

ГОРНЫЕ МАШИНЫ И КОМПЛЕКСЫ

УДК 622.233.05

В.П. Рындин

МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ШТАНГАХ БУРИЛЬНЫХ МАШИН

Значительно сократить время на исследование волновых процессов в ударных системах бурильных машин позволяет вычислительный эксперимент, который имеет для каждой конкретной задаче свои особенности.

Первым этапом вычислительного эксперимента является создание математической модели, которая состоит из набора математических уравнений, описывающих процесс. На втором этапе разрабатывается метод расчета сформулированной математической задачи, т.е. создание вычислительного алгоритма. Это совокупность цепочек алгебраических формул, по которым ведутся вычисления. Вычислительный эксперимент имеет «многовариантный» характер, так как решение любой прикладной задачи зависит от многочисленных входных параметров. Третий этап вычислительного эксперимента – создание программы для реализации разработанного алгоритма на ЭВМ. Четвертый этап – проведение расчетов на ЭВМ.

В этом этапе вычислительного эксперимента проявляется его сходство с натурным. Если при натурном эксперименте исследователь задает вопросы природе, то при вычислительном эксперименте вопросы задаются математической модели, которая перед этим тестируется на решении задач, имеющих известное решение.

По результатам вычислительного эксперимента делается анализ и выводы. Если появляются какие-либо необычные формы протекания изучаемого

процесса, которые заинтересуют исследователя, то математическая модель модифицируется, усложняется и начинается новый цикл вычислительного эксперимента.

Образование продольных волн напряжений при соударении и законы их распространения достаточно хорошо изучены. В основу построения модели для вычисления форм импульсов и особенности их распространения по штанге взята работа Р. Саймона [1].

Основные зависимости, связанные с образованием волн напряжения при соударении двух элементов, базируется на волновой теории Сен-Венана, которая основана на допущении, что контакт соударяющихся элементов происходит по всей плоскости соударения. В случае равных сечениях в плоскости контакта отсутствуют отраженные волны. Распространение волны в стержне описывается одномерным волновым уравнением :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где u – продольное перемещение точки поперечного сечения с координатой x ; c - скорость ударной волны.

Решение его имеет вид :

$$u(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct), \quad (2)$$

где слагаемые представляют собой волновые функции, перемещающиеся соответственно в положительном и отрицательном направлении оси x .

Ударные системы бурильных машин обычно состоят из цилиндрических тел различных

диаметров и длины. В такой системе сравнительно просто проследить за волнами напряжения в течении нескольких передач и отражений и рассчитать, какая часть волны доходит до коронки. С увеличением количества отраженных импульсов расчет становится более сложным. В этой ситуации очень эффективно моделировать волновые процессы на персональном компьютере (ПК). Быстрота и надежность, с которой ПК может выдать результаты, в значительной степени облегчают конструирование новых ударных систем бурильных машин и модификацию существующих, так как позволяют легко оценить влияние ряда изменяемых параметров конструкции и выбрать оптимальный вариант.

Соосное соударение двух цилиндрических тел, которые приближаются одно к другому с относительной скоростью v_0 , вызывает два ступенчатых импульса напряжения, которые распространяются от поверхности удара в обоих телах со скоростями продольной волны, характерными для этих тел.

В модели предполагается, что поверхность удара представляет собой плоскость, перпендикулярную к общей оси обоих тел. Требования непрерывности движения через поверхность соударения во время удара выражается формулой общего усилия сжатия

$$P_0 = v_0 Z_p,$$

где

$$Z_p = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

$Z_1 = A_1 \rho_1 c_1$, $Z_2 = A_2 \rho_2 c_2$, представляют собой величины сопротивлений для соударяющихся тел 1 и 2 в плоскости соударения: A_1 , A_2 - площади поперечных сечений; ρ_1 , ρ_2 - плотности этих тел;

$$c_1 = \sqrt{\frac{E_1}{\rho_1}}, c_2 = \sqrt{\frac{E_2}{\rho_2}}$$

- скорости распространения волн напряжений;

E_1 , E_2 - модули упругости тел.

Амплитуды ступенчатых импульсов напряжения, которые распространяются от плоскости соударения вправо и влево, обозначены, соответственно, μ и λ . Напряжения сжатия при этом считаются по знаку положительными. Скорости частиц в импульсах напряжений, если принять за положительное направление движение от поверхности соударения вправо, равны, соответственно, $-P_0/Z_1$ и $+P_0/Z_2$. Если волна усилия с амплитудой P_i , которая распространяется в положительном направлении, встречается с резким изменением характеристики сопротивления от Z_a до Z_b , то волна усилия с амплитудой

$$P_r = P_i \frac{Z_b - Z_a}{Z_b + Z_a} \quad (3)$$

отразится от места соединения в обратном направлении, а в прежнем направлении пойдет волна усилия с амплитудой

$$P_t = P_i + P_r = P_i \frac{2Z_b}{Z_b + Z_a} \quad (4)$$

Волна с амплитудой P_r может иметь тот же знак, что и P_i или противоположный в зависимости от $Z_b > Z_a$ или $Z_b < Z_a$. Амплитуда P_t будет иметь тот же знак, что и P_i .

Отраженные и переданные напряжения обозначены соответственно P_r/A_a и P_t/A_b где A_a и A_b - площади поперечного сечения перед контактом и за ним.

Если соударяющиеся детали изготовлены из одного и того

же материала, то амплитуды импульсов напряжения, образующихся в элементах 1 и 2 при соударении, равны:

$$\frac{\sigma_1}{v_0 \rho c} = \frac{A_1}{A_1 + A_2},$$

$$\frac{\sigma_2}{v_0 \rho c} = \frac{A_2}{A_1 + A_2}$$

а отраженное и переданное напряжения на контакте, согласно уравнениям (3) и (4)

$$r = \frac{\sigma_r}{\sigma_i} = \frac{A_b - A_a}{A_b + A_a}$$

и

$$t = \frac{\sigma_t}{\sigma_i} = \frac{2A_b}{A_b + A_a}.$$

Если импульс напряжения встречает свободный конец стержня, то $\sigma_r = -\sigma_i$ и $\sigma_t = 0$.

Напряжения выражены в безразмерной форме. В программу вычислений не вводятся значения скоростей и плотности материала соударяющихся тел, так как для получения величин напряжений в сечениях, получаемые на выходе безразмерные значения должны лишь умножаться на $v_0 \rho c$.

При выводе уравнений допускалось, что поверхности соударения и поверхности контакта между зонами перепада сечений представляет собой плоскости, перпендикулярные оси и смещающиеся в обоих направлениях, как абсолютно жесткие поверхности.

Такое упрощение допустимо при условии, что перепад поперечных сечений невелик. Импульс напряжения, который поступает в элемент большего

диаметра, не может достигнуть максимального значения, пока не истечет время, необходимое для радиального распространения волны до внешней поверхности этого элемента и возвращения от него. В результате фронт ударного импульса становится все менее крутым при каждом последующем прохождении или отражении от такого перепада площадей поперечных сечений.

Крутину фронта ударного импульса уменьшает рассеивание энергии высокочастотных колебаний, длина волны которых приближается к диаметру элемента или его длине. Высокочастотные компоненты возникают при соударении закругленных и перекошенных поверхностей. При этом образуются «шлейки» малой длины, которые являются ловушками части энергии импульса преобразованной в высокочастотные колебания.

Сглаживание волн напряжения можно получить на каждом перепаде сечений при помощи коэффициентов концентрации статических напряжений или, осуществив для ударного импульса прямое преобразование Фурье, исключить из его спектра высокочастотные составляющие, а затем восстановить импульс обратным преобразованием.

На рис. 1 показана схема ударной системы, использованная при создании алгоритма расчета. Система разделена на N участков, каждый из которых имеет постоянное поперечное

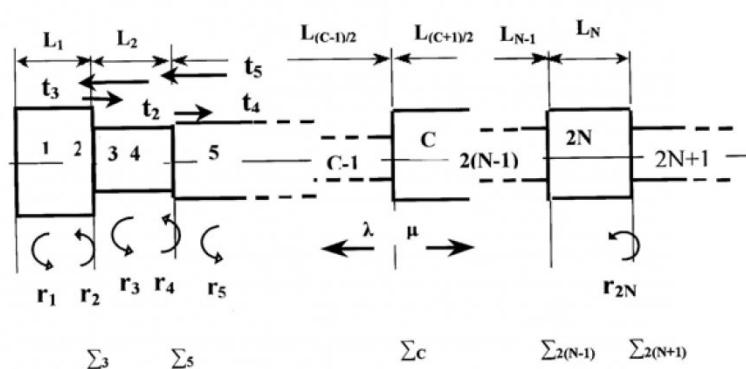


Рис.1. Схема модели ударной системы

сечение. В качестве N для данной программы может быть любое число от 1 до 10, которое бы удовлетворяло большинству случаев, имеющих практический интерес. Буровая штанга следует за N -м участком, показанным на рисунке крайним справа. Принимая длину буровой штанги бесконечно большой, мы тем самым предполагаем, что волна напряжения, отраженная от конца коронки буровой штанги, возвращается к ударной системе слишком поздно, для того чтобы оказать влияние на процесс удара.

Граница участка 1 обозначает собой свободную поверхность ударника, а все остальные нечетные граници представляют собой правые стороны каждой поверхности контакта между элементами системы. Граница $2N+1$ представляет собой левую поверхность буровой штанги, $C-1$ – поверхность соударения бойка. C может быть принята равной любому числу от 3 до $2N+1$. Длина участков от l_1 до l_N устанавливается в пределах 1–5000 мм. Если принять за единицу длины величину меньшую, чем четверть наименьшего диаметра участка, то это незначительно увеличит точность моделирования. Обозначения различных коэффициентов отражения и передачи на границах между участками, для импульсов, движущихся в обоих направлениях, показаны на рис. 1. В информацию, вводимую в программу, включают лишь ряд четных коэффициентов.

Каждый коэффициент передачи равен единице за вычетом соответствующего коэффициента отражения. Величина λ – первоначальная амплитуда безразмерного импульса напряжений, который образуется при ударе и начинает распространяться влево с амплитудой

$$\lambda = \frac{A_{\text{ШТ}}}{A_{\text{ШТ}} + A_b}.$$

Вправо распространяется импульс напряжения с ампли-

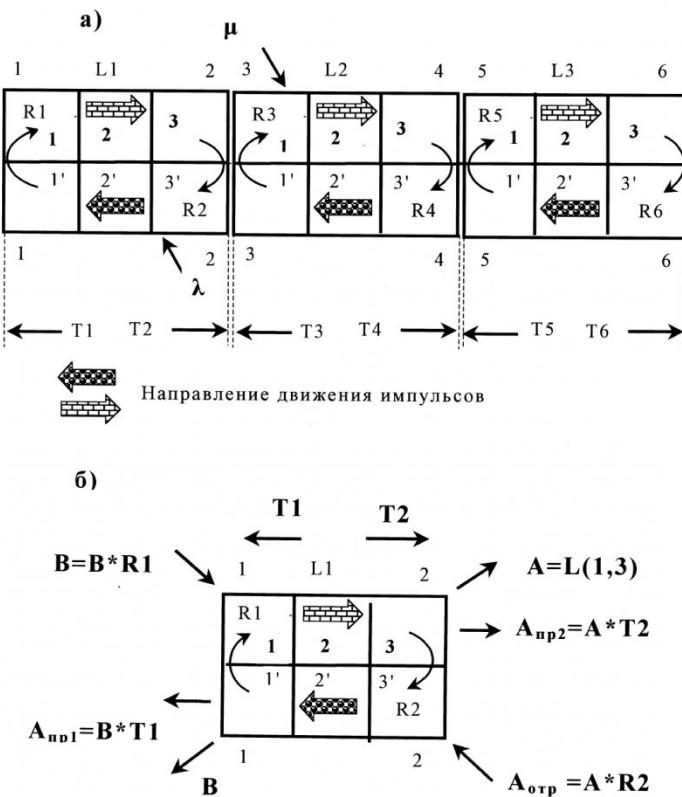


Рис.2. Схема формирования и перемещения волн в модели

тудой $\mu = 1 - \lambda$.

Ударная система подразделяется на ряд участков постоянного диаметра. Каждый участок характеризуется определенной плотностью, скоростью ударной волны, сечением и длиной. В программе каждому участку выделяется двухмерный массив, число элементов которого пропорционально длине. Первая строка каждого массива предназначена для импульсов распространяющихся от бойка к коронке. Вторая – для импульсов, перемещающихся в обратном направлении. Схема формирования модели перемещающихся волн напряжения в массивах изображена на рис. 2. Здесь показаны три двухмерных массива L_1 , L_2 , L_3 , соответствующих трем участкам ударной системы. Движение прямых импульсов происходит в направлении от сечений с нечетными номерами к сечениям с четными номерами. Отраженные импульсы перемещаются в противоположном направлении (вторая строка массивов).

Допустим, что поверхностям соударения соответствуют сечения 2-2 и 3-3. Тогда элементу $L_2(1,1)$ присваивается значение μ , а элементу $L_1(2,3)$ – величину λ , значения первоначальных амплитуд безразмерных импульсов напряжения. На схеме (рис. 1) буквами R обозначены коэффициенты отражения, буквами T – коэффициенты прохождения.

Программным путем обеспечивается передача информации между элементами массивов по часовой стрелке, то есть содержимое ячеек передается, например, для первого массива $L_1(1,1) \rightarrow L_1(1,2) \rightarrow L_1(1,3) \rightarrow L_1(2,3) \rightarrow L_1(2,2) \rightarrow L_1(2,1)$. После каждой такой операции содержимое ячейки обнуляется.

Принцип организации кругового обмена информацией между ячейками массивов показан на рис. 2, б. Переменным A и B присваиваются значения крайних по направлению движения импульсов элементов массива $A=L(1,3)$ и $B=L(2,1)$.

Соответствующие элементы обнуляются. Затем происходит обмен: в первой строке $L1(1,2)=L1(1,3)$, $L1(1,1)=L1(1,2)$, во второй строке $L1(2,1)=L1(2,2)$; $L1(2,2)=L1(2,3)$. Заканчивается цикл обмена присваиванием элементам $L1(1,1)=B^*R1$ и $L1(2,3)=A^*R$. В соседние элементы перейдут проходящие волны $A_{np2}=A^*T_2$ и $A_{np1}=B^*T_1$. В результате получается сдвиг значений элементов массива в первой и второй строках по часовой стрелке с шагом в одну ячейку или на один элемент массива.

Программой предусмотрен цикл, где этот процесс происходит в каждом элементе ударной системы. Один такой цикл соответствует перемещению ударного импульса на одну единицу Δl длины участков ударной системы или отрезку времени $\Delta l / c$, где c - скорость ударного импульса.

Форма волны напряжения в функции времени на каком-либо данном участке ударной системы представляет собой сумму всех частичных волн, проходящих через этот участок как вправо, так и влево. Чтобы определить форму волны напряжения в каком-либо сечении, необходимо заносить в специальный массив сумму всех амплитуд импульсов, прошедших через элементы массива, соответствующих сечению.

За непродолжительное время число импульсов напряжения в системе увеличивается за счет отражений, поэтому возможно, что два импульса, распространяющиеся в противоположных направлениях, одно-

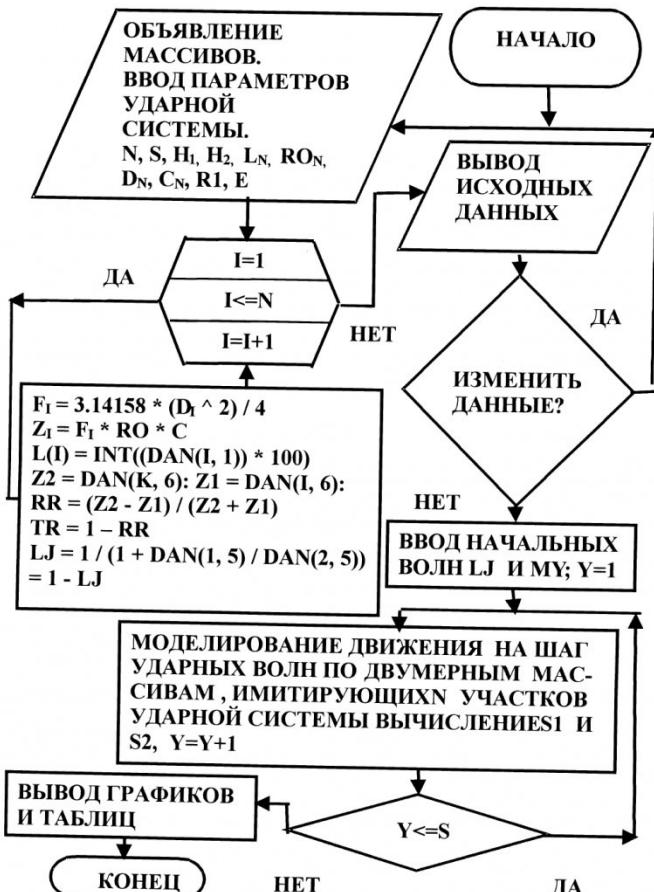


Рис.3. Алгоритм модели ударной системы

временно достигнут поверхности контакта между этими участками. Отраженный от одного из участка импульс накладывается на импульс, приходящий из другого участка и наоборот. Программа обеспечивает суммирование таких импульсов, после чего они распространяются как единый импульс.

Алгоритм модели ударной системы показан на рис. 3. Количество шагов вычислений определяется числом участков ударной системы, их протяженностью и выбранной единицей

длины. Практика показала, что достаточно 1000 шагов для большинства вычислений. Число шагов вводится в программу перед расчетом.

Правильность работы программы производилась путем расчета импульсов, полученных аналитическим путем Ф. Арндтом [2]. Автор использовал данную вычислительную модель для исследования ударных систем, составленных из акустически неоднородных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саймон Р. Расчет на вычислительных машинах волн напряжений от удара бойка в бурильных машинах. Сб. "Механика горных пород". Госгортехиздат, 1962. -319 с.
2. Арнд Ф.К. Механизм соударения поршня и штанги при ударном бурении // Глюкауф.- 1966.- №24.- С.153-163.

□ Автор статьи:

Рындин

Владимир Прокопьевич

- канд.техн.наук, доц. каф.
стационарных и транспортных машин