УДК 519.2+004.4

М.А.Тынкевич, О.С.Болотова, Е.И.Латышева

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ДАННЫХ (СТЭК)

Человек познавал окружающий мир и самого себя в этом мире на основе статистики, которая позволяла ему находить связи между явлениями. Человеческий разум при посредстве статистики и неотделимо сопровождающего ее математического аппарата породил как современную науку – астрономию и геологию, физику твердого тела и генетику, так человеческую этику понятий «хорошо» или «плохо». Экспоненциальный рост объемов информации во всех сферах и усложнения связей в обществе за последние три столетия привел к примату математики, для которой присущ лаконизм и обоснованность выводов. «В каждой естественной науке заключено столько истины, сколько в ней математики» (И. Кант).

Как и при решении любой *обратной задачи – воспроизведения закона, которому следовала или следует некоторая система* (техническая, экономическая и пр.), по результатам ее действий (часто неполным и извращенным внесистемными факторами, особенно в сфере денежных интересов) *невозможно гарантировать надежность и однозначность получаемых выводов*. Тем не менее такой поиск остается жизненной потребностью.

Наряду с многообразием других подходов, для анализа статистических данных используются методы математической статистики (*регрессионный и дисперсионный анализ*, *анализ главных компонент*, связанные с ними *методы проверки гипотез*), математическим аппаратом которой является теория вероятностей. Там, где удается из моря «дурной вероятности» выловить статистические закономерности (законы распределения и тенденции), с целью последующей оптимизации вступают в работу *методы массового обслуживания* (без них не могли бы проектироваться, например, современные средства массовых коммуникаций) и *методы статистического моделирования* (Монте-Карло).

В последние 70 лет появилось великое множество алгоритмов *анализа временных рядов*, основанных на сочетании регрессионного анализа, спектрального анализа и эвристических подходов, вокруг которых не утихают споры. Предлагается многообразие специфических подходов к информации, предлагаемой статистикой рынка ценных бумаг, страхового дела. Хотя никаких революционных идей в обработке данных здесь не возникло, существует много фирм, дающих вполне правдоподобные прогнозы.

Для облегчения применения методов статистического анализа и прогнозирования на рынке программного обеспечения распространяются сотни разных программных пакетов. Специализированные пакеты (Эвриста, МЕЗОЗАВР, ОЛИМП, СтатЭксперт, Forecast Expert) ориентированы на использование в специфической предметной области - страховое дело, статистика ценных бумаг и другие области анализа временных рядов

Пакеты общего назначения более популярны. Они обладают продуманным, дружественным к пользователю интерфейсом и относительно подробной документацией, широким спектром статистических функций, что привлекает как специалистов, так и новичков в статистике (SPSS, STATISTICA, STATGRAPHICS, S-plus, SAS, STADIA).

Тем не менее, наряду с весьма богатыми возможностями, есть в них и определенные минусы. Большинство пакетов имеет свою оригинальную систему подготовки данных, ограниченно русифицировано (многие понятия нестандартны и не согласуются с традиционными для классической литературы); богатство возможностей, обеспеченное большим коллективом разработчиков в естественном стремлении «объять необъятное», перерастает в трудность восприятия рядовым пользователем, не отличающимся глубоким знакомством с подводной частью айсберга математической статистики.

Соответственно, экономист, инженер или студент вынужден для выполнения небольшого и подчас элементарного анализа обращаться к объемистому дорогостоящему руководству, в котором, вместо хотя бы описания методов достижения целей и пояснения используемых понятий, он обнаруживает кнопочную технологию и последовательность экранов (если в описаниях библиотек программ 40-летней давности как зарубежные, так и отечественные авторы приводили методы и даже исходные модули, что делает их публикации вечными, то современные пособия, за малым исключением, живут не более 5- 10 лет, до усиленной рекламы следующего пакета).

Мы попытались построить компьютерную систему, предназначенную для пользователя, знакомого лишь с азами статистического анализа, который без длительного обучения мог бы “занести в компьютер“ свою информацию и удовлетворить свое любопытство на традиционном уровне познания основных статистических величин (среднее, дисперсия, вариация и пр.), установления факта *нормальности* или специфики данных, без чего последующий анализ может оказаться неправомерным, наличия корреляции, характера связей и тенденций (в рамках «джентльменского набора» математических кривых, популярного в

среде эконометристов). Мы не добивались повышенной точности получаемых оценок там, где это связано с излишествами расхода времени и памяти, поскольку точность порядка 0.1% в экономических оценках более чем приемлема.

Естественно, разработке пакета предшествовал определенный анализ математических соотношений, которые легли в его основу.

Основу всякого статистического анализа одномерной выборки $X=\{x_i,\ i=1,N\}$ составляют т.н. моменты, их производные и некоторые другие параметры эмпирического распределения.

Моменты первых порядков определяются традиционно, например, в несмещенных оценках

$$\mu_x = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \text{ - среднее значение;}$$

$$Dx = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left[x_i - \bar{x}\right]^2 \text{ - дисперсия;}$$

$$M_3 x = \frac{1}{(N-1)(N-2)}\sum_{i=1}^{N}\left[x_i - \bar{x}\right]^3 ,$$

$$M_4 x = \frac{N(N^2-2N+3)m_4 x - 3\cdot N(2N-3)D_x^2}{(N-1)(N-2)(N-3)}$$

- моменты третьего и четвертого порядков, где

$$m_4 x = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[x_i - \bar{x}\right]^4 .$$

Среди других традиционных базовых характеристик:

- $s_x = \sqrt{Dx}$ - стандартное отклонение ;

- $Ax = M_3 x \Big/ s_x^3$ - коэффициент асимметрии, определяющий смещение распределения вправо ($Ax>0$) и влево ($Ax<0$);

- $Эx = \frac{M_4 x}{s_x^4} - 3$ - коэффициент эксцесса , характеризующий остроту пика распределения (для нормального распределения эксцесс нулевой);

- x_{min}, x_{max} – предельные значения массива данных;

- $Rx=x_{max}-x_{min}$ – размах;

- $Vx = s_x \Big/ Mx$ - коэффициент вариации по Пирсону;

- $S_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$ - стандартное отклонение среднего значения;

- *Me* – медиана распределения с плотностью $p(x)$ (срединное значение упорядоченной выборки - $X_{[N/2]+1}$ при нечетном N или $0.5\ [X_{[N/2]} + X_{[N/2]+1}]$ при четном N):

$$\int_{-\infty}^{Me} p(x)dx = \int_{Me}^{\infty} p(x)dx ;$$

- *Mo* - мода распределения (значение x, соответствующее максимуму плотности распределения).

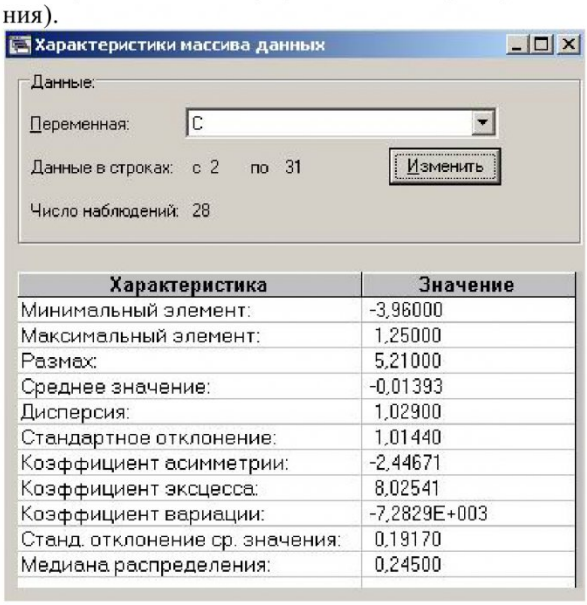


Рис. 1. Вывод результатов расчета статистических характеристик

К базовой статистике следует отнести и коэффициент корреляции ($|r_{xy}|\le 1$)

$$r_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{x_i-\mu_x}{s_x}\cdot\frac{y_i-\mu_y}{s_y} \equiv \frac{\overline{xy}-\mu_x\mu_y}{s_x s_y}.$$

На основе такой базовой статистики строится весь последующий анализ эмпирических данных.

Часто практики не уделяют должного внимания распределениям вероятностей случайных величин (это присуще во многом и известным пакетам). Знание характера эмпирического распределения существенно, например, для правомерности применения методов регрессионного анализа (в их основе близость распределения к нормальному), методов теории массового обслуживания (экспоненциальное и Пуассона) и др. Отсутствие унимодальности приводит подчас к абсурдным выводам.

Из многообразия типов распределений непрерывных случайных величин, нуждающихся в компьютерном анализе, мы выбрали лишь те, которые наиболее часто встречаются в приложениях (рис.2), и установили представление плотности $p(x)$, функции $F(x)$ и параметров распределения через моменты.

1. *Равномерное распределение*

$$p(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{B-A} & A<x<B \\ 0 & x\notin[A,B] \end{bmatrix};\quad F(x<A)=0;$$

$$F(x) = \frac{x-A}{B-A}\quad (A<x<B),\ F(x>B)=1;$$

$$A = \mu_x - s_x\sqrt{3}\ ,\ B = \mu_x + s_x\sqrt{3}\ .$$

2. *Нормальное распределение*

$$p(x) = \frac{1}{B\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-A}{B}\right)^2}; F(x) = \Phi(\frac{x-A}{B});$$

$$A=\mu_x,\ B=s_x\ .$$

Здесь $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz$.

3. *Распределение Лапласа-Шарлье*

$$p(x) = \frac{1}{B\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{R^2}{2}} \times$$

$$\left[1 - \frac{A_x}{6}(3R - R^3) + \frac{E_x}{24}(R^4 - 6R^2 + 3)\right],$$

$$R = \frac{x-A}{B};$$

$A=\mu_x$; $B=s_x$; A_x и E_x – коэффициенты асимметрии и эксцесса. Это оригинальное распределение, определяемое как отрезок ряда Грама-Шарлье первого рода, сохраняет унимодальность и неотрицательность *p(x),* как нами установлено аналитическим и численным анализом, в ограниченном диапазоне $|R| < \sqrt{3}$ при ограниченных значениях асимметрии $|A_x|<3$ и эксцесса $\approx -\pi/2<E_x<4$.

4. *Распределение Лапласа* (двустороннее показательное)

$$p(x) = \frac{1}{2B} e^{-\left|\frac{x-A}{B}\right|};\ F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{\frac{x-A}{B}}, x < A \\ 1 - \frac{1}{2} e^{\frac{A-x}{B}}, x > A \end{cases}$$

$$A=\mu_x,\ B = s_x / \sqrt{2}\ .$$

5. *Логарифмически нормальное распределение*

$$p(x) = \frac{1}{x \cdot B\sqrt{2\pi}} exp[-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(x)-A}{B}\right)^2]\ ;$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{ln(x)-A}{B}\right), x>0\ ;$$

$$A = ln\frac{Mx^2}{\sqrt{Mx^2 + s_x^2}}\ ,\ B = \sqrt{ln\frac{Mx^2 + s_x^2}{Mx^2}}\ ;$$

$Mo=exp(A-B^2)$, $Me= exp(A)$.

6. *Распределение Вейбулла*

$$p(x) = \frac{A}{B} x^{A-1} e^{-\frac{x^A}{B}};\ F(x) = 1 - e^{-\frac{x^A}{B}}, x>0;$$

$A\geq 1,\ B>0;$

$Me = (B \cdot ln(2))^{1/A}$; $Mo = [B \cdot (A-1)/A]^{1/A}$;

A – корень уравнения (существует при $V_x<1$)

$$L(A) = V_x^2 + 1 - \Gamma(1+\frac{2}{A}) / \Gamma^2(1+\frac{1}{A}) = 0\ ;$$

$$B = \left[\frac{Mx}{\Gamma(1+\frac{1}{A})}\right]^A\ ,$$

где $\Gamma(\lambda) = \int_o^\infty t^{\lambda-1} e^{-t}\, dt$ -гамма-функция, V_x-коэффициент вариации; распределение часто используется при оценках надежности и риска.

7. *Экспоненциальное распределение*

$p(x)=\lambda \cdot e^{-\lambda x},\ x>0$; $F(x)=1- e^{-\lambda x}$;

$\lambda=1/Mx$; $Me = ln(2)/\lambda$; $Mo=0$; $A_x=2$; $E_x=6$. Одно из основных распределений в теории массового обслуживания.

8. *Распределение Рэлея*

$$p(x) = \frac{x}{\beta^2} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{\beta})^2}\ , x>0\ ;$$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\beta^2}}\ .$$

Параметр масштаба $\beta = \sqrt{\frac{2}{\pi}} Mx$; $Dx = \frac{4-\pi}{2}\beta^2$, асимметрия положительна.

9. *Распределение Максвелла*

$$p(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{x^2}{\beta^3} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x}{\beta})^2}\ , x>0\ ;$$

$$F(x) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{x}{\beta} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{\beta^2}} - 1 + 2\Phi(x/\beta),$$

$x>0$.

$Mo= \beta\sqrt{2}$, $Mx= \beta\sqrt{\frac{8}{\pi}}$, $Dx = \frac{3\pi-8}{\pi}\beta^2$,

откуда $\beta = s_x\sqrt{\frac{\pi}{3\pi-8}}$.

10. *Распределение χ2 (ХИ-квадрат)*

$$p(x) = \frac{x^{\frac{A}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{A}{2}} \Gamma(\frac{A}{2})}, x>0, A\geq 1\ ;$$

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(A/2)} \int_0^{x/2} t^{\frac{A}{2}-1} e^{-t}\, dt;$$

$A=\mu_x$; $s_x=\sqrt{2A}$; при A>2 мода=$A-2$; $A_x= 2\sqrt{\frac{2}{A}}$, $E_x= 12/A$; составляет базу критерия Пирсона .

11. *ХИ-распределение*

$$p(x)=\frac{x^{A-1}e^{-\frac{x^2}{2}}}{2^{\frac{A}{2}-1}\Gamma(\frac{A}{2})},\ x>0,$$

$$F(x)=\frac{1}{\Gamma(A/2)}\int_0^{x^2/2} t^{\frac{A}{2}-1}e^{-t}dt$$

$A=s_x^2+\mu_x^2$; мода $=\sqrt{A-1}$.

12. *Гамма-распределение*

$$p(x)=\frac{x^{A-1}e^{-\frac{x}{B}}}{B^A\Gamma(A)};\ x>0;$$

$$A=\left[\frac{Mx}{s_x}\right]^2=1/V_x^2,\ B=\frac{s_x^2}{Mx}=s_xV_x.$$

Мода распределения равна $x=B(A-1)$.

13. *Распределение Фишера (распределение отношения дисперсий, v^2-распределение)*

$$p(x)=\frac{\Gamma(\frac{A+B}{2})}{\Gamma(\frac{A}{2})\cdot\Gamma(\frac{B}{2})}\times$$

$$\left(\frac{A}{B}\right)^{A/2}x^{\frac{A}{2}-1}\left(1+\frac{A}{B}x\right)^{-\frac{A+B}{2}},$$

$A,B>0;\ x>0;$

$$B=\frac{2\cdot Mx}{Mx-1};\quad A=\frac{2B^2(B-2)}{(B-2)^2(B-4)\cdot s_x^2-2B^2};$$

при $A>2$ $\quad Mo=\frac{B}{A}\cdot\frac{A-2}{B+2}$.

14. *Распределение Парето*

$$p(x)=\frac{c}{x^{c+1}},\ 1\le x<\infty;\ c>0;$$

$$F(x)=c\int_1^x\frac{dx}{x^{c+1}}=1-\frac{1}{x^c},$$

где параметр (формы) распределения

$$c=\frac{Mx}{Mx-1}>1.$$

15. *Распределение Стьюдента*

$$p(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi A}}\frac{\Gamma(\frac{A+1}{2})}{\Gamma(\frac{A}{2})}\left(1+\frac{x^2}{A}\right)^{-\frac{A+1}{2}};$$

$A=\frac{2\cdot S_x^2}{S_x^2-1}>2$; симметричное распределение с эксцессом $=3(A-2)/(A-4)$ (при $A>4$). Одно из популярнейших распределений для оценки доверительных интервалов .

16. *T^2-распределение Хотеллинга*

$$p(x)=\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n-k+1}{2})\Gamma(\frac{k}{2})}\cdot\frac{x^{\frac{k}{2}-1}(1+\frac{x}{n})^{-\frac{n+1}{2}}}{n^{\frac{k}{2}}}$$

$0<x<\infty$, $\quad n>k>1.$

$k=\frac{M_x(n-1)}{M_x+n}$; n – корень уравнения

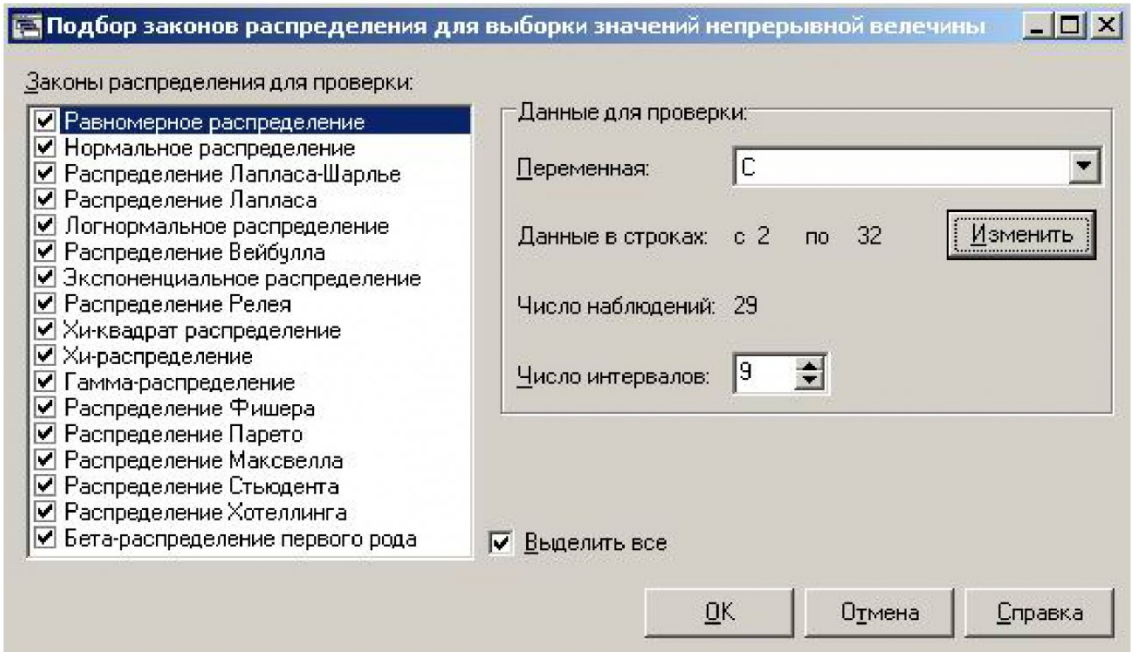
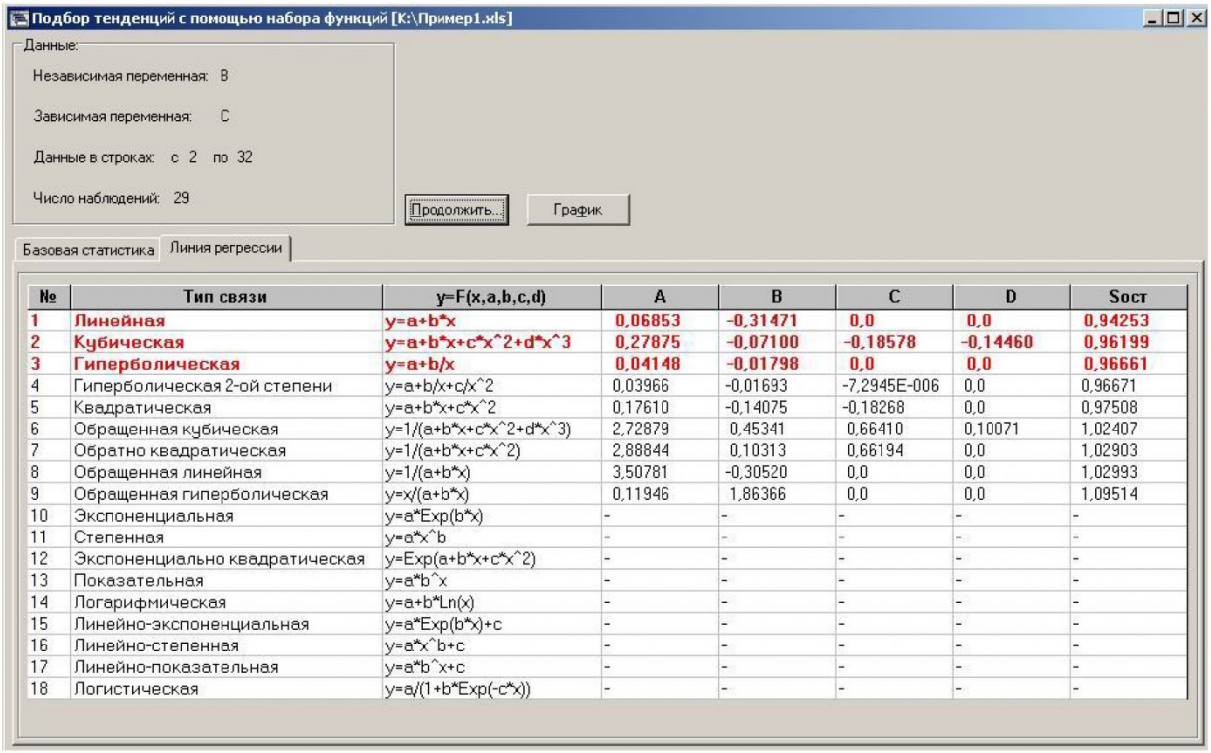


Рис. 2. Выбор данных для проверки эмпирического распределения на соответствие гипотетическим распределениям



№	Тип связи	y=F(x,a,b,c,d)	A	B	C	D	Sост
1	**Линейная**	**y=a+b*x**	**0,06853**	**-0,31471**	**0,0**	**0,0**	**0,94253**
2	**Кубическая**	**y=a+b*x+c*x^2+d*x^3**	**0,27875**	**-0,07100**	**-0,18578**	**-0,14460**	**0,96199**
3	**Гиперболическая**	**y=a+b/x**	**0,04148**	**-0,01798**	**0,0**	**0,0**	**0,96661**
4	Гиперболическая 2-ой степени	y=a+b/x+c/x^2	0,03966	-0,01693	-7,2945E-006	0,0	0,96671
5	Квадратическая	y=a+b*x+c*x^2	0,17610	-0,14075	-0,18268	0,0	0,97508
6	Обращенная кубическая	y=1/(a+b*x+c*x^2+d*x^3)	2,72879	0,45341	0,66410	0,10071	1,02407
7	Обратно квадратическая	y=1/(a+b*x+c*x^2)	2,88844	0,10313	0,66194	0,0	1,02903
8	Обращенная линейная	y=1/(a+b*x)	3,50781	-0,30520	0,0	0,0	1,02993
9	Обращенная гиперболическая	y=x/(a+b*x)	0,11946	1,86366	0,0	0,0	1,09514
10	Экспоненциальная	y=a*Exp(b*x)	-	-	-	-	-
11	Степенная	y=a*x^b	-	-	-	-	-
12	Экспоненциально квадратическая	y=Exp(a+b*x+c*x^2)	-	-	-	-	-
13	Показательная	y=a*b^x	-	-	-	-	-
14	Логарифмическая	y=a+b*Ln(x)	-	-	-	-	-
15	Линейно-экспоненциальная	y=a*Exp(b*x)+c	-	-	-	-	-
16	Линейно-степенная	y=a*x^b+c	-	-	-	-	-
17	Линейно-показательная	y=a*b^x+c	-	-	-	-	-
18	Логистическая	y=a/(1+b*Exp(-c*x))	-	-	-	-	-

Рис. 3. Подбор тенденций для динамических рядов

$$n^2(s_x^2 - 2M_x) - n(4M_x^2 + 3s_x^2) -$$
$$- 2M_x(M_x^2 + s_x^2) = 0$$

(в зависимости от знака при n^2 в его решении выбираем минус или плюс).

17. *Бета -распределение первого рода*

$$p(x) = \frac{\Gamma(A+B)}{\Gamma(A)\cdot\Gamma(B)} x^{A-1}(1-x)^{B-1},$$

$0<x<1;$

$$F(x) = \begin{cases} 0, x \le 0 \\ \frac{B_x(A,B)}{B(A,B)}, 0 < x < 1, \\ 1, x \ge 1 \end{cases}$$

где $B_x(\alpha,\beta) = \int_o^x t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}dt$ – неполная бета-функция;

$$A = \frac{(Mx)^2}{s_x^2}(1-Mx) - Mx;\ B = A\frac{1-Mx}{Mx};$$

при $A, B>1$ существует мода = $(A-1)/(A+B-2)$.

Предлагаемый нами пакет СТЭК позволяет найти выполнить базовую статистику эмпирического распределения объема N и осуществить проверку его на близость к вышеперечисленным по критерию

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(p_i^{теор} - p_i^{эмп})^2}{Np_i^{теор}},\ f=k-1,$$

где k – число подинтервалов области данных, определяемое по формуле Стерджеса

$$k=[1.446\ ln(N)+3.5]$$

или принудительно с учетом "порога".

Естественно, пакет обеспечивает графику плотности и функции распределения при любых допустимых значениях параметров, генерацию последовательностей псевдослучайных чисел с указанным распределением

$$\int_{-\infty}^{z} p(z)dz = x,\ x \in [0,1] \text{ р.р.},$$

поиск квантилей по заданному значению $F(x)=\alpha$ (эта возможность позволяет избавиться от традиционного использования таблиц при поиске уровня значимости получаемых статистических оценок).

Другая составная часть пакета связана с традиционным регрессионным анализом. Обычная парная корреляция и регрессия предлагает оценки по 5 традиционным для эконометрики типам связей:

$y=a+bx$; $y=a+b/x$; $y=a+b\cdot ln(x)$; $y=a\cdot exp(bx)$; $y=a+bx+cx^2$

(коэффициенты уравнений регрессии, корреляционные отношения, остаточная дисперсия, средняя невязка, их оценки по Стьюденту и уровень значимости).

Блок множественной регрессии

$$y \equiv x_1 = a_0 + \sum_{i=2}^{m} a_j f(x_j)\cdot$$

также допускает линейное, гиперболическое, ло-

гарифмическое и параболическое включения всех факторов (в том числе и x_1) с последующим расчетом матрицы парных регрессионных отношений, признаков, упомянутых выше, и коэффициентов уравнения регрессии в стандартизованном масштабе. Кстати, проблема «пропущенных значений» решается по усмотрению пользователя пакета (удалением «наблюдения» или вставкой среднего значения).

Пакет обеспечивает и ранговую корреляцию по Спирмену и Кендаллу с учетом возможной связанности рангов [4]

С ориентацией на анализ трендов динамических рядов подобрана система популярных в эконометрике функций (рис.2). С той же целью создана и возможность подбора аппроксимирующего алгебраического полинома заданной степени или с автоматическим выбором таковой по критерию 100- кратного уменьшения остаточной дисперсии. Здесь нами предусмотрена возможность построения полинома как по обычным значениям факторов, так и по их стандартизованным (нормированным) значениям.

Для создания системы СТЭК по соображениям разработки с минимальными затратами эффективного пользовательского интерфейса, соответствующего стандартам операционной системы Windows, и высокого быстродействия создаваемых приложений использована интегрированная среда разработки Borland Delphi 6.0.

Ввод данных в системе организован в виде знакомой всем пользователям MS Excel электронной таблицы, состоящей из столбцов (переменных, факторов) и строк (наблюдений). Максимально число переменных – 26, число наблюдений – 512.

Сохраняются операции с использование буфера обмена Windows, операции с выделенными блоками (аналогично MS Excel) и пр.

Ввод данных в электронную таблицу можно осуществить непосредственно с клавиатуры, на основе уже введенных при помощи формул, копированием через буфер обмена или открытием готовых файлов (расширения файлов *.xls, *.txt). В качестве дополнительных функций система позволяет сортировать и нормировать данные.

Вывод численных и текстовых результатов анализа производится в отдельные окна, где расположены таблицы, подобные таблицам ввода; можно копировать в буфер обмена или сохранять в файлах указанных выше типов. Имеется возможность вывода результатов на печать. Вывод графических результатов производится также в отдельные окна. Пользователь может настроить различные компоненты графика (цвет линий, фона, вид легенда, заголовок, тип линии и др.), сохранить его в графическом растровом формате (расширение *.bmp), копировать в буфер обмена, а также вывести на печать.

Доступ к статистическим процедурам осуществляется через пункты меню и через кнопки панели инструментов.

Как мы уже указывали выше, система СТЭК обеспечивает определение базовых числовых характеристик совокупностей, подбор законов распределения, графику законов распределения, генерацию псевдослучайных чисел заданного типа, корреляционный и регрессионный анализ, подбор тенденций для динамических рядов.

Предусмотрено получение справки не только о работе системы, но и теоретической информации об описательных статистиках, рассчитываемых системой, обо всех распределениях, представленных для анализа, а также теоретические выкладки по корреляционному и регрессионному анализу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Поллард Дж.* Справочник по вычислительным методам статистики. –М.: Финансы и статистика. 1982. -344 с.

2. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. –М.: Наука. 1984. -832 с.

3. Программное обеспечение ЭВМ Мир-1 и Мир-2. Том 2. –Киев: Наукова думка. 1976. -371 с.

4. Математический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия. 1988.

5. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. – М.: Наука.1964. -344с.

Авторы статьи:

Тынкевич
Моисей Аронович
- канд. физ.-мат. наук, проф. каф. вычислительной иехники и информационных технологий

Болотова
Ольга Сергеевна
- дипломант каф. вычислительной иехники и информационных технологий

Латышева
Евгения Ильинична
- дипломант каф. вычислительной иехники и информационных технологий