

УДК 622

А.В. Губенков

## МОДЕЛЬ ТИПОВОГО МОДУЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ С КОММУТАЦИОННОЙ АППАРАТУРОЙ

В [1] рассматривается трёхфазная модель комплекса, состоящего из асинхронного двигателя (АД) с кабелем и пускателем в статорной цепи. Модель позволяет исследовать динамические характеристики электромагнита контактора пускателя, АД с учётом несимметрии нагрузки в цепи статора, однодвигательного электропривода.

В шахтной системе электроснабжения (СЭС) широкое распространение получило многодвигательный привод [2], состоящий из типовых электромеханических модулей (ТЭМ) [3]. Принципиальная схема ТЭМ состоящего из N пускателей и асинхронных двигателей и получающих питание через общий участок кабеля представлена на рис.1. Каждый двигатель и пускатель в ТЭМ представляют собой взаимозависимый комплекс, рассмотренный в [1].

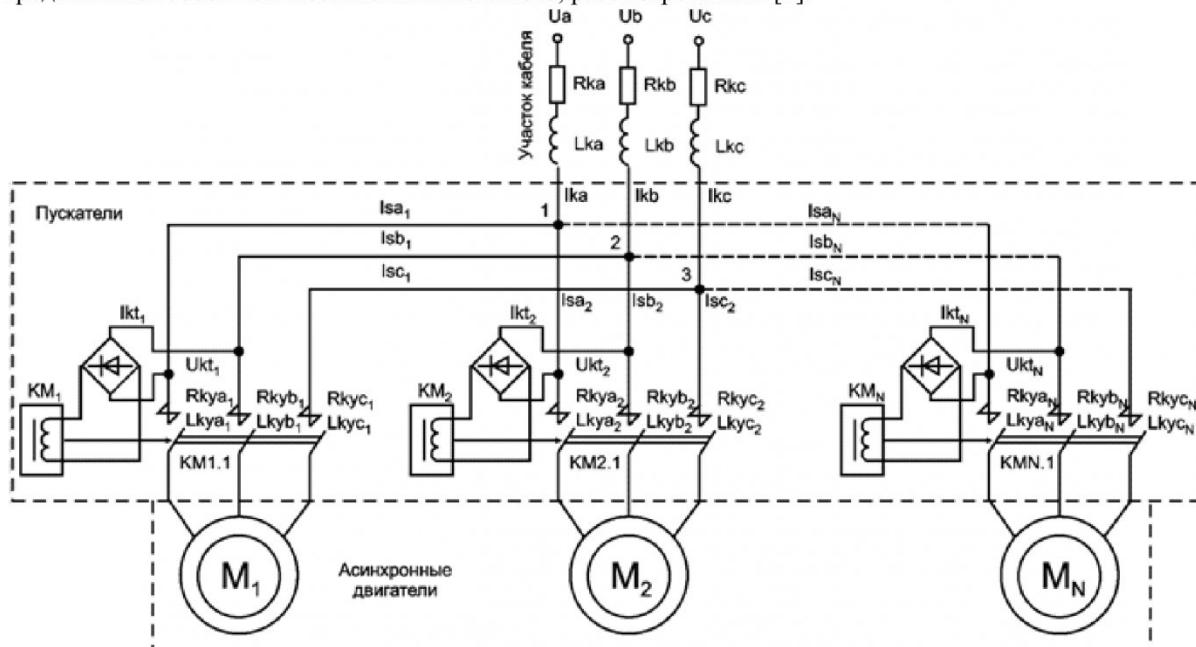


Рис. 1. Типовой электромеханический модуль шахтной системы электроснабжения

Составим математическую модель ТЭМ представленного на рис. 1, с произвольным количеством АД и коммутирующих их пускателей. Для этого необходимо определить:

1. Математическое описание  $i$ -ого АД с учётом несимметрии нагрузки, находящегося в ТЭМ с общим участком кабеля.
2. Математическое описание  $i$ -ого пускателя находящегося в ТЭМ, с учётом сопротивления электрической дуги возникающей в межконтактном промежутке.

При разработке модели были приняты следующие допущения:

- источник питания ТЭМ - симметричный трёхфазный генератор напряжения бесконечно большой мощности;
- сопротивление межконтактного промежутка пускателя, в момент коммутации и участок кабельной линии учитываем как несимметричную нагрузку;
- пренебрегаем вихревыми токами в магнитопроводе электромагнита контактора пускателя.

### 1. Математическая модель $i$ -ого асинхронного двигателя с учётом несимметрии нагрузки

Для узлов схемы 1, 2 и 3 по 1-му закону Кирхгофа [4] сумма токов соответственно равна

$$Ik\alpha = \sum_{j=1}^N Is\alpha_j ; Ik\beta = \sum_{j=1}^N Is\beta_j ; Ik\gamma = \sum_{j=1}^N Is\gamma_j ; \quad (1)$$

В [5] рассматривается математическая модель трёхфазного асинхронного двигателя с кабелем в статорной цепи, которая учитывает несимметрию нагрузки. Соединение АД с симметричным источником питания происходит по схеме Y – Y с изолированной нейтралью.

Модель описывается системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_{sa}}{dt} = u_a - u_0 - r_s i_{sa} - L_{ka} \frac{di_{sa}}{dt} - R_{ka} i_{sa}; \quad \frac{d\psi_{ra}}{dt} = -r_r i_{ra} - \frac{p_n \omega}{\sqrt{3}} (\psi_{r\beta} - \psi_{rc}); \\ u_0 = \left( \left( u_a - L_{ka} \frac{di_{sa}}{dt} - R_{ka} i_{sa} \right) + \left( u_\beta - L_{kb} \frac{di_{sb}}{dt} - R_{kb} i_{sb} \right) + \left( u_c - L_{kc} \frac{di_{sc}}{dt} - R_{kc} i_{sc} \right) \right) / 3; \\ M_{\text{ЭЛ}} = p_n \frac{\sqrt{3}}{2} L_M \left[ \left( i_{sa} i_{rc} + i_{s\beta} i_{ra} + i_{sc} i_{r\beta} \right) - \left( i_{sa} i_{r\beta} + i_{s\beta} i_{rc} + i_{sc} i_{ra} \right) \right]; \\ \psi_{sa} = (L_M + L_s) i_{sa} - \frac{1}{2} L_M i_{s\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{sc} + L_M i_{ra} - \frac{1}{2} L_M i_{r\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{rc}; \\ \psi_{s\beta} = -\frac{1}{2} L_M i_{sa} + (L_M + L_s) i_{s\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{sc} - \frac{1}{2} L_M i_{ra} + L_M i_{r\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{rc}; \\ \psi_{sc} = -\frac{1}{2} L_M i_{sa} - \frac{1}{2} L_M i_{s\beta} + (L_M + L_s) i_{sc} - \frac{1}{2} L_M i_{ra} - \frac{1}{2} L_M i_{r\beta} + L_M i_{rc}; \\ \psi_{ra} = L_M i_{sa} - \frac{1}{2} L_M i_{s\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{sc} + (L_M + L_r) i_{ra} - \frac{1}{2} L_M i_{r\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{rc}; \\ \psi_{r\beta} = -\frac{1}{2} L_M i_{sa} + L_M i_{s\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{sc} - \frac{1}{2} L_M i_{ra} + (L_M + L_r) i_{r\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{rc}; \\ \psi_{rc} = -\frac{1}{2} L_M i_{sa} - \frac{1}{2} L_M i_{s\beta} + L_M i_{sc} - \frac{1}{2} L_M i_{ra} - \frac{1}{2} L_M i_{r\beta} + (L_M + L_r) i_{rc}. \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\Psi_{sa}$ ,  $\Psi_{s\beta}$ ,  $\Psi_{sc}$ ,  $\Psi_{ra}$ ,  $\Psi_{rb}$ ,  $\Psi_{rc}$  – потокосцепления статора и ротора по осям системы координат  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ;  $u_a$ ,  $u_b$ ,  $u_c$  – напряжение питания системы;  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$ ,  $i_{ra}$ ,  $i_{rb}$ ,  $i_{rc}$  – составляющие токов обмоток статора и ротора;  $r_s$ ,  $r_r$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора АД;  $L_{sa}$ ,  $L_{sb}$ ,  $L_{sc}$ ,  $L_{ra}$ ,  $L_{rb}$ ,  $L_{rc}$  – индуктивность статора и ротора по осям системы координат  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ;  $L_{ka}$ ,  $L_{kb}$ ,  $L_{kc}$  – индуктивность кабельной линии;  $R_{ka}$ ,  $R_{kb}$ ,  $R_{kc}$  – активное сопротивление кабельной линии;  $L_M$  – взаимоиндуктивность обмоток статора и ротора;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора электродвигателя.  $U_0$  – точка смещения статорных напряжений.  $M_{\text{ЭЛ}}$  – электромагнитный момент;  $p_n$  – число пар полюсов.

Так как математическое описание АД для различных фаз идентично, дифференциальные уравнения АД в (2) приведены лишь для фазы  $a$ .

Учитывая (1) и сопротивление электрической дуги межконтактного промежутка пускателя  $R_{ky}$  и  $L_{ky}$ , можно записать систему дифференциальных уравнений  $i$ -ого АД в ТЭМ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_{sa_i}}{dt} = u_a - u_{0i} - r_{si} i_{sa_i} - L_{ka} \sum_{j=1}^N \frac{di_{saj}}{dt} - R_{ka} \sum_{j=1}^N i_{saj} - L_{ky\alpha_i} \frac{di_{sai}}{dt} - R_{ky\alpha_i} i_{sai}; \\ \frac{d\psi_{s\beta_i}}{dt} = u_\beta - u_{0i} - r_{si} i_{s\beta_i} - L_{k\beta} \sum_{j=1}^N \frac{di_{s\beta j}}{dt} - R_{k\beta} \sum_{j=1}^N i_{s\beta j} - L_{ky\beta_i} \frac{di_{s\beta i}}{dt} - R_{ky\beta_i} i_{s\beta i}; \\ \frac{d\psi_{s\gamma_i}}{dt} = u_\gamma - u_{0i} - r_{si} i_{s\gamma_i} - L_{k\gamma} \sum_{j=1}^N \frac{di_{s\gamma j}}{dt} - R_{k\gamma} \sum_{j=1}^N i_{s\gamma j} - L_{ky\gamma_i} \frac{di_{s\gamma i}}{dt} - R_{ky\gamma_i} i_{s\gamma i}; \\ \frac{d\psi_{ra_i}}{dt} = -Rr_i I r_{\alpha_i} - \frac{p_i \omega_i}{\sqrt{3}} (\Psi_{r\beta_i} - \Psi_{r\gamma_i}); \\ \frac{d\psi_{r\beta_i}}{dt} = -Rr_i I r_{\beta_i} - \frac{p_i \omega_i}{\sqrt{3}} (\Psi_{r\gamma_i} - \Psi_{r\alpha_i}); \\ \frac{d\psi_{r\gamma_i}}{dt} = -Rr_i I r_{\gamma_i} - \frac{p_i \omega_i}{\sqrt{3}} (\Psi_{r\alpha_i} - \Psi_{r\beta_i}); \\ u_{0i} = \frac{1}{3} \sum_{\phi=\alpha, \beta, \gamma} \left( u_\phi - L_{k\phi} \sum_{j=1}^N \frac{di_{s\phi j}}{dt} - R_{k\phi} \sum_{j=1}^N i_{s\phi j} - L_{ky\phi_i} \frac{di_{s\phi i}}{dt} - R_{ky\phi_i} i_{s\phi i} \right); \\ M_{\text{ЭЛ}_i} = p_i \frac{\sqrt{3}}{2} L_{Mi} \left[ \left( i_{sa_i} i_{rc_i} + i_{s\beta_i} i_{ra_i} + i_{sc_i} i_{r\beta_i} \right) - \left( i_{sa_i} i_{r\beta_i} + i_{s\beta_i} i_{rc_i} + i_{sc_i} i_{ra_i} \right) \right]; \end{array} \right. \quad (3)$$

Для численного решения системы уравнений (3) используем методику, описанную в [6], получаем матрицу (4), которую необходимо разрешить относительно первых производных потокосцеплений АД, например, методом Гаусса.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc|cc} \mathbf{MC}_1 \mathbf{MLs}_1 - \mathbf{MIs}_1 & Lm_1 (\mathbf{MLr}_1 \mathbf{E} - \mathbf{MIr}_1) & \mathbf{MC}_2 \mathbf{MLs}_2 - \mathbf{Ms}_2 & Lm_2 (\mathbf{MLr}_2 \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_2) & \dots & \mathbf{MC}_i \mathbf{MLs}_i - \mathbf{Ms}_i & Lm_i (\mathbf{MLr}_i \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_i) \\ D_1 & D_1 & D_2 & D_2 & \dots & D_i & D_i \\ 0 & \mathbf{MRK}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix} \times \\
& \begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc|cc} \mathbf{MC}_1 \mathbf{MLs}_1 - \mathbf{Ms}_1 & Lm_1 (\mathbf{MLr}_1 \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_1) & \mathbf{MC}_2 \mathbf{MLs}_2 - \mathbf{Ms}_2 & Lm_2 (\mathbf{MLr}_2 \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_2) & \dots & \mathbf{MC}_i \mathbf{MLs}_i - \mathbf{Ms}_i & Lm_i (\mathbf{MLr}_i \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_i) \\ D_1 & D_1 & D_2 & D_2 & \dots & D_i & D_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} \begin{array}{cc|cc|cc} \mathbf{MC}_1 \mathbf{MLs}_1 - \mathbf{Ms}_1 & Lm_1 (\mathbf{MLr}_1 \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_1) & \mathbf{MC}_2 \mathbf{MLs}_2 - \mathbf{Ms}_2 & Lm_2 (\mathbf{MLr}_2 \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_2) & \dots & \mathbf{MC}_i \mathbf{MLs}_i - \mathbf{Ms}_i & Lm_i (\mathbf{MLr}_i \mathbf{E} - \mathbf{Mr}_i) \\ D_1 & D_1 & D_2 & D_2 & \dots & D_i & D_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \end{bmatrix} \\
& \left[ \begin{array}{l} (2R\alpha_1 + 3Rs_1)Is\alpha_1 - R\beta_1 Is\beta_1 - R\gamma_1 Is\gamma_1 + 2Rkals\alpha_2 - Rk\betals\beta_2 - Rk\gammals\gamma_2 + \dots + 2Rkals\alpha_i - Rk\betals\beta_i - Rk\gammals\gamma_i - 2U\alpha + U\beta + U\gamma \\ - R\alpha_1 Is\alpha_1 + (2R\beta_1 + 3Rs_1)Is\beta_1 - R\gamma_1 Is\gamma_1 - Rkals\alpha_2 + 2Rk\betals\beta_2 - Rk\gammals\gamma_2 - \dots - Rkals\alpha_i + 2Rk\betals\beta_i - Rk\gammals\gamma_i + U\alpha - 2U\beta + U\gamma \\ - R\alpha_1 Is\alpha_1 - R\gamma_1 Is\beta_1 + (2R\gamma_1 + 3Rs_1)Is\gamma_1 - Rkals\alpha_2 - Rk\betals\beta_2 + 2Rk\gammals\gamma_2 - \dots - Rkals\alpha_i - Rk\betals\beta_i + 2Rk\gammals\gamma_i + U\alpha + U\beta - 2U\gamma \\ - Rr_1 Ir\alpha_1 - \frac{p_1 \omega_1}{\sqrt{3}} (\Psi r\beta_1 - \Psi r\gamma_1) \\ - Rr_1 Ir\beta_1 - \frac{p_1 \omega_1}{\sqrt{3}} (\Psi r\gamma_1 - \Psi r\alpha_1) \\ - Rr_1 Ir\gamma_1 - \frac{p_1 \omega_1}{\sqrt{3}} (\Psi r\alpha_1 - \Psi r\beta_1) \\ - 2Rkals\alpha_1 - Rk\betals\beta_1 - Rk\gammals\gamma_1 + (2R\alpha_2 + 3Rs_2)Is\alpha_2 - R\beta_2 Is\beta_2 - R\gamma_2 Is\gamma_2 + \dots + 2Rkals\alpha_i - Rk\betals\beta_i - Rk\gammals\gamma_i - 2U\alpha + U\beta + U\gamma \\ - Rkals\alpha_1 + 2Rk\betals\beta_1 - Rk\gammals\gamma_1 - R\alpha_2 Is\alpha_2 + (2R\beta_2 + 3Rs_2)Is\beta_2 - R\gamma_2 Is\gamma_2 - \dots - Rkals\alpha_i + 2Rk\betals\beta_i - Rk\gammals\gamma_i + U\alpha - 2U\beta + U\gamma \\ - Rkals\alpha_1 - Rk\betals\beta_1 + 2Rk\gammals\gamma_1 - R\alpha_2 Is\alpha_2 - R\beta_2 Is\beta_2 + (2R\gamma_2 + 3Rs_2)Is\gamma_2 - \dots - Rkals\alpha_i - Rk\betals\beta_i + 2Rk\gammals\gamma_i + U\alpha + U\beta - 2U\gamma \\ - Rr_2 Ir\alpha_2 - \frac{p_2 \omega_2}{\sqrt{3}} (\Psi r\beta_2 - \Psi r\gamma_2) \\ - Rr_2 Ir\beta_2 - \frac{p_2 \omega_2}{\sqrt{3}} (\Psi r\gamma_2 - \Psi r\alpha_2) \\ - Rr_2 Ir\gamma_2 - \frac{p_2 \omega_2}{\sqrt{3}} (\Psi r\alpha_2 - \Psi r\beta_2) \\ 2Rkals\alpha_1 - Rk\betals\beta_1 - Rk\gammals\gamma_1 + 2Rkals\alpha_2 - Rk\betals\beta_2 - Rk\gammals\gamma_2 + \dots + (2R\alpha_i + 3Rs_i)Is\alpha_i - R\beta_i Is\beta_i - R\gamma_i Is\gamma_i - 2U\alpha + U\beta + U\gamma \\ - Rkals\alpha_1 + 2Rk\betals\beta_1 - Rk\gammals\gamma_1 - Rkals\alpha_2 + 2Rk\betals\beta_2 - Rk\gammals\gamma_2 - \dots - R\alpha_i Is\alpha_i + (2R\beta_i + 3Rs_i)Is\beta_i - R\gamma_i Is\gamma_i + U\alpha - 2U\beta + U\gamma \\ - Rkals\alpha_1 - Rk\betals\beta_1 + 2Rk\gammals\gamma_1 - Rkals\alpha_1 - Rk\betals\beta_2 + 2Rk\gammals\gamma_2 - \dots - R\alpha_i Is\alpha_i - R\gamma_i Is\beta_i + (2R\gamma_i + 3Rs_i)Is\gamma_i + U\alpha + U\beta - 2U\gamma \\ - Rr_i Ir\alpha_i - \frac{p_i \omega_i}{\sqrt{3}} (\Psi r\beta_i - \Psi r\gamma_i) \\ - Rr_i Ir\beta_i - \frac{p_i \omega_i}{\sqrt{3}} (\Psi r\gamma_i - \Psi r\alpha_i) \\ - Rr_i Ir\gamma_i - \frac{p_i \omega_i}{\sqrt{3}} (\Psi r\alpha_i - \Psi r\beta_i) \end{array} \right] \quad (4)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathbf{MC}_i &= \begin{bmatrix} A_i & C_i & C_i \\ A_i & C_i & C_i \\ A_i & C_i & C_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{MLs}_i = \begin{bmatrix} L\alpha_i & L\beta_i & L\gamma_i \\ L\beta_i & L\gamma_i & L\beta_i \\ L\gamma_i & L\alpha_i & L\alpha_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{MIs}_i = 3 \cdot \begin{bmatrix} A_i L\alpha_i + D_i & C_i L\alpha_i & C_i L\alpha_i \\ C_i L\beta_i & A_i L\beta_i + D_i & C_i L\beta_i \\ C_i L\gamma_i & C_i L\gamma_i & A_i L\gamma_i + D_i \end{bmatrix}; \\
\mathbf{Ms}_i &= 3 \cdot \begin{bmatrix} A_i L\alpha_i & C_i L\alpha_i & C_i L\alpha_i \\ C_i L\beta_i & A_i L\beta_i & C_i L\beta_i \\ C_i L\gamma_i & C_i L\gamma_i & A_i L\gamma_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{MLr}_i = \begin{bmatrix} L\alpha_i & L\beta_i & L\gamma_i \\ L\alpha_i & L\beta_i & L\gamma_i \\ L\alpha_i & L\beta_i & L\gamma_i \end{bmatrix}; \\
\mathbf{MIr}_i &= 3 \cdot \begin{bmatrix} -L\alpha_i & L\alpha_i + L\beta_i & L\alpha_i + L\gamma_i \\ L\beta_i + L\alpha_i & -L\beta_i & L\beta_i + L\gamma_i \\ L\gamma_i + L\alpha_i & L\gamma_i + L\beta_i & -L\gamma_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Mr}_i = 3 \cdot \begin{bmatrix} -Lk\alpha_i & Lk\alpha_i + Lk\beta_i & Lk\alpha_i + Lk\gamma_i \\ Lk\beta_i + Lk\alpha_i & -Lk\beta_i & Lk\beta_i + Lk\gamma_i \\ Lk\gamma_i + Lk\alpha_i & Lk\gamma_i + Lk\beta_i & -Lk\gamma_i \end{bmatrix}; \\
\mathbf{0} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{MRK}_i = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{\Psi s}_i = \begin{bmatrix} \Psi s\alpha_i \\ \Psi s\beta_i \\ \Psi s\gamma_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{\Psi r}_i = \begin{bmatrix} \Psi r\alpha_i \\ \Psi r\beta_i \\ \Psi r\gamma_i \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A &= \frac{2L_s L_r + 3L_m L_s + L_m L_r}{L_s}; \quad C = \frac{L_r L_m}{L_s}; \quad D = 2L_s L_r + 3L_m L_s + 3L_m L_r; \quad R_\alpha = R_{k\alpha} + R_{ky\alpha}; \quad R_\beta = R_{k\beta} + R_{ky\beta}; \\
R_c &= R_{kc} + R_{ky\beta}; \quad L_\alpha = L_{k\alpha} + L_{ky\alpha}; \quad L_\beta = L_{k\beta} + L_{ky\beta}; \quad L_c = L_{kc} + L_{ky\beta}.
\end{aligned}$$

## 2. Математическое описание *i*-ого пускателя, с учётом сопротивления электрической дуги возникающей в межконтактном промежутке

Исходные дифференциальные уравнения электромагнита можно найти в [7]:

$$d\psi_{kt} = U_{kt} + i_{kt}(\psi_{kt}, x_{kt})R_{kt}, \frac{dx_{kt}}{dt} = v, \frac{dv}{dt} = \frac{P_{em}(\psi_{kt}, x_{kt}) + P_m - P_{mh}}{M}, \quad (5)$$

где  $\psi_{kt}$  - суммарное потокосцепление обмотки электромагнита контактора;  $U_{kt}$  - напряжение питания;  $i_{kt}$  - ток, протекающий по обмотке;  $R_{kt}$  - активное сопротивление обмотки;  $x_{kt}$  - расстояние между якорем контактора и сердечником магнитной системы (отсчитывается от положения якоря при минимальном зазоре);  $v$  - скорость движения якоря;  $P_{em}$  - электромагнитная сила;  $P_m$  - сила веса якоря, в зависимости от рассматриваемой конструкции контактора может действовать в ту же сторону, что и электромагнитная сила, или в противоположную ей сторону;  $P_{mh}$  - сила механизма противодействующая электромагнитной;  $M$  - масса якоря.

Электромагнит *i*-ого пускателя получает питание через диодный мост (рис. 1) и находится в статорной цепи *i*-ого АД. Из схемы ТЭМ представленной на рис.1, следует, что напряжение питания электромагнита – линейное, статорное, выпрямленное и по величине одинаково для всех пускателей. Таким образом, для того чтобы получить напряжение питания *i*-ого электромагнита, необходимо выразить статорное напряжение *i*-ого АД.

Из [4] получаем линейное напряжение  $U_{AB}$  как разность фазных:

$$U_{kt} = |U_{AB}| = |U_{SA} - U_{SB}|. \quad (6)$$

Преобразуя (6) через первые производные потокосцеплений, получаем

$$U_{kti} = \left| \frac{1}{D_i} \cdot \left\{ \mathbf{Ksi}_{kyi} \times \frac{d}{dt} \Psi_{si} + Lm_i \cdot \mathbf{Kri}_{kyi} \times \frac{d}{dt} \Psi_{ri} \right\} + \sum_{h \neq i}^N \frac{1}{D_h} \cdot \left\{ \mathbf{Ks}_{kyh} \times \frac{d}{dt} \Psi_{sh} + Lm_h \cdot \mathbf{Kr}_{kyh} \times \frac{d}{dt} \Psi_{rh} \right\} \right|, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{Ksi}_{kyi} &= [L_{\beta_h} C_h - L_{\alpha_h} A_i \mid L_{\beta_h} A_h - L_{\alpha_h} C_h \mid C_h (L_{\beta_h} - L_{\alpha_h})]; \\ \mathbf{Kri}_{kyi} &= [(2L_{\alpha_i} + L_{\beta_i}) \mid (-L_{\alpha_i} - 2L_{\beta_i}) \mid (L_{\beta_i} - L_{\alpha_i})]; \\ \mathbf{Ks}_{kyh} &= [L_{k\beta_h} C_h - L_{k\alpha_h} A_i \mid L_{k\beta_h} A_h - L_{k\alpha_h} C_h \mid C_h (L_{k\beta_h} - L_{k\alpha_h})]; \\ \mathbf{Kr}_{kyh} &= [(2L_{k\alpha_h} + L_{k\beta_h}) \mid (-L_{k\alpha_h} - 2L_{k\beta_h}) \mid (L_{k\beta_h} - L_{k\alpha_h})] \end{aligned}$$

Подставляя (7) в (5), получаем систему уравнений для *i*-ого электромагнита пускателя:

$$\begin{cases} d\psi_{kti} = \left| \frac{1}{D_i} \cdot \left\{ \mathbf{Ksi}_{kyi} \times \frac{d}{dt} \Psi_{si} + Lm_i \cdot \mathbf{Kri}_{kyi} \times \frac{d}{dt} \Psi_{ri} \right\} + \sum_{h \neq i}^N \frac{1}{D_h} \cdot \left\{ \mathbf{Ks}_{kyh} \times \frac{d}{dt} \Psi_{sh} + Lm_h \cdot \mathbf{Kr}_{kyh} \times \frac{d}{dt} \Psi_{rh} \right\} \right| + i_{kti}(\psi_{kti}, x_{kti})R_{kti}, \\ \frac{dx_{kti}}{dt} = v_i, \\ \frac{dv_i}{dt} = \frac{P_{em}(\psi_{kti}, x_{kti}) + P_m - P_{mh}}{M_i}. \end{cases} \quad (8)$$

Учёт сопротивления электрической дуги производим по динамическим зависимостям Майра [1, 8]:

$$\begin{cases} R_{kyi} = \begin{cases} 0.001, & \text{если } x_{kti} < x_{min}, \\ \frac{P_0 L_{\mathcal{D}} [1 + 4(2\pi f - \varphi_i)^2 \Theta^2]}{3I_{0i}^2 [2(2\pi f - \varphi_i)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi_i)^2 - (2\pi f - \varphi_i)\Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi_i)]}, & \text{если } x_{kti} \geq x_{min} \end{cases} \\ L_{kyi} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_{kti} < x_{min}, \\ \frac{P_0 L_{\mathcal{D}} [1 + 4(2\pi f - \varphi_i)^2 \Theta^2]}{3(100I_{0i})^2 [2(2\pi f - \varphi_i)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi_i)^2 - (2\pi f - \varphi_i)\Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi_i)]}, & \text{если } x_{kti} \geq x_{min} \end{cases} \end{cases} \quad (9)$$

где  $P_0$  – удельная отводимая мощность;  $\Theta$  – тепловая постоянная времени дуги;  $f$  – промышленная частота питающей сети;  $t$  – время;  $I_{0i}$  – действующее значение коммутируемого тока;  $\varphi$  - угол сдвига фазы между током и напряжением. В аппаратах низкого напряжения  $P_0 = 5 \div 100 \text{ кВт/см}$ ;  $\Theta = 50 \div 200 \text{ мкс}$ ;  $L_{\mathcal{D}}$  – высота столба дуги [8].

Объединяя системы уравнений (4), (8), (9) в одну, а также дополняя систему уравнений формулой электромагнитного момента (10) и скорости вращения *i*-ого АД (11), можно получить общую математическую модель схемы, представленной на рис. 1.

Формулу электромагнитного  $M_{\text{эл}}$  момента берём из [7]:

$$M_{\text{эл}} = P_{\text{п}} \frac{\sqrt{3}}{2} L_M \left[ \left( i_{sa} i_{rc} + i_{s\beta} i_{ra} + i_{sc} i_{r\beta} \right) - \left( i_{sa} i_{r\beta} + i_{s\beta} i_{rc} + i_{sc} i_{ra} \right) \right], \quad (10)$$

Основное уравнение движения электропривода [7]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{ЭЛ}} \pm M_C, \quad (11)$$

где  $M_C$  – статический момент;  $J$  – момент инерции движущихся частей.

По полученной математической модели была реализована программа в среде программирования Delphi, рассчитывающая динамику комплекса в целом.

Рассмотрим режим включения ТЭМ, состоящий из трёх АД и пускателей. Выбраны следующие параметры моделирования системы. Двигатели: тип первого АД – АВР280Л4, мощность 160кВт; второго АД – ДКВ45, мощность 45кВт; третьего АД – ДВК355ЛВ4, мощность 315кВт. Протяженность кабельного участка 400м, тип кабеля - 70 мм, бронированный. В качестве коммутационного аппарата для всех АД, выбран пускатель типа ПВИ-250БТ, со встроенным контактором КТУ-4Б. Время расчёта переходного процесса 1,4с. Запуск двигателей производится в следующей последовательности: первый пускатель включается в нулевой момент времени, второй спустя 0,1с, третий в 0,3с.

На рис 2-9 представлены результаты моделирования переходного процесса. Динамические характеристики электромагнитов контакторов представлены на рис 2-5. Динамические характеристики асинхронных двигателей представлены на рис 6-9.

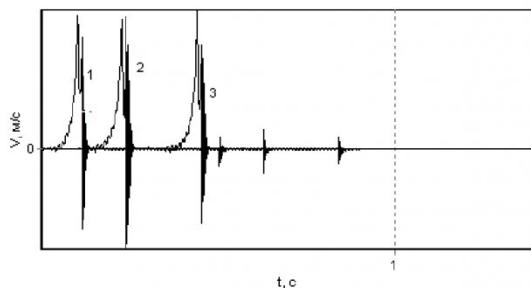


Рис. 2. Скорость движения якорей контакторов

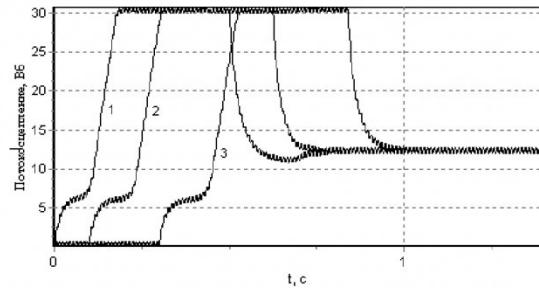


Рис. 3. Суммарное потокосцепление обмоток электромагнитов

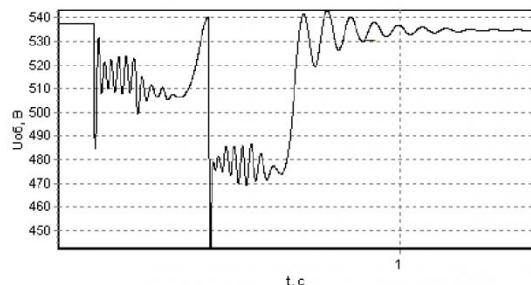


Рис. 4. Напряжение питания обмоток электромагнитов

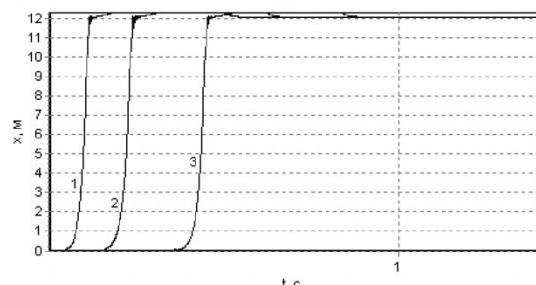


Рис. 5. Перемещения якорей контакторов

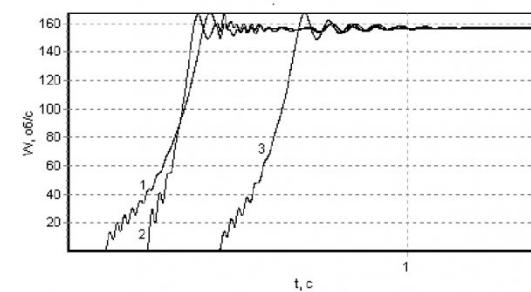


Рис.6. Скорости вращения АД

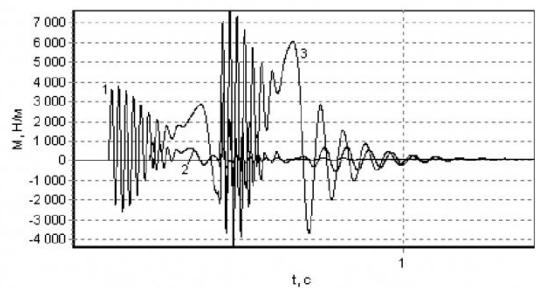


Рис.7. Электромагнитные моменты АД



Рис.8. Токи системы

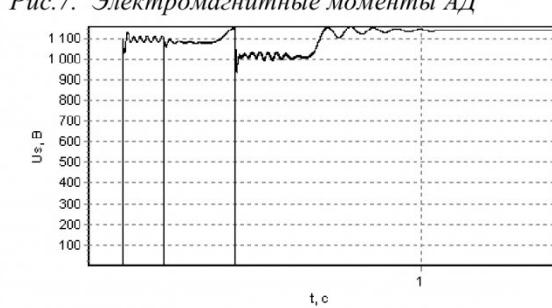


Рис.9. Напряжения на статоре АД

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Губенков А.В. Трёхфазная модель асинхронного двигателя с кабелем и пускателем в статорной цепи // Вестн КузГТУ. 2003. №6. С.56-61.
2. Разгильдеев Г.И. Схемы электроснабжения //Шахты Кузбасса /В.Е.Брагин, П.В.Егоров, Е.А.Бобер идр.. -М: Недра, 1994. -Гл.17. -С.292-293.
3. Ещин Е.К. Электромеханические системы многодвигательных электроприводов. Моделирование и управление.- Кемерово: Кузбасский гос. техн. ун-т, 2003.- 247 с.
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. В 3-х ч. Ч. 1. Линейные электрические цепи: Учеб. Для вузов.- 5-е изд., испр. и доп. – М.: Энергия, 1978 . - 592с. ил.
5. Петров Л.П., Ладензон В.А., Подзолов Р.Г., Яковлев А.В. Моделирование асинхронных электроприводов с тиристорным управлением. М.-«Энергия», 1977. 200 с. с ил.
6. Соколов И.А. Пусковые режимы асинхронных электродвигателей в системе электроснабжения горных и транспортных машин: Дисс. канд. техн. наук. -Кемерово.,2003. -146 с.
7. Переходные процессы в электрических машинах и аппаратах и вопросы их проектирования: Учеб. пособие для вузов/ Гольдберг О.Д., Буль О.Б., Свириденко И.С., Хелемская С.П.; Под ред. О.Д. Гольдберга -М.: Высш. шк., 2001. 512с.: ил.
8. И.С. Таев, Б.К. Буль, А.Г. Годжелло и др., Основы теории электрических аппаратов. Учеб. Для вузов. М.: Высш шк. 1987. – 352с.

□ Автор статьи:

Губенков  
Александр Вячеславович  
- аспирант каф. вычисли-  
тельный техники и информацион-  
ных технологий

**УДК 621.316.94**

**П. Д. Гаврилов, А. В. Бородин**

### **СРАБАТЫВАНИЕ РЕЛЕ ЗАЩИТЫ ОТ УТЕЧЕК ПРИ ПОДКЛЮЧЕНИИ К СЕТИ С ИЗОЛИРОВАННОЙ НЕЙТРАЛЬЮ НЕЛИНЕЙНЫХ НАГРУЗОК**

Перечислим возможные причины появления тока в заzemляющей жиле.

1. Дисбаланс фазных емкостей, т.е.  $X_a \neq X_b \neq X_c$ . Данный дисбаланс появляется при геометрической не симметрии фазных проводов относительно земли. В симметричной трехфазной системе фазовые емкостные токи в сумме равны нулю [1]. В не симметричной системе сумма емкостных токов не равна нулю, что приводит к появлению тока в заzemляющей жиле, который не является следствием снижения  $R_{uz}$  фаз относительно земли, но может причинить помехи для обнаружения опасных замыканий;

2. Дисбаланс фазного напряжения ( $V_{an} \neq V_{bn} \neq V_{cn}$ ) имеет то же самое действие, как неуравновешенная фазовая емкость. Несимметричность напряжения может быть вызвана

некомпенсированными однофазными нагрузками. Дисбаланс напряжения, объединенный с дисбалансом емкости, увеличивает емкостный ток;

3. При прямом включении двигателя в сеть емкостный ток способен вызвать срабатывание защитного устройства [2]. Ве-

личина тока утечки непредсказуема, и зависит от фазы замыкания контактов и параметров сети;

4. Присутствие гармоник напряжения, кратных основной частоте, возникающих при работе преобразователя частоты, может вызвать срабатывание

