурных элементов, в единице объема их *n*. Все структурные элементы принадлежат одной генеральной совокупности. Случайная величина *r* характеризует сопротивление разрушению структурного элемента. Фракция распределения *F(r)* считаем известна.

Принимается концепция слабейшего звена – разрушение образца произойдет тогда, когда параметр *S* достигнет значения, равного наименьшей прочности *r* в объеме *V*. Так как образец содержит $nV$ структурных элементов, то для разрушающего значения $S^*$ параметра *S* получают функцию распределения

$$F^*(S^*) = 1 - \left[1 - F\left(S^*\right)\right]^{nV}.$$

Учитывая, что число $nV$ велико, функцию распределения заменяют на ее асимптотическое представление. Вводят меру образца *M*, меру структурного элемента $M_0$, и его характерную прочность $r_c > r_0$, где $r_0$ – минимальное значение прочности структурного элемента. Коэффициент $a > 0$ (как правило, $a > 1$).

$$F^*(S^*) = \begin{cases} S^* < r_0; \\ 1 - exp\left[-\dfrac{M}{M_0}\left(\dfrac{S^* - r_0}{r_c - r_0}\right)^a\right]; \\ S^* \geq r_0. \end{cases}$$

Если механические свойства изменяются в пределах образца и напряженное состояние неоднородно, то разбиваем *V* на подобласти, так что в пределах каждой из них напряженное состояние и механические свойства остаются постоянными. Условие прочности для сложного напряженного состояния запишется $S\,f(x) < S^*$, где *f(x)* – функция координат одной из точек, принадлежащих подобласти, $S^*$ - разрушающее напряжение. Применяется концепция слабейшего звена к совокупности подобластей. Выполняется предельный переход и суммирование заменяется интегрированием.

$$M(S^*) = \begin{Bmatrix} \chi \; x \in M \\ S^* f(x) \geq r(x) \end{Bmatrix}$$

Модель Вейбулла учитывает масштабный эффект, т.к. содержит дополнительный параметр, имеющий размерность меры структурного элемента.

Матожидание и дисперсия разрушающего напряжения зависят от размеров образца

$$E(S^*) = r_0 + \\ + \left[r_c - r_0\right]\left(\frac{M_o}{M}\right)^{1/a} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right);$$

$$D(S^*) = \left(r_c - r_0\right)^2\left(\frac{M_0}{M}\right)^{2/a} \times \\ \times\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)\right].$$

С ростом величины образца уменьшаются $E(S^*)$ и $D(S^*)$.

При хрупком разрушении проявление масштабного эффекта и разброс прочности зависят от параметра $\alpha$. Если $r_0 = 0$, то оценить значение параметра $\alpha$ можно из соотношения:

$$\frac{E\left(S_1^*\right)}{E\left(S_2^*\right)} = \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/a}$$

Применение данной теории к реальному процессу разрушения затрудняется отсутствием каких-либо оценок, теоретических или статистических, параметров распределения. Практически во всех работах, касающихся разрушения горных пород, указывается на необходимость учета масштабного эффекта, но количественные оценки не приводятся.

В.Я. Чертков получил модель процесса взрывного трещинообразования в осколообразование в породе относится к случаю множественного трещинообразования, которое характеризуется большим числом трещин в разрушаемом объеме и их малыми размерами. В работе был сформирован подход, позволяющий рассмотреть процесс осколообразования как «вероятный результат развития трещиноватости, начиная с микротрещин». И используя концентрационный критерий $k^*$, образования осколков размера *x* рассматривается как смыкание соответствующих трещин. Функция *f(x)* и *F*, позволяют рассчитать гранулометрический состав массива.

$$f(x) = 1 - e^{-f(x)};$$

$$F_{-x} = \frac{f(x)}{f_m(x)}, \quad 0 \leq x \leq x_m,$$

где $f_m(x)$ – вероятность дробления;

$$I(x) \cong In\left(k^* + 1\right)\left(\lambda x\right)^4 e^{-\lambda x},$$

$\lambda$ - среднее число трещин на единицу длины.

Данная модель проверена испытаниями на взрывах одиночного сосредоточенного разряда в изотопной монолитной среде. Основываясь на том, что процесс дробления существенно определяется системами дефективности, т.е. распределением структурных неоднородностей, предложена модель образования кусков по размерам для взрыва или удара

$$f(x) = \alpha f_1(x) + (1 - \alpha) f_0(x)$$

$\alpha$ - доля в исходном макрообъеме группы мелких фракций, т.е. кусков с вновь полученной поверхностью; $f_1(x)$ – функция плотности для мелких фракций; $f_0(x)$ – функция плотности для группы крупных кусков, примыкающих частью граней к внешней поверхности образца.

Показано, что результат дробления блочной среды может быть смоделирован применением оператора структурного преобразования.

$$f_1(x)=\int_x^T f_0(t)\,r(x,t)dt,$$

$r(x,t)$ – функция, задающая закон перераспределения кусков по размерам при дроблении $(t \to x)$; $t$ – размер структурного элемента; $T$ – максимальный размер $t$.

Аналитические исследования привели к дифференциальному уравнению функции $r(x,t)$, из которой при частных значениях коэффициентов следуют основные законы распределения кусковатости

$$\frac{dr(x,t)}{dx}=-\frac{1+p-mx^n}{x}r(x,t)$$

при $m=1$, $n=1$ получается $F$ – распределение, при $n=p$ – закон Розина-Рамлера. Параметры $n$, $p$ определяются условиями разрушения и свойствами породы.

Обобщая исследования, касающиеся гранулометрии не разрушенных и разрушенных геоматериалов, построен ряд тензорных характеристик структурности массива горных пород, установлены связи между отдельными тензорами. Показано, что большинство ранее введенных скалярных показателей структурности являются соответствующими компонентами тензоров. Тензоры густоты трещин, поверхностной плотности трещин, трещинной пустотности, плотности трещин и т.д. и их инварианты представляют наиболее полные характеристики структуры массива горных пород, но между ними и обычным гранулометрическим составом естественных структурных блоков и трещин, не говоря уже о гранулометрии при механическом разрушении, связей до сих пор не установлено.

Таким образом, анализ проведенных исследований показал, что моделирование кусковатости при механическом разрушении горных пород проводилось традиционно, с рассмотрением размера отдельностей как статический ряд, с подбором функций распределения для удобного математического описания. Иногда этот статический ряд не рассматривался как результат реализации определенного механизма разрушения материала, обладающего определенной структурой. Отсутствуют даже простейшие эмпирические модели, позволяющие количественно оценить влияние структурных параметров на гранулометрический состав продуктов механического разрушения. Чисто теоретически решить такую задачу пока невозможно. Но, комбинируя различные методы моделирования, можно строить модели, учитывающие и механизм разрушения, и структурные параметры материала.

□ Авторы статьи:

Хорешок Алексей Алексеевич - докт. техн. наук, проф.каф. горных машин и комплексов

Прейс Елена Валерьевна - канд. техн. наук, доц. каф. прикладной математики

Кузнецов Владимир Всеволодович - канд. техн. наук, доц. каф. горных машин и комплексов

**УДК 622.285**

**В.В. Воеводин**

# К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИЛОВЫХ ГИДРОЦИЛИНДРОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

При проектировании силовых гидроцилиндров, кроме расчета на прочность, требуется искать критическую силу, определяющая запас упругой устойчивости.

В отраслевом стандарте [1] эта сила определяется из уравнения (1), решить которое достаточно сложно, а провести какой-либо анализ весьма трудоемкая задача. Для упрощения этого этапа расчета силовых гидроцилиндров на кафедре горных машин и комплексов КузГТУ разработана методика, основанная на методе конечных элементов [2], учитывающая угол установки гидроцилиндра ($\alpha$) и перекос смежных ступеней ($\gamma$):

$$\frac{\sqrt{\dfrac{P_к}{EJ_2}}}{tg\left(\sqrt{\dfrac{P_к}{EJ_2}}\cdot(l_2-l_1)\right)}-\frac{\sqrt{\dfrac{P_к}{EJ_1}}}{tg\left(\sqrt{\dfrac{P_к}{EJ_1}}\cdot l_1\right)}=0 \qquad (1)$$

где $P_к$ – критическая сила, Н;

$E$ – модуль упругости материала, Па;

$J_n$ – момент инерции поперечного сечения ступени, м$^4$;

$l_1$ – длина первого участка, расстояние от центра сферы опоры (шарнира) цилиндра до середины базы заделки, м;

$l_2$ – длина силового гидроцилиндра, расстояние между центрами сфер (шарниров) цилиндра и штока, м.

В этой методике первоначально с помощью макроса автоматически генерируется стержневая конечно-элементная модель с наложенными внешними силами и связями в соответствии с выбранной расчетной схемой (рис. 1). Исходными данными являются: длины участков гидроцилиндра, внутренний и наружный диаметр цилиндра, внутренний и наружный диаметр штока, угол ус-