АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 622.7:053.4

Н.Г. Ковырев, В.И. Удовицкий

АДАПТИВНОЕ СУБОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИСКРЕТНЫМ ОБЪЕКТОМ

Решение вопросов автоматизации управления в различных сферах человеческой деятельности требует применения современных алгоритмов и технических средств их реализации. На практике часто трудно обеспечить достаточно точное математическое описание объекта управления и точное знание всех необходимых величин, более того, характеристики объекта в процессе функционирования могут значительно изменяться [1]. Так, например, при разработке автоматизированных систем управления технологическими процессами в химической промышленности, в углеобогащении, в металлургии создание адекватной математической модели представляет обычно сложную самостоятельную задачу. В этих случаях традиционные методы часто оказываются либо неприменимыми, либо дают плохие результаты.

В связи с этим перспективным представляется путь построения управляющих систем, не требующих полного априорного знания объекта управления и условий его функционирования. Управляющая система должна автоматически отыскивать нужный закон управления посредством анализа поведения объекта при текущем управлении. Такие управляющие системы принято называть *адаптивными* [2]. Синтез адаптивного управления начинается с постановки цели управления. Идеальной целью управления было бы построение оптимального управления, доставляющим экстремум функционалу качества. Однако заранее ясно, что вряд ли такая цель достижима за конечное время, ибо оптимальный регулятор зависит от неизвестных параметров. Поэтому на практике часто ставится более скромная, но близкая цель управления – построение субоптимального управления [2]. Последнее означает, что задается некоторый близкий к единице “уровень оптимальности” ρ ($0< \rho\leq 1$) и для построения (субоптимального с уровнем ρ управления значение функционала качества будет ”*немного*”, именно не более, чем в ρ^{-1} раз, хуже оптимального (оптимальному управлению соответствует ρ=1).

В теории автоматических систем широко представлен класс решений оптимальных систем для объектов, которые описываются дифференциальными уравнениями в непрерывном виде. В тоже время имеется много процессов, которые имеют дискретный характер описания и, даже если объект описывается непрерывным уравнением, а управление предполагается осуществить с помощью цифровой ЭВМ, возникает необходимость использования теории дискретных систем управления. За последние тридцать лет увеличилось общее число цифровых систем управления, используемых в промышленности. Благодаря наличию быстродействующих, недорогих и миниатюрных микропроцессоров появилась возможность автоматизировать многие производственные процессы, используя компьютер непосредственно в контуре системы управления. Цифровое управление имеет ряд преимуществ [3], куда относятся: повышенная точность измерений, использование цифровых сигналов датчиков и преобразователей, меньшая чувствительность к шумам и помехам, возможность легко изменять алгоритм управления.

В работе [4] авторы предложили метод синтеза оптимальных систем при известных параметрах объекта. Введением в функционал качества первой разности функции Ляпунова при решении оптимизационной задачи они доказали теорему об устойчивости системы управления при выполнении условия отрицательности функционала при $U(x_n, n) = U_{опт}(x_n, n)\ \forall x_n$.

В работе [5] функция Ляпунова априорно не выбирается, а является параметром проектирования цифрового регулятора. Решение получено в общем виде для детерминированного случая. Основываясь на этих результатах, предлагается распространение на случай объектов с параметрической неопределенностью, когда параметры объекта неизвестны.

<u>Постановка задачи.</u> Объект описывается линейным векторно-разностным уравнением

$$X_{s+1} = AX_s + bu_s \tag{1}$$

которое можно представить в виде:

$$X_{s+1} = \alpha_s X_s + bu_s + (A - \alpha_{s+1}) X_s + (\alpha_{s+1} - \alpha_s) X_s \tag{2}$$

где $X_s \in \Re^n$ - вектор состояния, A - матрица $(n\times n)$ неизвестных параметров, α_s - матрица настраиваемых параметров $u_s \in \Re^1$ -управление.

Требуется найти управление u_s, удовлетворяющее условию:

$$\min_{U_S} \{\Delta \overline{V} + ru_s^2 + x_s^T H_s x_s\} \le 0 \qquad (3)$$

где $\Delta \overline{V}$ - первая разность функции Ляпунова, вычисляемая вдоль траектории системы, которая состоит из известной части и пока неизвестной:

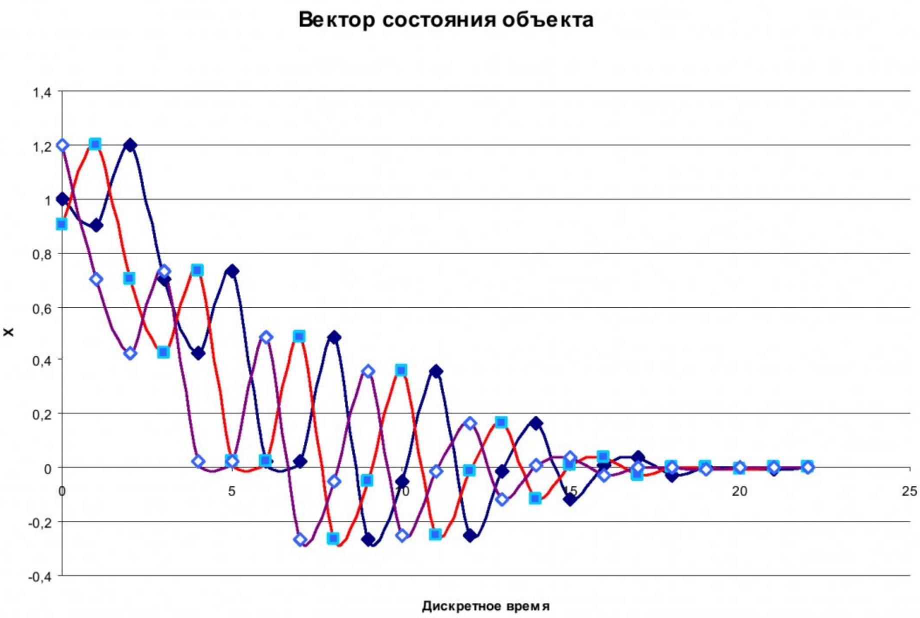
$$\overline{V}_s = V_s + \sum_{i=1}^{n} (a^i - \alpha_s^i)^T (\overline{M_s} + 2G_s)(a^i - \alpha_s^i) \qquad (4)$$

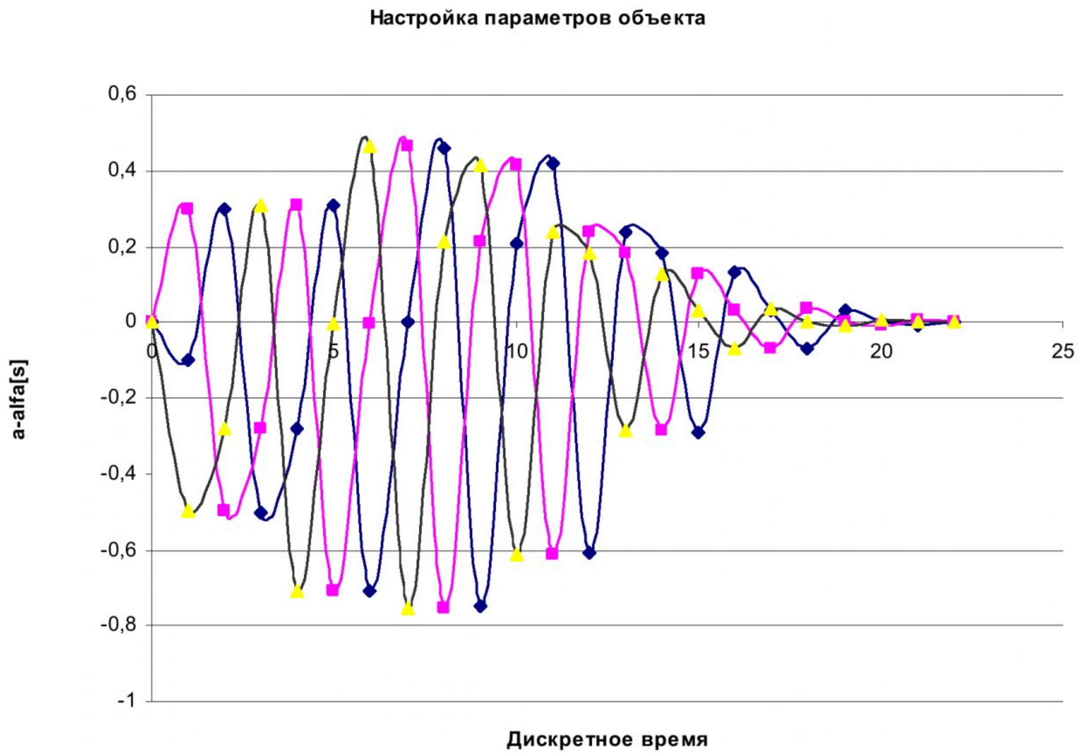
где α_s^i - i-я строка матрицы настраиваемых параметров на шаге s,

$\overline{M_s}$, G_s, H_s - положительно определенные матрицы, r - коэффициент, отражающий затраты на управление.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ. По аналогии с [6], для уравнения (1) и функционала (3) имеем следующее функциональное неравенство:

$$\min_{U_s} \{ x_s^T H x_s + ru_s^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)(\overline{\alpha_s} x_s + bu_s) + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)(A - \alpha_{s+1})X_s + 0.5\,(\alpha_{s+1} - \alpha_s)^T \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)(\alpha_{s+1} - \alpha_s) + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)(\alpha_{s+1} - \alpha_s) + 2(a^i - \alpha_{s+1}^i)^T G_{s+1}(a^i - \alpha_{s+1}^i) - 2\sum_{i=1}^{n}(a^i - \alpha_s^i)^T G_s(a^i - \alpha_{s+1}^i) + (a^i - \alpha_{s+1}^i)^T \overline{M}_{s+1}(a^i - \alpha_{s+1}^i) -$$





$$(a^i - \alpha_s^i)^T \ \overline{M}_s (a^i - \alpha_s^i) \le 0 \qquad (5)$$

Проведя ряд преобразований, направленных на избавление от неизвестных параметров объекта, и выбрав алгоритм настройки параметров в виде:

$$\alpha_{s+1}^{(i)} = \alpha_s^{(i)} + (x_{s+1} - x_s) \cdot x_s^{(i)} \,/\, x_s^T x_s \qquad (6)$$

и выбрав матрицу

$$G_{s+1} = 0.5 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + I\right) \cdot x_s^T x_s \qquad (7)$$

получаем промежуточное неравенство

$$\min_{U_s} \{ x_s^T H x_s + r u_s^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b u_s + 0.5(a_i x_i)^T (a_i x_i) + 1.5 \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) + [-(\overline{\alpha}_s x_s + b u_s)]^{\mathrm{T}} \cdot$$

$$(\overline{M}_{s+1} + 2\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + 2.5I) \cdot [-(\overline{\alpha}_s x_s + b u_s)]$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} (a^{\mathrm{i}} - \alpha_s^i)^T (\overline{M}_{s+1} - \overline{M}_s + 2\,G_{s+1} - 2G_s) (a^{\mathrm{i}} - \alpha_s^i)\} \le 0 \qquad (8)$$

где $\overline{\alpha_s} = \alpha_s - I$, в котором присутствуют члены с неизвестными параметрами объекта. Чтобы избавиться от этого необходимо выполнить условие

$$(\overline{M}_{s+1} - \overline{M}_s + 2\,G_{s+1} - 2\,G_s)\,(a^i - \alpha_s^i) = 0 \qquad (9)$$

где

$$\overline{M}_{s+1} = M_{s+1}\, x_s^T x_s\,, \quad \overline{M}_s = M_s\, x_{s-1}^T x_{s-1}$$

откуда для матрицы M_{s+1} получаем следующий алгоритм выбора

$$M_{s+1} = \frac{M_s x_{s-1}^T x_{s-1} - 2(G_{s+1} - G_s)}{x_s^T x_s} \qquad (10)$$

Дифференцируя (8) по u, получаем функциональное уравнение

$$2ru_s + 2b^{\mathrm{T}} \mathrm{C} b u_s + \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2(\alpha_s x_s)^T \mathrm{C} b = 0 \qquad (11)$$

где

$$\mathrm{C} = (M_{s+1} + 2\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + \frac{5}{2} I).$$

Разрешая уравнение (11) относительно u получаем алгоритм регулятора в виде:

$$u_s = -\frac{1}{2}(r + b^T C b)^{-1} [\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2b^T C \overline{\alpha}_s x_s] \qquad (12)$$

Подставляя (12) в (8), получаем функциональное неравенство в замкнутой форме:

$$x_s^T H x_s + 0.25r\{ (r + b^T C b)^{-1} [\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2b^T C \overline{\alpha}_s x_s]\}^T (r + b^T C b)^{-1} [\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2b^T C \overline{\alpha}_s x_s] - \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b (r + b^T C b)^{-1}$$

$$[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2b^T C \overline{\alpha}_s x_s] + \frac{1}{2}(\alpha_s x_s)^T \alpha_s x_s +$$

Данные моделирования							
№	U1	X1	X2	X3	(a-α)1	(a-α)2	(a-α)3
0	-0,423	1	0,9	1,2	0	0	0
1	-0,592	0,9	1,2	0,702	-0,1	0,3	-0,498
2	-0,604	1,2	0,702	0,423	0,3	-0,498	-0,279
3	-0,761	0,702	0,423	0,731	-0,5	-0,279	0,308
4	-0,454	0,423	0,731	0,025	-0,28	0,308	-0,706
5	-0,318	0,731	0,025	0,023	0,31	-0,706	-0,002
6	-0,299	0,025	0,023	0,487	-0,71	-0,002	0,464
7	-0,083	0,023	0,487	-0,266	0	0,464	-0,753
8	-0,169	0,487	-0,266	-0,053	0,46	-0,753	0,213
9	0,038	-0,266	-0,053	0,362	-0,75	0,213	0,415
10	0,041	-0,053	0,362	-0,252	0,21	0,415	-0,614
11	-0,226	0,362	-0,252	-0,015	0,42	-0,614	0,237
12	0,158	-0,252	-0,015	0,169	-0,61	0,237	0,184
13	0,025	-0,015	0,169	-0,117	0,24	0,184	-0,286
14	-0,144	0,169	-0,117	0,01	0,18	-0,286	0,127
15	0,1	-0,117	0,01	0,04	-0,29	0,127	0,03
16	-0,006	0,01	0,04	-0,029	0,13	0,03	-0,069
17	-0,039	0,04	-0,029	0,005	0,03	-0,069	0,034
18	0,028	-0,029	0,005	0,005	-0,07	0,034	-0,001
19	-0,005	0,005	0,005	-0,004	0,03	-0,001	-0,008
20	-0,005	0,005	-0,004	0,001	0	-0,008	0,004
21	0,004	-0,004	0,001	0	-0,01	0,004	-0,001
22	-0,001	0,001	0	0	0	-0,001	0

$$\frac{3}{2}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^T\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) + \{\overline{\alpha}_s\, x_s - \frac{1}{2}(r + b^T Cb)^{-1} [\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2b^T C\overline{\alpha}_s\, x_s]\}^T C\cdot\{\overline{\alpha}_s\, x_s - \frac{1}{2}(r + b^T Cb)^{-1} [\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right) b + 2b^T C\overline{\alpha}_s\, x_s]\} \le 0 \quad (13)$$

Одним из решений этого неравенства является апроксимация в виде квадратичной формы $V(x)= x_s^T P_s x_s$, где параметры квадратичной формы P_s находятся с помощью матричного неравенства типа Риккати.

По разработанному алгоритму регулятора было проведено компьютерное моделирование. В качестве объекта рассматривается трехмерный объект с одним неустойчивым корнем

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1.1 & 0.015 & 0.01 \end{bmatrix}$$

Начальные значения матрицы настраиваемых параметров имеют вид:

$$\alpha s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0.02 & 0.005 & 1.01 \end{bmatrix}$$

Матрица H и Q соответственно:

$$H = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 1200 \end{bmatrix}$$

Управление применяется скалярное (выбором вектора b): b=[0 0 1].

Результаты моделирования приведены в таблице.

Предложена структура адаптивного регулятора, обеспечивающего устойчивость дискретной системы. Результаты моделирования показали работоспособность разработанного регулятора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Р. Дорф, Р. Бишоп*. Современные системы управления. -М: “Юнимедиастайл”, 2002.
2. *Фомин В. Н., Фрадков А. Л., Якубович В. Я.* Адаптивное управление динамическими объектами. -М: "Наука",1981.
3. *Г. Оллсон, Дж. Пиани* Цифровые системы автоматизации и управления. -Санкт-Петербург: “Невский диалект”, 2001.
4. *Кунцевич В. М. Лычак М. М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. -М: "Наука", 1977.
5. *Крутько П. Д.* Вариационные методы синтеза систем с цифровыми регуляторами. -М: Советское радио, 1967.
6. *Ковырев Н.Г., Плишке Н.А.* Синтез дискретных адаптивных систем оптимальных относительно локального критерия. В кн.:Адаптивные и самоорганизующиеся системы управления. Бишкек: Илим, 1992.

□ Авторы статьи:

Ковырев Николай Григорьевич – начальник отдела АСУ ЦОФ «Кузбасская»

Удовицкий Владимир Иванович – докт.техн.наук, проф. каф. обогащения полезных ископаемых