

## ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

**УДК 622**

**А.В.Губенков**

### ТРЁХФАЗНАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С КАБЕЛЕМ И ПУСКАТЕЛЕМ В СТАТОРНОЙ ЦЕПИ

В [1] рассматривается двухфазная математическая модель комплекса, состоящего из асинхронного двигателя (АД) с кабелем и пускателем в статорной цепи. При помощи предложенной модели можно исследовать динамические явления, одновременно происходящие в кабельной сети, контакторе пускателя и в асинхронном двигателе при условии, что все фазы системы симметричны [6].

Реально в шахтной системе электроснабжения (СЭС), имеющей трёхфазную питающую сеть с изолированной нейтралью, возможно существование несимметричных режимов работы. Например, режим коммутации АД при помощи контактора пускателя является несимметричным режимом. При включении АД (пуск двигателя) несимметрия возникает за счет неодновременности замыкания главных контактов контактора. При отключении – электрическая дуга, возникающая между силовыми контактами пускателя, не позволяет симметрично отключить активно-индуктивную нагрузку [3]. Сама асинхронная

машина также является несимметричной нагрузкой вследствие естественного разброса её электромагнитных параметров.

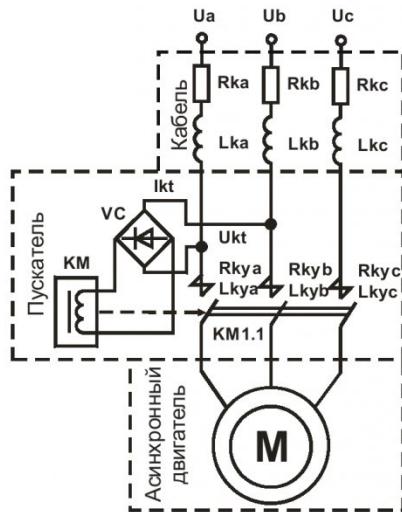
Следовательно, двухфазная математическая модель АД с кабелем и пускателем в статорной цепи [1] отражает реально происходящие процессы с некоторой долей идеализации. Это обуславливает необходимость разработки трёхфазного варианта модели комплекса, позволяющей учитывать реальную несимметрию системы.

Модель трёхфазного АД с кабелем и пускателем в статорной цепи схематично представлена на рис. 1, где  $U_a$ ,  $U_b$ ,  $U_c$  – симметричная трёхфазная система напряжений;  $R_{ka}$ ,  $R_{kb}$ ,  $R_{kc}$  – активное и индуктивное сопротивление кабельной линии;  $R_{ky_a}$ ,  $R_{ky_b}$ ,  $R_{ky_c}$  – активное и индуктивное сопротивление межконтактного промежутка силовой цепи пускателя (электрической дуги);  $U_{kt}$ ,  $I_{kt}$  – напряжение и ток обмотки контактора пускателя;  $KM$  – электромагнит контактора постоянного тока,  $KM1.1$  – главные контакты контактора.  $VC$  – выпрямительный мост.

В [2] рассматривается математическая модель трёхфазного асинхронного двигателя с кабелем в статорной цепи, которая учитывает несимметрию нагрузки. Соединение АД с симметричным источником питания происходит по схеме  $Y - Y$  с изолированной нейтралью.

Модель описывается системой уравнений (так как математическое описание АД для различных фаз идентично, дифференциальные уравнения АД здесь приведены лишь для фазы  $\alpha$ )

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{sa}}{dt} &= u_\alpha - u_0 - r_s i_{sa} - L_{ka} \frac{di_{sa}}{dt} - R_{ka} i_{sa}; \quad \frac{d\psi_{ra}}{dt} = -r_r i_{ra} - \frac{p_\pi \omega}{\sqrt{3}} (\psi_{r\beta} - \psi_{rc}); \\ u_0 &= \left( \left( u_\alpha - L_{ka} \frac{di_{sa}}{dt} - R_{ka} i_{sa} \right) + \left( u_\beta - L_{kb} \frac{di_{sb}}{dt} - R_{kb} i_{sb} \right) + \left( u_c - L_{kc} \frac{di_{sc}}{dt} - R_{kc} i_{sc} \right) \right) / 3; \\ M_{\text{эл}} &= p_\pi \frac{\sqrt{3}}{2} L_M \left[ \left( i_{sa} i_{rc} + i_{s\beta} i_{ra} + i_{sc} i_{r\beta} \right) - \left( i_{sa} i_{r\beta} + i_{s\beta} i_{rc} + i_{sc} i_{ra} \right) \right]; \\ \psi_{s\alpha} &= (L_M + L_s) i_{sa} - \frac{1}{2} L_M i_{s\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{sc} + L_M i_{ra} - \frac{1}{2} L_M i_{r\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{rc}; \\ \psi_{s\beta} &= -\frac{1}{2} L_M i_{sa} + (L_M + L_s) i_{s\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{sc} - \frac{1}{2} L_M i_{ra} + L_M i_{r\beta} - \frac{1}{2} L_M i_{rc}; \end{aligned}$$



*Рис. 1.- Схема АД с кабелем и пускателем в статорной цепи*

$$\begin{aligned}
 \psi_{sc} &= -\frac{1}{2}L_M i_{s\alpha} - \frac{1}{2}L_M i_{s\beta} + (L_M + L_s)i_{sc} - \frac{1}{2}L_M i_{r\alpha} - \frac{1}{2}L_M i_{r\beta} + L_M i_{rc}; \\
 \psi_{r\alpha} &= L_M i_{s\alpha} - \frac{1}{2}L_M i_{s\beta} - \frac{1}{2}L_M i_{sc} + (L_M + L_r)i_{r\alpha} - \frac{1}{2}L_M i_{r\beta} - \frac{1}{2}L_M i_{rc}; \\
 \psi_{r\beta} &= -\frac{1}{2}L_M i_{s\alpha} + L_M i_{s\beta} - \frac{1}{2}L_M i_{sc} - \frac{1}{2}L_M i_{r\alpha} + (L_M + L_r)i_{r\beta} - \frac{1}{2}L_M i_{rc}; \\
 \psi_{rc} &= -\frac{1}{2}L_M i_{s\alpha} - \frac{1}{2}L_M i_{s\beta} + L_M i_{sc} - \frac{1}{2}L_M i_{r\alpha} - \frac{1}{2}L_M i_{r\beta} + (L_M + L_r)i_{rc},
 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Psi_{sa}$ ,  $\Psi_{sb}$ ,  $\Psi_{sc}$ ,  $\Psi_{ra}$ ,  $\Psi_{rb}$ ,  $\Psi_{rc}$  – потокосцепления статора и ротора по осям системы координат  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ;  $u_a$ ,  $u_b$ ,  $u_c$  – напряжение питания системы;  $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$ ,  $i_{ra}$ ,  $i_{rb}$ ,  $i_{rc}$  – составляющие токов обмоток статора и ротора;  $r_s$ ,  $r_r$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора АД;  $L_{sa}$ ,  $L_{sb}$ ,  $L_{sc}$ ,  $L_{ra}$ ,  $L_{rb}$ ,  $L_{rc}$  – индуктивность статора и ротора по осям системы координат  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ;  $L_{ka}$ ,  $L_{kb}$ ,  $L_{kc}$  – индуктивность кабельной линии;  $R_{ka}$ ,  $R_{kb}$ ,  $R_{kc}$  – активное сопротивление кабельной линии;  $L_m$  – взаимоиндуктивность обмоток статора и ротора;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора электродвигателя.  $U_\theta$  – точка смещения статорных напряжений.  $M_{\alpha\alpha}$  – электромагнитный момент;  $p_n$  – число пар полюсов.

Представленный на рис. 1 комплекс содержит дополнительные сопротивления межконтактного промежутка  $R_{ky\alpha}$ ,  $R_{ky\beta}$ ,  $R_{ky\gamma}$ ,  $L_{ky\alpha}$ ,  $L_{ky\beta}$ ,  $L_{ky\gamma}$  (электрической дуги), которые необходимо учитывать в (1) при построении модели. После преобразования (1) относительно первых производных потокосцеплений АД (1) можно представить в виде:

$$\frac{1}{3D} \cdot \begin{vmatrix} (L_\beta + L_c)C - 2AL_\alpha - 3D & AL_\beta + (L_c - 2L_\alpha)C & AL_c + (L_\beta - 2L_\alpha)C & L_m(4L_\alpha + L_\beta + L_c) \\ AL_\alpha + (L_c - 2L_\beta)C & (L_\alpha + L_c)C - 2AL_\beta - 3D & AL_c + (L_\alpha - 2L_\beta)C & L_m(L_c - 2(L_\alpha + L_\beta)) \\ AL_\alpha + (L_\beta - 2L_c)C & AL_\beta + (L_\alpha - 2L_c)C & (L_\alpha + L_\beta)C - 2AL_c - 3D & L_m(L_\beta - 2(L_\alpha + L_c)) \\ 0 & 0 & 0 & 3D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad (2)$$

$$\begin{vmatrix} L_m(L_c - 2(L_\alpha + L_\beta)) & L_m(L_\beta - 2(L_\alpha + L_c)) \\ L_m(L_\alpha + 4L_\beta + L_c) & L_m(L_\alpha - 2(L_c + L_\beta)) \\ L_m(L_\alpha - 2(L_c + L_\beta)) & L_m(L_\alpha + L_\beta + 4L_c) \\ 0 & 0 \\ 3D & 0 \\ 0 & 3D \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{s\beta}}{dt} \\ \frac{d\psi_{sc}}{dt} \\ \frac{d\psi_{ra}}{dt} \\ \frac{d\psi_{rb}}{dt} \\ \frac{d\psi_{rc}}{dt} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3}(I_{s\alpha}(3R_s + 2R_\alpha) - I_{s\beta}R_\beta - I_{sc}R_c - 2U_\alpha + U_\beta + U_c) \\ \frac{1}{3}(-I_{s\alpha}R_\alpha + I_{s\beta}(3R_s + 2R_\beta) - I_{sc}R_c + U_\alpha - 2U_\beta + U_c) \\ \frac{1}{3}(-I_{s\alpha}R_\alpha - I_{s\beta}R_\beta + I_{sc}(3R_s + 2R_c) + U_\alpha + U_\beta - 2U_c) \\ -r_r I_{r\alpha} - \frac{p_n \omega}{\sqrt{3}}(\psi_{r\beta} - \psi_{rc}) \\ -r_r I_{r\beta} - \frac{p_n \omega}{\sqrt{3}}(\psi_{rc} - \psi_{r\alpha}) \\ -r_r I_{rc} - \frac{p_n \omega}{\sqrt{3}}(\psi_{r\alpha} - \psi_{r\beta}) \end{vmatrix};$$

где

$$A = \frac{2L_s L_r + 3L_m L_s + L_m L_r}{L_s}; \quad C = \frac{L_r L_m}{L_s}; \quad D = 2L_s L_r + 3L_m L_s + 3L_m L_r; \quad R_\alpha = R_{k\alpha} + R_{ky\alpha};$$

$$R_\beta = R_{k\beta} + R_{ky\beta}; \quad R_c = R_{kc} + R_{ky\gamma}; \quad L_\alpha = L_{k\alpha} + L_{ky\alpha}; \quad L_\beta = L_{k\beta} + L_{ky\beta}; \quad L_c = L_{kc} + L_{ky\gamma}.$$

Для получения математической модели схемы, представленной на рис. 1, необходимо дополнить систему уравнений (2):

- уравнениями электрической дуги в межконтактном промежутке пускателя;
- дифференциальными уравнениями электромагнита;
- уравнением электромагнитного момента и скорости вращения АД.

### 1. Уравнения электрической дуги

Динамические характеристики электрической дуги для коммутационных аппаратов низкого напряжения представлены в [3]. Модель электрической дуги Майра задаёт неизменным радиус дуги, а температуру дуги – изменяющейся во времени и по радиусу и зависящей от величины тока дуги

$$r_d = \text{const} \text{ и } T \rightarrow \text{var} \text{ при } i_d \rightarrow \text{var}.$$

Активное сопротивление дуги согласно *Майру*, для синусоидального тока  $i_d = \sqrt{3}I_0 \sin(2\pi f t)$ , приводит к следующему выражению:

$$R_d = \frac{P_0 [1 + 4(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2]}{3I_0^2 [2(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi)^2 - (2\pi f - \varphi)\Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi)]}; \quad (3)$$

где  $P_0$  – удельная отводимая мощность;  $\Theta$  – тепловая постоянная времени дуги;  $f$  – промышленная частота питающей сети;  $t$  – время;  $I_0$  – действующее значение коммутируемого тока;  $\varphi$  – угол сдвига фазы между током и напряжением. В аппаратах низкого напряжения  $P_0=5\div100 \text{ кВт/см}$ ;  $\Theta=50\div200 \text{ мкс}$  [3]. На рис. 2 представлены, динамические характеристики дуги.

Действующее значение тока АД можно получить из выражения:

$$I_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2 + i_{sc}^2}.$$

Считается, что сопротивление горящей дуги, на низких частотах, имеет преимущественно активный характер, а её индуктивность стремится к нулю [3]. Однако, для получения устойчивого решения системы уравнений необходимо вводить в сопротивление дуги индуктивную составляющую  $L_d$  на несколько порядков меньше активной :

$$L_d = \frac{P_0 [1 + 4(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2]}{3(100I_0)^2 [2(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi)^2 - (2\pi f - \varphi)\Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi)]}. \quad (4)$$

Необходимо определить условия гашения дуги в электрическом аппарате. В [3] пишется: «Рациональным условием гашения дуги переменного тока следует считать такое, когда гашение осуществляется в первый после размыкания контактов переход тока через нуль».

## 2. Уравнения электромагнита

Исходные дифференциальные уравнения электромагнита можно найти в [7].

$$d\psi_{kt} = U_{kt} + i_{kt}(\psi_{kt}, x_{kt})R_{kt}, \quad \frac{dx_{kt}}{dt} = v, \quad \frac{dv}{dt} = \frac{P_{em}(\psi_{kt}, x_{kt}) + P_m - P_{mh}}{M}. \quad (5)$$

где  $\psi_{kt}$  – суммарное потокосцепление обмотки электромагнита контактора;  $U_{kt}$  – напряжение питания;  $i_{kt}$  – ток, протекающий по обмотке;  $R_{kt}$  – активное сопротивление обмотки;  $x_{kt}$  – расстояние между якорем контактора и сердечником магнитной системы (отсчитывается от положения якоря при минимальном зазоре);  $v$  – скорость движения якоря;  $P_{em}$  – электромагнитная сила;  $P_m$  – сила веса якоря, в зависимости от рассматриваемой конструкции контактора может действовать в ту же сторону, что и электромагнитная сила, или в противоположную ей сторону;  $P_{mh}$  – сила механизма противодействующая электромагнитной;  $M$  – масса якоря.

Дифференциальные уравнения электромагнита рассчитывались по методике описанной в [7]. Магнитная система (МС) контактора рассчитывалась методом участков. Проверочный расчёт МС производился методом конечных элементов в оболочке Ansys/Emag3D.

Электромагнит питается выпрямленным двухполупериодным током через диодный мост VC (рис. 1), напряжение питания электромагнита – линейное, статорное, выпрямленное. Из [4] получаем линейное напряжение  $U_{AB}$  как разность фазных:

$$U_{kt} = |U_{AB}| = |U_{SA} - U_{SB}|. \quad (6)$$

Преобразовывая (6) через первые производные потокосцеплений, получаем:

$$U_{kt} = \left| \frac{1}{D} \left[ \left( L_\beta C - L_\alpha A \right) \frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} + \left( L_\beta A - L_\alpha C \right) \frac{d\psi_{s\beta}}{dt} + C \left( L_\beta - L_\alpha \right) \frac{d\psi_{sc}}{dt} + Lm \left( \left( 2L_\alpha + L_\beta \right) \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} - \left( L_\alpha + 2L_\beta \right) \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} + \left( L_\beta - L_\alpha \right) \frac{d\psi_{rc}}{dt} \right) \right] - I_{s\alpha} R_\alpha + U_\alpha + I_{s\beta} R_\beta - U_\beta \right|. \quad (7)$$

Рассматривая уравнения (3)-(5), необходимо отметить, что электрическая дуга возникает только тогда, когда происходит размыкание главных контактов. Сам процесс коммутации можно описать следующими зависимостями:

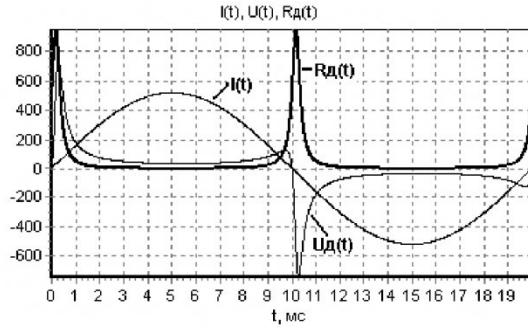


Рис. 2. Модель электрической дуги

$$R_{ky} = \begin{cases} 0.001, & \text{если } x_{kt} < x_{min}, \\ \frac{P_0 [1 + 4(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2]}{3I_0^2 [2(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi)^2 - (2\pi f - \varphi) \Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi)]}, & \text{если } x_{kt} \geq x_{min} \end{cases}, \quad (8)$$

$$L_{ky} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_{kt} < x_{min}, \\ \frac{P_0 [1 + 4(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2]}{3(100I_0)^2 [2(2\pi f - \varphi)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi)^2 - (2\pi f - \varphi) \Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi)]}, & \text{если } x_{kt} \geq x_{min} \end{cases}, \quad (9)$$

где  $x_{min}$  – минимальный зазор магнитной системы, при котором главные контакты контактора остаются замкнутыми.

Зависимости (8) и (9) отражают процесс коммутации следующим образом. В момент времени, когда происходит включение АД, активное сопротивление межконтактного промежутка скачком падает до минимальных значений (мОм), индуктивность равна нулю, дребезг контактов отсутствует. Когда происходит отключение работающего АД, активные и индуктивные сопротивления межконтактного промежутка изменяются согласно зависимости *Майра*, до окончания текущего полупериода тока. Далее сопротивление межконтактного промежутка не изменяется и равно значению  $R_d$  и  $L_d$  в момент перехода тока через нуль. Процесс коммутации окончен.

Как уже отмечалось выше, во время коммутации имеет место неодновременность касания главных контактов контактора, т.е. каждая фаза контактора включается в работу в свой момент времени. Согласно [5], у большинства рудничных контакторов на низкие напряжения неодновременность касания главных контактов составляет  $\pm 0,5$  мм. Учтёт неодновременности включения главных контактов можно осуществить, путём изменения значения минимального зазора магнитной системы, при котором главные контакты контактора остаются замкнутыми  $x_{min}$ , в пределах  $\pm 0,5$  мм, для каждой включаемой фазы АД.

### 3. Уравнения электромагнитного момента и скорости вращения АД

Формулу электромагнитного  $M_{эл}$  момента берём из (1):

$$M_{эл} = p_{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} L_M \left[ \left( i_{s\alpha} i_{rc} + i_{s\beta} i_{ra} + i_{sc} i_{rb} \right) - \left( i_{sa} i_{r\beta} + i_{s\beta} i_{rc} + i_{sc} i_{ra} \right) \right], \quad (10)$$

Основное уравнение движения электропривода [6]:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{эл} \pm M_C, \quad (11)$$

где  $M_C$  – статический момент;  $J$  – момент инерции движущихся частей.

Составим общую математическую модель схемы на рис.1:

$$\frac{1}{3D} \begin{vmatrix} (L_\beta + L_c)C - 2AL_\alpha - 3D & AL_\beta + (L_c - 2L_\alpha)C & AL_c + (L_\beta - 2L_\alpha)C & L_m(4L_\alpha + L_\beta + L_c) \\ AL_\alpha + (L_c - 2L_\beta)C & (L_\alpha + L_c)C - 2AL_\beta - 3D & AL_c + (L_\alpha - 2L_\beta)C & L_m(L_c - 2(L_\alpha + L_\beta)) \\ AL_\alpha + (L_\beta - 2L_c)C & AL_\beta + (L_\alpha - 2L_c)C & (L_\alpha + L_\beta)C - 2AL_c - 3D & L_m(L_\beta - 2(L_\alpha + L_c)) \\ 0 & 0 & 0 & 3D \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} L_m(L_c - 2(L_\alpha + L_\beta)) & L_m(L_\beta - 2(L_\alpha + L_c)) \\ L_m(L_\alpha + 4L_\beta + L_c) & L_m(L_\alpha - 2(L_c + L_\beta)) \\ L_m(L_\alpha - 2(L_c + L_\beta)) & L_m(L_\alpha + L_\beta + 4L_c) \\ 0 & 0 \\ 3D & 0 \\ 0 & 3D \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{d\psi_{s\beta}}{dt} \\ \frac{d\psi_{sc}}{dt} \\ \frac{d\psi_{ra}}{dt} \\ \frac{d\psi_{rb}}{dt} \\ \frac{d\psi_{rc}}{dt} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} (I_{s\alpha}(3R_s + 2R_\alpha) - I_{s\beta}R_\beta - I_{sc}R_c - 2U_\alpha + U_\beta + U_c) \\ \frac{1}{3} (-I_{s\alpha}R_\alpha + I_{s\beta}(3R_s + 2R_\beta) - I_{sc}R_c + U_\alpha - 2U_\beta + U_c) \\ \frac{1}{3} (-I_{s\alpha}R_\alpha - I_{s\beta}R_\beta + I_{sc}(3R_s + 2R_c) + U_\alpha + U_\beta - 2U_c) \\ -r_r I_{ra} - \frac{p_{\pi}\omega}{\sqrt{3}} (\psi_{r\beta} - \psi_{rc}) \\ -r_r I_{r\beta} - \frac{p_{\pi}\omega}{\sqrt{3}} (\psi_{rc} - \psi_{ra}) \\ -r_r I_{rc} - \frac{p_{\pi}\omega}{\sqrt{3}} (\psi_{ra} - \psi_{r\beta}) \end{vmatrix};$$

$$\begin{aligned}
M_{\text{эл}} &= p_{\text{п}} \frac{\sqrt{3}}{2} L_{\text{М}} \left[ \left( i_{\text{s}\alpha} i_{\text{rc}} + i_{\text{s}\beta} i_{\text{ra}} + i_{\text{s}\gamma} i_{\text{rb}} \right) - \left( i_{\text{s}\alpha} i_{\text{r}\beta} + i_{\text{s}\beta} i_{\text{rc}} + i_{\text{s}\gamma} i_{\text{ra}} \right) \right], \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{\text{эл}} - M_C}{J}, \\
\frac{d\psi_{kt}}{dt} &= \left| \frac{1}{D} \left[ \left( L_{\beta}C - L_{\alpha}A \right) \frac{d\psi_{s\alpha}}{dt} + \left( L_{\beta}A - L_{\alpha}C \right) \frac{d\psi_{s\beta}}{dt} + C \left( L_{\beta} - L_{\alpha} \right) \frac{d\psi_{s\gamma}}{dt} + Lm \left( \left( 2L_{\alpha} + L_{\beta} \right) \frac{d\psi_{r\alpha}}{dt} - \right. \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. \left. - \left( L_{\alpha} + 2L_{\beta} \right) \frac{d\psi_{r\beta}}{dt} + \left( L_{\beta} - L_{\alpha} \right) \frac{d\psi_{rc}}{dt} \right) \right] - I_{s\alpha} R_{\alpha} + U_{\alpha} + I_{s\beta} R_{\beta} - U_{\beta} \right| + i_{kt} (\psi_{kt}, x_{kt}) R_{kt}, \\
\frac{dx_{kt}}{dt} &= v, \\
\frac{dv}{dt} &= \frac{P_{em}(\psi_{kt}, x_{kt}) + P_m - P_{mh}}{M}, \\
R_{kyX} &= \begin{cases} 0.001, & \text{если } x_{kt} < x_{min} X, \\ \frac{P_0 \left[ 1 + 4(2\pi f - \varphi_X)^2 \Theta^2 \right]}{3I_0^2 \left[ 2(2\pi f - \varphi_X)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi_X)^2 - (2\pi f - \varphi_X) \Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi_X) \right]}, & \text{если } x_{kt} \geq x_{min} X \end{cases} \\
L_{kyX} &= \begin{cases} 0, & \text{если } x_{kt} < x_{min} X, \\ \frac{P_0 \left[ 1 + 4(2\pi f - \varphi_X)^2 \Theta^2 \right]}{3(100I_0)^2 \left[ 2(2\pi f - \varphi_X)^2 \Theta^2 + \sin(2\pi f t - \varphi_X)^2 - (2\pi f - \varphi_X) \Theta \sin(4\pi f t - 2\varphi_X) \right]}, & \text{если } x_{kt} \geq x_{min} X \end{cases} \quad (12)
\end{aligned}$$

где подстрочный символ  $X$  в уравнениях дуги может принимать значения  $X=\alpha,\beta,c$  и обозначает признаки принадлежности соответственно к фазам  $\alpha,\beta$  или  $c$ .

По математической модели (12) была реализована программа в среде программирования Delphi, рассчитывающая динамику комплекса в целом.

Рассмотрим режим включения АД. Учтём неодновременности касания главных контактов производим следующим образом. Сначала строятся диаграммы при одновременном включении всех трёх фаз АД. Затем диаграммы отображают одновременное включение двух фаз  $\alpha$  и  $\beta$ , а фаза  $c$ , включается в работу с опозданием на 0,5мм. Таким образом, перебираем 3 фазы АД и в результате на каждой диаграмме отображено по 4 графика.

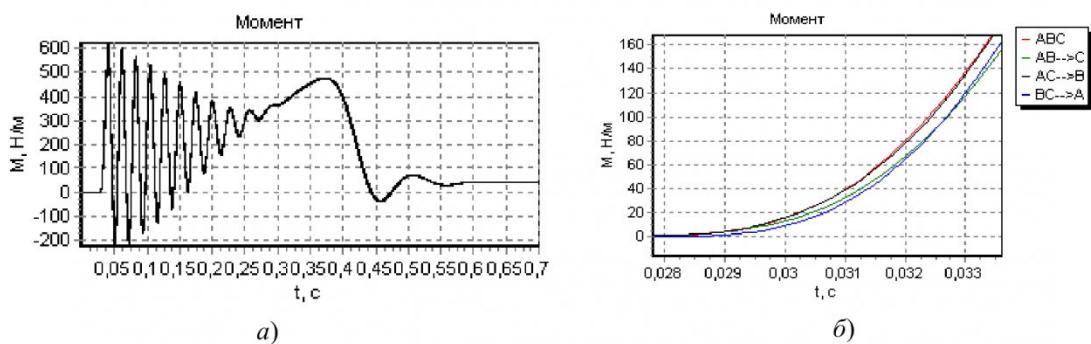


Рис.3 Момент АД при неодновременном включении фаз контактора;  
а) вид общий, б) увеличенный фрагмент

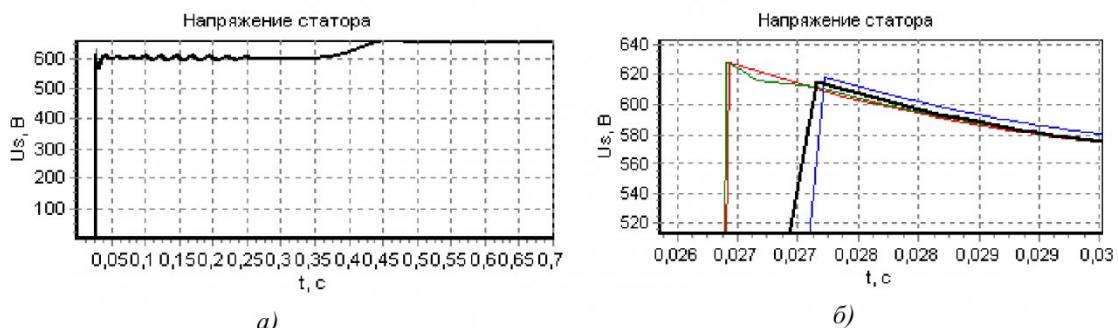


Рис.4 Напряжение на статоре АД; а) вид общий; б) увеличенный фрагмент

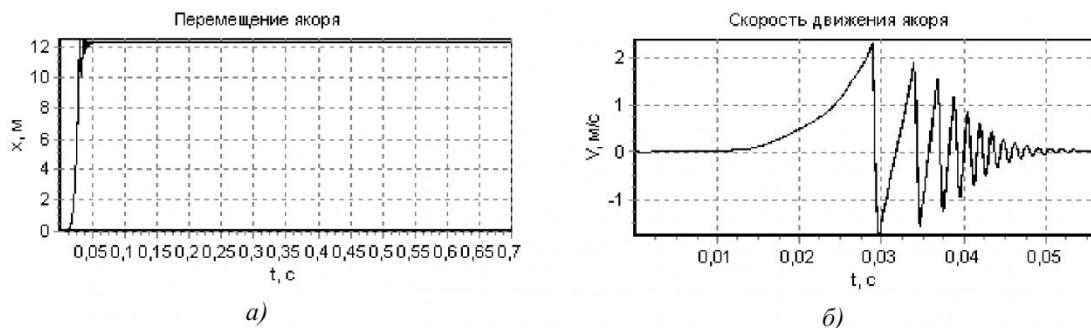


Рис.5 Характеристики якоря контактора; а) перемещение; б) скорость движения

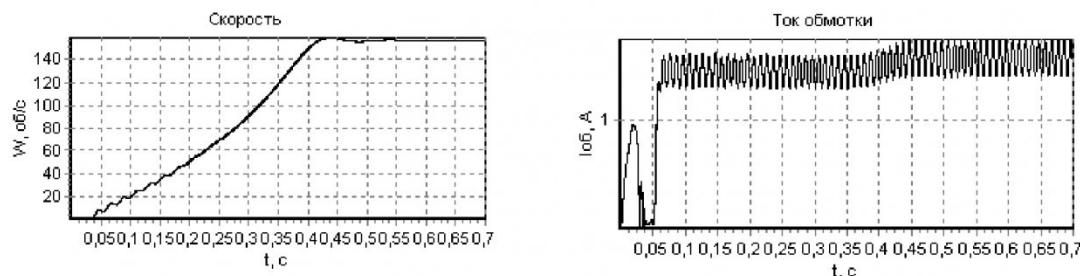


Рис. 6. Скорость вращения ротора АД

Рис. 7 . Ток обмотки электромагнита контактора

Из графика скорости движения якоря получаем, что в момент касания главных контактов якорь движется со скоростью  $\approx 1,7 \text{ м/с}$ , следовательно, отстающая фаза включится в работу с опозданием в  $0,0005/1,7=0,000294\text{с}$ . Таким образом, неодновременность касания главных контактов существенного влияния на динамические характеристики АД не оказывает.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Губенков А.В. Модель асинхронного электродвигателя с кабелем и устройством коммутации в статорной цепи. // Вестник КузГТУ. – 2003. №4. С.45-50.
- Соколов И.А. Пусковые режимы асинхронных электродвигателей в системе электроснабжения горных и транспортных машин: Дисс. .... канд. техн. наук. -Кемерово.,2003. -146 с.
- И.С. Таев, Б.К. Буль, А.Г. Годжелло и др., Основы теории электрических аппаратов. Учеб. Для вузов. М.: Высш шк. 1987. – 352с.
- Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. В 3-х ч. Ч. 1. Линейные электрические цепи: Учеб. Для вузов.- 5-е изд., испр. и доп. – М.: Энергия, 1978 .- 592с. ил.
- Чумаков В.А., Глухов М.С. Осипов Э.Р. и др. Под ред. В.В. Дегтярёва, Л.В. Седакова,. Руководство по ревизии, наладке и испытанию подземных электроустановок шахт – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1989. – 614с.
- Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. Учеб. Для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. Шк., 2001. – 327 с.: ил.
- Переходные процессы в электрических машинах и аппаратах и вопросы их проектирования: Учеб. пособие для вузов/ Гольдберг О.Д., Буль О.Б., Свириденко И.С., Хелемская С.П.; Под ред. О.Д. Гольдберга -М.: Высш. шк., 2001. 512с.: ил.

Авторы статьи:

Губенков  
Александр Вячеславович  
- аспирант каф. вычислительной  
техники и информационных  
технологий