

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 622.272 : 516.02

С.В. Черданцев, Н.В. Черданцев

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВИНТОВОГО СТЕРЖНЯ С ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ВЫРАБОТОК

Проблема устойчивости горных выработок является важнейшей задачей при их проектировании и строительстве горных выработок. Выработка считается устойчивой, если за ее контуром не образуются зоны нарушения сплошности (З.Н.С.) окружающего массива (или эти зоны небольшие). Если выработка сооружается в достаточно прочных породах, то за ее контуром не возникают З.Н.С. Если же породы слабые, то размеры З.Н.С. могут быть достаточно большими и выработка может потерять устойчивость, вследствие чего происходит обрушение пород в выработку. Из сказанного следует, что устойчивость выработок зависит от напряженного состояния массива горных пород в окрестности выработки и от прочностных свойств горных пород.

Задача о напряженном состоянии массива пород вокруг выработки следующим образом [1]: вдоль оси x_3 на бесконечный упругий массив действуют напряжения $\sigma_{33}^{\infty} = \gamma H$, горизонтально вдоль осей x_1, x_2 действуют напряжения $\sigma_{11}^{\infty} = \sigma_{22}^{\infty} = \Lambda \gamma H$, где Λ – коэффициент бокового давления. Внутри массива имеется полость, моделирующая заданную выработку, на всей поверхности которой (или какой-то ее части) изнутри приложены усилия F , создаваемые реакцией крепи.

Для решения поставленной задачи авторы использовали метод граничных интегральных уравнений, сущность которого заключается в следующем [2]. К поверхности полости прикладывается компенсирующая нагрузка интенсивностью a . Суммарные напряжения от действия внешней и компенсирующей нагрузок в каждой точке полости должны удовлетворять условиям на поверхности. Напряжения от компенсирующей нагрузки определяются интегрированием по решению Кельвина в пределах поверхности полости. В результате условия на поверхности приводятся к интегральному уравнению [2]

$$\frac{1}{2} a_q(Q_0) - \iint\limits_O \Phi_{qm}(Q_0, M_0) a_m(M_0) dO M_0 = \\ = n_q(Q_0) \sigma_{qq}^{\infty} - F_q(Q_0) \quad (1)$$

в котором $\Phi_{qm}(Q_0, M_0)$ – тензор Грина, $F_q(Q_0)$ –

реактивный отпор крепи на окружающий массив, σ_{qq}^{∞} – тензор напряжений на бесконечности, O – площадь поверхности полости, n_q, n_m – единичные векторы внешних к поверхности полости нормалей в точках Q_0, M_0 .

Уравнение (1) решено численно при условии, что выработка имеет круглую форму поперечного сечения и в ней отсутствует крепь ($F_q(Q_0) = 0$). З.Н.С. вокруг выработки определяются как совокупность точек, в которых произошло разрушение пород по критерию прочности Мора:

$$\bar{\tau}_{\bullet} p_{\cdot} = \bar{\sigma}_V \operatorname{tg} \varphi + \bar{K}, \quad (2)$$

где $\bar{\tau}_{\bullet} p_{\cdot}, \bar{\sigma}_V$ – безразмерные касательные и нормальные напряжения, отнесенные к γH , возникающие на площадках с нормалью v , где происходит разрушение пород, \bar{K} – коэффициент сцепления горных пород, также отнесенный к γH , а φ является углом внутреннего трения пород.

На рис. 1 показаны З.Н.С. (в виде затемненных областей) в окрестности выработки круглого поперечного сечения в массиве, нарушенном горизонтальными поверхностями ослабления, породы которого имеют $\bar{K} = 0.25$, а $\varphi = 20^\circ$ и наход-

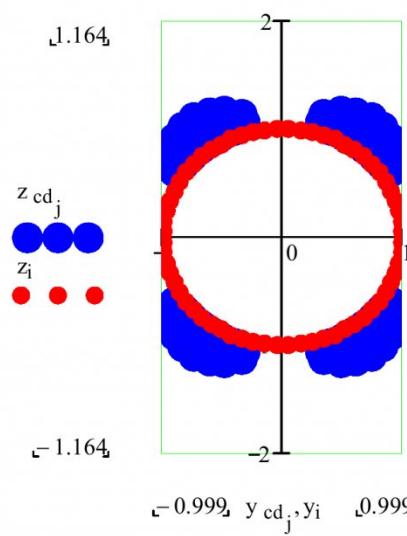


Рис. 1. Зоны нарушения сплошности вокруг незакрепленной выработки

дятся в гидростатическом поле напряжений ($A = 1$).

Для повышения устойчивости выработок используются различные типы крепей. Как правило, крепи являются ограждающими или несущими конструкциями. На процесс формирования З.Н.С. они не влияют, поскольку не создают реакцию отпора ($F_q(Q_0) = 0$). В этом смысле они являются «пассивными» конструкциями. Крепь анкерного типа, за счет увеличения натяжения анкера, может влиять на размеры З.Н.С. и поэтому является «активной» крепью. В данной работе обсуждается возможность повышения устойчивости выработок круглой формы поперечного сечения с помощью

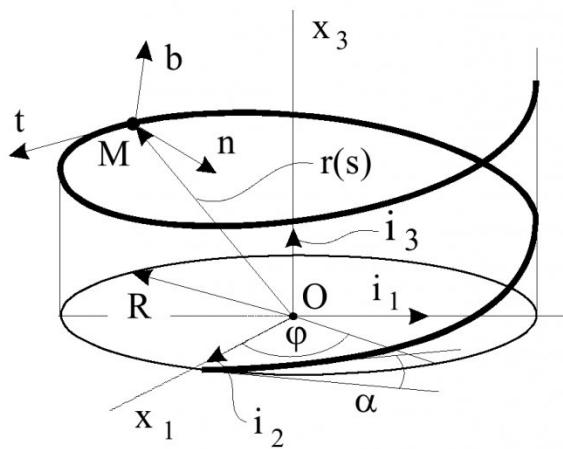


Рис. 2. Геометрические параметры винтового стержня

предварительно обжатого винтового стержня.

Напряженно-деформированное состояние винтового стержня (рис. 2) круглого поперечного сечения длины l , материала которого следует закону Гука, описывается системой уравнений, в связанной системе осей имеющей вид [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dQ_1}{ds} - \kappa_{30}Q_2 - \frac{1}{A_{33}}M_3Q_2 + \frac{1}{A_{22}}M_2Q_3 + q_1 &= 0 \\ \frac{dQ_2}{ds} + \kappa_{30}Q_1 - \kappa_{10}Q_3 + & \\ + \frac{1}{A_{33}}M_3Q_1 - \frac{1}{A_{11}}M_1Q_3 + q_2 &= 0; \\ \frac{dQ_3}{ds} + \kappa_{10}Q_2 + \frac{1}{A_{22}}M_2Q_1 + \frac{1}{A_{11}}M_1Q_2 + q_3 &= 0 \\ \frac{dM_1}{ds} - \kappa_{30}M_2 &= 0; \\ \frac{dM_2}{ds} + \kappa_{30}M_1 - \kappa_{10}M_3 + & \\ + \frac{1}{A_{33}}M_3M_1 - \frac{1}{A_{11}}M_1M_3 - Q_3 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM_3}{ds} + \kappa_{10}M_2 - \frac{1}{A_{22}}M_2M_1 + & \\ + \frac{1}{A_{11}}M_1M_2 + Q_2 &= 0; \\ \frac{d\vartheta_1}{ds} + \left(1 - \frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_3}\right)\kappa_{10} + \left(\sin \vartheta_1 \operatorname{tg} \vartheta_3 - \frac{\sin \vartheta_2}{\cos \vartheta_3}\right)\kappa_{30} - & \\ - \frac{M_1}{A_{11}}\frac{\cos \vartheta_2}{\cos \vartheta_3} - \frac{M_3}{A_{33}}\frac{\sin \vartheta_2}{\cos \vartheta_3} &= 0; \\ \frac{d\vartheta_2}{ds} - \cos \vartheta_2 \operatorname{tg} \vartheta_3 \kappa_{10} + \left(\frac{\sin \vartheta_1}{\cos \vartheta_3} - \sin \vartheta_2 \operatorname{tg} \vartheta_3\right)\kappa_{30} - & \\ - \frac{M_1}{A_{11}}\cos \vartheta_2 \operatorname{tg} \vartheta_3 - \frac{M_2}{A_{22}} - \frac{M_3}{A_{33}}M_3 \sin \vartheta_2 \operatorname{tg} \vartheta_3 &= 0; \\ \frac{d\vartheta_3}{ds} + \sin \vartheta_2 \kappa_{10} + (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2)\kappa_{30} + & \\ + \frac{M_1}{A_{11}}\sin \vartheta_2 - \frac{M_3}{A_{33}}\cos \vartheta_2 &= 0; \\ \frac{du_1}{ds} - \kappa_{30}u_2 - \frac{M_3}{A_{33}}u_2 + \frac{M_2}{A_{22}}M_2u_3 + & \\ + \cos \vartheta_2 \cos \vartheta_3 - 1 &= 0; \\ \frac{du_2}{ds} + \kappa_{30}u_1 - \kappa_{10}u_3 + & \\ \frac{1}{A_{33}}M_3u_1 - \frac{1}{A_{11}}M_1u_3 - \sin \vartheta_3 &= 0; \\ \frac{du_3}{ds} + \kappa_{10}u_2 - \frac{1}{A_{22}}M_2u_1 + & \\ + \frac{1}{A_{11}}M_1u_2 + \sin \vartheta_2 \cos \vartheta_3 &= 0. \end{aligned}$$

В этих уравнениях : Q_1, Q_2, Q_3 – соответственно продольная и перерезывающие силы в поперечном сечении стержня, M_1, M_2, M_3 – крутящий и изгибающие моменты в этом же сечении стержня, A_{11}, A_{22}, A_{33} – крутильная и изгибные жесткости поперечного сечения стержня, $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$ – углы поворота осевой линии стержня относительно оси стержня, ее главной нормали и бинормали, u_1, u_2, u_3 – перемещения вдоль оси стержня, вдоль главной нормали и бинормали, q_1, q_2, q_3 – компоненты вектора внешней распределенной по длине стержня нагрузки. Кручение κ_{10} и кривизны κ_{20}, κ_{30} осевой линии стержня в естественном состоянии, определяемые как [4]

$$\kappa_{10} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{R}, \kappa_{20} = 0, \kappa_{30} = \frac{\cos^2 \alpha}{R}, \quad (4)$$

где R – радиус недеформированного стержня, α – угол подъема его витков. Поскольку материал

стержня работает в упругой стадии, то:

$$\begin{aligned} M_1 &= A_{11}(\kappa_1 - \kappa_{10}), \\ M_2 &= A_{22}(\kappa_2 - \kappa_{20}), \\ M_3 &= A_{33}(\kappa_3 - \kappa_{30}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ – компоненты кручения и кривизны осевой линии деформированного стержня.

Пусть цилиндрическая оболочка круглого поперечного сечения радиуса R подкреплена винтовым стержнем такого же радиуса и равномерно обжимается на величину Δ , оставаясь круглым цилиндром. Естественно, величина перемещения u_2 в стержне будет постоянной и равна известной величине обжатия оболочки Δ . Пусть концы стержня не закреплены, тогда их перемещения, очевидно, симметричны относительно точки, находящейся посередине стержня, а сама срединная точка не перемещается. Следовательно, если начало координат совместить с этой точкой, то перемещения u_1, u_3 и угол поворота ϑ_1 будут

$$u_1(0) = 0, u_3(0) = 0, \vartheta_1(0) = 0. \quad (6)$$

Поскольку оболочка в результате равномерного обжатия остается круговым цилиндром, то и винтовой стержень, находящийся внутри оболочки после деформации также сохранит винтовую форму. Поэтому угол поворота относительно бинормали $\vartheta_3 = 0$ и последние шесть уравнений системы (3) преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \frac{d\vartheta_1}{ds} + (1 - \cos \vartheta_2) \kappa_{10} - \sin \vartheta_2 \kappa_{30} - \\ - \frac{1}{A_{11}} M_1 \cos \vartheta_2 - \frac{1}{A_{33}} M_3 \sin \vartheta_2 = 0; \\ \frac{d\vartheta_2}{ds} + \sin \vartheta_1 \kappa_{30} - \frac{1}{A_{22}} M_2 = 0; \\ \sin \vartheta_2 \kappa_{10} + (\cos \vartheta_1 - \cos \vartheta_2) \kappa_{30} + \\ + \frac{1}{A_{11}} M_1 \sin \vartheta_2 - \frac{1}{A_{33}} M_3 \cos \vartheta_2 = 0; \\ \frac{du_1}{ds} - \kappa_{30} u_2 - \frac{1}{A_{33}} M_3 u_2 + \\ + \frac{1}{A_{22}} M_2 u_3 + \cos \vartheta_2 - 1 = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{30} u_1 - \kappa_{10} u_3 + \frac{M_3}{A_{33}} u_1 - \frac{M_1}{A_{11}} u_3 = 0; \\ \frac{du_3}{ds} + \kappa_{10} u_2 - \frac{M_2}{A_{22}} u_1 + \frac{M_1}{A_{11}} u_2 + \sin \vartheta_2 = 0. \end{aligned}$$

Из уравнения (7)₁ с учетом (5) вытекает уравнение

$$\frac{d\vartheta_1}{ds} + \kappa_{10} - \kappa_1 \cos \vartheta_2 - \kappa_3 \sin \vartheta_2 = 0, \quad (8)$$

где кручение κ_1 и кривизна κ_3 стержня после его обжатия могут быть определены по формулам (4)

$$\kappa_1 = \frac{\sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{R_1}, \kappa_3 = \frac{\cos^2 \alpha_1}{R_1}, \quad (9)$$

где α_1 и $R_1 = R - u_2$ – соответственно угол подъема витков пружины и ее радиус после обжатия. С учетом формул (9) представим уравнение (8) следующим образом

$$\frac{d\vartheta_1}{ds} + \kappa_{10} - \frac{\cos \alpha_1 \sin(\alpha_1 + \vartheta_2)}{R(1 - \bar{u}_2)} = 0, \quad (10)$$

где $\bar{u}_2 = \frac{u_2}{R}$ – безразмерная величина обжатия.

Рассмотрим далее уравнение (7)₃, которое в силу (5) и (9) представим в виде

$$\cos \vartheta_1 \kappa_{30} - \frac{\cos \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \vartheta_2)}{R(1 - \bar{u}_2)} = 0. \quad (11)$$

Решив совместно уравнения (10) и (11), получим

$$\frac{d\vartheta_1}{ds} + \kappa_{10} - \operatorname{tg}(\alpha_1 + \vartheta_2) \cos \vartheta_1 \kappa_{30} = 0. \quad (12)$$

Заметим, что угол подъема витка α_1 после деформации представляет собой алгебраическую сумму угла подъема витков α недеформированной пружины и угла поворота ϑ_2 относительно главной нормали:

$$\alpha_1 = \alpha - \vartheta_2. \quad (13)$$

С учетом формулы (13) уравнение (12) приводится к виду

$$\frac{d\vartheta_1}{ds} - (\cos \vartheta_1 - 1) \kappa_{10} = 0, \quad (14)$$

решение которого, в силу граничного условия (6)₃, и теоремы о единственности решения представляется тривиальным

$$\vartheta_1 = 0. \quad (15)$$

Из уравнения (11) и формул (13) и (15) вытекает уравнение

$$\bar{\kappa}_{30}(1 - \bar{u}_2) - \cos(\alpha - \vartheta_2) \cos \alpha = 0 \quad (16)$$

$$(\bar{\kappa}_{30} = \kappa_{30} R),$$

откуда следует, что угол поворота $\vartheta_2 = \text{const}$.

Приведем уравнение (16) к виду

$$\operatorname{tg}^2 \vartheta_2 - a \operatorname{tg} \vartheta_2 + b = 0, \quad (17)$$

где

$$a = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{(1 - \bar{u}_2)^2 - \operatorname{tg}^2 \alpha}, b = \frac{(1 - \bar{u}_2)^2 - 1}{(1 - \bar{u}_2)^2 - \operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Уравнение (17) имеет два корня. Один корень (отрицательный) соответствует правой навивке пружины ($\kappa_{10} > 0$), другой корень отвечает левой навивке ($\kappa_{10} < 0$). В дальнейшем рассматривается

пружина с правой навивкой.

Учитывая, что $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = const$, из уравнений (7)₁, (7)₂ и (7)₃ получим выражения для моментов

$$\begin{aligned}\bar{M}_1 &= \bar{\kappa}_{10} \cos \vartheta_2 - \bar{\kappa}_{30} \sin \vartheta_2 - \bar{\kappa}_{10}, \bar{M}_2 = 0, \\ \bar{M}_3 &= \bar{\kappa}_{10} \sin \vartheta_2 + \bar{\kappa}_{30} \cos \vartheta_2 - \bar{\kappa}_{30},\end{aligned}\quad (18)$$

в которых

$$\bar{M}_1 = \frac{M_1 R}{A_{11}}, \bar{M}_3 = \frac{M_3 R}{A_{33}},$$

а $\bar{\kappa}_{10} = \kappa_{10} R$, $\bar{\kappa}_{30} = \kappa_{30} R$ – безразмерные кручение и кривизна осевой линии стержня.

Учитывая, что моменты M_1 и M_3 постоянны, а $M_2 = 0$, из (3)₅ и (3)₆ определяем внутренние усилия, возникающие в обжатом винтовом стержне:

$$\begin{aligned}Q_2 &= 0, \bar{Q}_3 = \frac{Q_3 R^2}{A_{11}} = \\ &= \bar{\kappa}_{30} \bar{M}_1 - m \bar{\kappa}_{10} \bar{M}_3 + \bar{M}_1 \bar{M}_3 (1-m),\end{aligned}\quad (19)$$

где $m = A_{33}/A_{11}$.

Рассмотрим далее уравнения (3)₁ – (3)₃, приведя их к безразмерной форме, имеем,

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{Q}_1}{ds} \bar{\lambda} + \bar{q}_1 &= 0, (\bar{\kappa}_{30} + \bar{M}_3) \bar{Q}_1 - \\ &- (\bar{\kappa}_{10} + \bar{M}_1) \bar{Q}_3 + \bar{q}_2 = 0, \bar{q}_3 = 0,\end{aligned}\quad (20)$$

где $\bar{\lambda} = \cos \alpha$, $s = \frac{s \bar{\lambda}}{R}$ – безразмерная координата, а безразмерные компоненты внешней нагрузки определяются как

$$\bar{q}_i = \frac{q_i R^3}{A_{11}}.$$

Поскольку $q_3 = 0$, система (20) сводится к двум уравнениям с тремя неизвестными функциями $\bar{Q}_1, \bar{q}_1, \bar{q}_2$ и для исключения неопределенности воспользуемся гипотезой Кулона

$$\bar{q}_1 = f \bar{q}_2, \quad (21)$$

где силой трения является q_1 , а f – коэффициент трения стержня об оболочку. Поскольку q_1 противоположна перемещению u_1 , то в уравнении (20)₁ ее следует принять отрицательной. В силу сказанного система (20) принимает вид:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{Q}_1}{ds} \bar{\lambda} - f \bar{q}_2 &= 0, \\ (\bar{\kappa}_{30} + \bar{M}_3) \bar{Q}_1 - (\bar{\kappa}_{10} + \bar{M}_1) \bar{Q}_3 + \bar{q}_2 &= 0,\end{aligned}\quad (22)$$

исключив из которой \bar{q}_2 , получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d\bar{Q}_1}{ds} + k \bar{Q}_1 - \beta = 0, \quad (23)$$

где

$$k = \frac{f}{\bar{\lambda}} (\bar{\kappa}_{30} + \bar{M}_3), \beta = \frac{f}{\bar{\lambda}} (\bar{\kappa}_{10} + \bar{M}_1) \bar{Q}_3.$$

Поскольку концы пружины свободны, то продольная сила в концевых сечениях

$$\bar{Q}_1(0,5l) = 0. \quad (24)$$

Выражение (24) – граничное условие для уравнения (23), решение которого в этом случае

$$\bar{Q}_1 = \frac{\beta}{k} \left(1 - e^{-k(\bar{s}-0,5\bar{l})} \right). \quad (25)$$

Далее из уравнения (20)₁ и формулы (21) определяем

$$\bar{q}_1 = \frac{d\bar{Q}_1}{ds} \bar{\lambda} \Rightarrow \bar{q}_1 = \bar{\lambda} \beta e^{-k(\bar{s}-0,5\bar{l})}, \quad (26)$$

а распределенную нагрузку – из уравнения (22)₂
 $\bar{q}_2 = (\bar{\kappa}_{10} + \bar{M}_1) \bar{Q}_3 - (\bar{\kappa}_{30} + \bar{M}_3) \bar{Q}_1. \quad (27)$

Таким образом, для равномерного обжатия цилиндрической пружины необходимо приложить к ней неравномерную внешнюю нагрузку, компоненты которой определяются по формулам (26) и (27). Если равномерно обжатую цилиндрическую пружину установить в выработку круглого поперечного сечения, то последняя будет создавать реактивный отпор на окружающий массив. Величина отпора $F_q(Q_0)$ (см. уравнение (1)), очевидно, равна распределенной нагрузке \bar{q}_2 .

На рис. 3 показаны зоны нарушения сплошности в окрестности выработки круглого поперечного сечения, подкрепленной цилиндрической пружиной с углом подъема витков $\alpha = 5^\circ$, предварительно обжатой на $u_2 = 0,1$. Видно, что размер зоны нарушения сплошности вокруг закрепленной выработки уменьшается на 14,2% по сравнению с

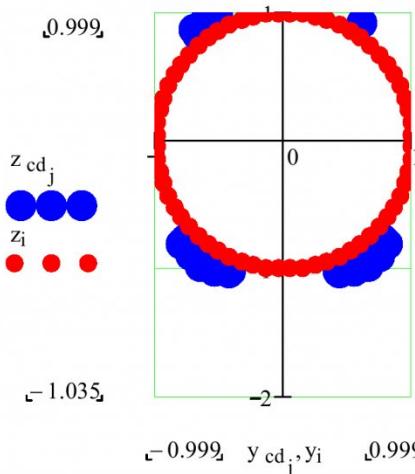


Рис. 3. Зоны нарушения сплошности вокруг закрепленной выработки

незакрепленной выработкой. Следовательно, предварительно обжатая цилиндрическая пружина повышает ее устойчивость выработки.

В заключение, отметим, что необходимый диаметр поперечного сечения стержня в безразмерном виде может быть определен по формуле

$$\bar{d} \leq \frac{[\sigma]}{G \bar{M}_p}, \quad (28)$$

вытекающей из условия прочности.

Здесь G – модуль сдвига материала стержня,

$[\sigma]$ – его допускаемые напряжения,

$$\bar{d} = \frac{d}{R} \text{ и } \bar{M}_p = \sqrt{\bar{M}_1^2 + m^2 \bar{M}_2^2} \text{ – безразмер-}$$

ные диаметр стержня и расчетный момент .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механика подземных сооружений и конструкции крепей. -М.: Недра. - 1992. - 544 с.
2. Лурье А.И. Теория упругости. - М.: Наука. - 1970. - 940 с.
3. Черданцев С.В. Нелинейные уравнения равновесия пространственного винтового стержня. // Вестн. КузГТУ. -Кемерово, 2000, № 1 - С. 12 - 17.
4. Ращевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. - М.: Гос. изд.-во техн.-теор. Литературы. - 1956. - 420 с.

□ Авторы статьи:

Черданцев

Николай Васильевич

- канд. техн. наук, докторант каф.
строительства подземных сооруже-
ний и шахт

Черданцев

Сергей Васильевич

- канд. техн. наук, доц.
каф.строительства подземных со-
оружений и шахт

УДК 622.241.54

Н. В. Черданцев

ЗОНЫ НАРУШЕНИЯ СПЛОШНОСТИ В ОБЛАСТИ СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ВЫРАБОТОК КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Задача распределения напряжений в окрестностях горных выработок и их сопряжений является важной в механике подземных сооружений, поскольку позволяет при использовании критериев разрушения материала массива определять зоны нарушения сплошности,

оценить устойчивость выработок, а, следовательно, и нагрузку на крепь. Ниже приводится решение задачи определения зон нарушения сплошности в области сопряжения двух выработок круглого поперечного сечения, оси которых пересекаются под углом в (рис. 1).

Задача о напряжённом состоянии вокруг выработок формулируется следующим образом [1- 3]: вертикально вдоль координатной оси z на бесконечный упругий массив действуют напряжения $\sigma_z^\infty = \gamma H$, горизонтально вдоль осей x , y действуют напряжения

$$\sigma_x^\infty = \sigma_y^\infty = \lambda \gamma H,$$

где λ - коэффициент бокового давления. Внутри массива имеется произвольных размеров и формы полость, имитирующая заданную выработку. На всей поверхности выработки или какой-то её части изнутри приложены напряжения F , которые могут создаваться, например, реакцией крепи. Требуется найти напряжённое состояние в любой точке массива вокруг выработки.

В работе для определения

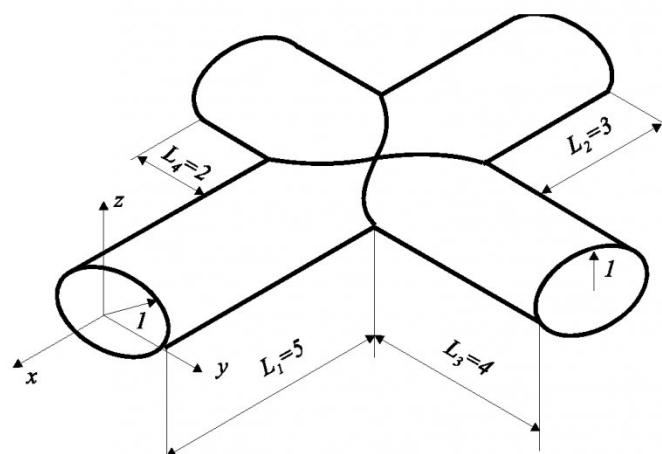


Рис. 1. Сопряжение двух выработок квадратного поперечного сечения