УДК 622.241.54

Н. В. Черданцев

ЗОНЫ НАРУШЕНИЯ СПЛОШНОСТИ В ОБЛАСТИ СОПРЯЖЕНИЯ ДВУХ ВЫРАБОТОК КВАДРАТНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Задача распределения напряжений в окрестностях горных выработок и их сопряжений является важной в механике подземных сооружений, поскольку позволяет при использовании критериев разрушения материла массива определять зоны нарушения сплошности, а следовательно, и нагрузку на крепь. Ниже приводится решение задачи определения зон нарушения сплошности в области сопряжения двух одинаковых выработок квадратного поперечного сечения, оси которых взаимно перпендикулярны (рис. 1).

Задача о напряжённом состоянии вокруг выработок формулируется следующим образом [1]: вертикально вдоль координатной оси z на бесконечный упругий массив действуют напряжения $\sigma_z^{\infty} = \gamma H$, горизонтально вдоль осей x, y действуют напряжения $\sigma_x^{\infty} = \sigma_y^{\infty} = \lambda\gamma H$, где λ - коэффициент бокового давления. Внутри массива имеется произвольных размеров и формы полость, имитирующая заданную выработку. На всей поверхности выработки или какой-то её части изнутри приложены напряжения F, которые могут создаваться, например, реакцией крепи. Требуется найти напряжённое состояние в любой точке массива вокруг выработки.

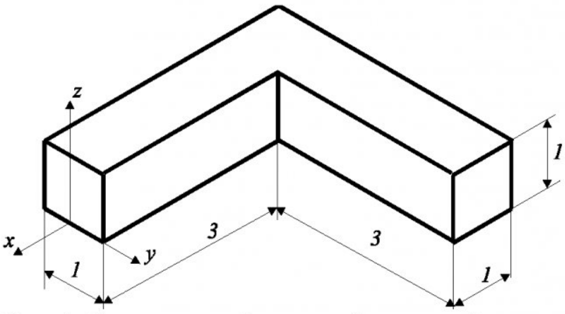

Рис. 1. Сопряжение двух выработок квадратного поперечного сечения

В работе для определения напряжённого состояния вокруг выработок используется метод граничных интегральных уравнений.

Сущность метода заключается в следующем. К контуру полости прикладывается компенсирующая нагрузка некоторой интенсивностью $\overline{a}$. Совместно с внешней нагрузкой компенсирующая нагрузка в каждой точке контура должна удовлетворять условию на поверхности. Это позволяет составить интегральное уравнение, которое по структуре идентична интегральному уравнению Фредгольма второго рода.

Интегральное уравнение для поставленной задачи [4] имеет вид:

$$\frac{1}{2}a_q(Q_0) - \iint\limits_O \Phi_{qm}(Q_0, M_0)a_m(M_0)dO_{M_0} = = n_q(Q_0)\sigma_{qq}^{\infty} - F_q(Q_0). \tag{1}$$

В уравнении (1) $\Phi_{qm}(Q_0, M_0)$ - тензор Грина определяется [2, 4, 5]

$$\Phi_{qm}(Q_0, M_0) == \frac{1}{8\pi(1-\nu)R^2} \times \times \left\{ \begin{array}{l} (1-2\upsilon)\left(\dfrac{x_q n_m}{R} - \dfrac{n_q x_m}{R}\right) + \\ + \left[(1-2\upsilon)\delta_{qm} + 3\dfrac{x_q x_m}{R^2}\right]\dfrac{n_t x_t}{R} \end{array} \right\}. \tag{2}$$

Здесь υ - коэффициент Пуассона, индексы q, m, t = 1, 2, 3 -номера координатных осей: ось 1 - x, ось 2 - y, ось 3 - ось z. R- расстояние между точками Q_0 и M_0, δ_{qm} - символ Кронекера. σ_{qq}^{∞} - тензор напряжений на бесконечности, O - площадь поверхности полости, n_q, n_m - единичные вектора внешних к поверхности полости нормалей в точках Q_0 и M_0.

Уравнение (1) решается относительно неизвестного вектора $\overline{a}$. Решение ищется в форме метода Крылова - Боголюбова [3, 5]: интеграл заменяется суммой. После интегрирования заменённого суммой уравнения по каждому i -му элементу при условии, что в пределах элемента F,a постоянны приводит к следующим N векторным уравнениям:

$$\frac{1}{2}a_{q.i}^* - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} \Phi_{qm.ij}a_{m.j}^* \Delta O_i = n_{q.i}t_{qq.i}^{\infty} - F_{q.i}^*. \tag{3}$$

Здесь i - номер точки на поверхности полости, в которой формулируется граничное условие; j - номер текущей точки на поверхности полости.

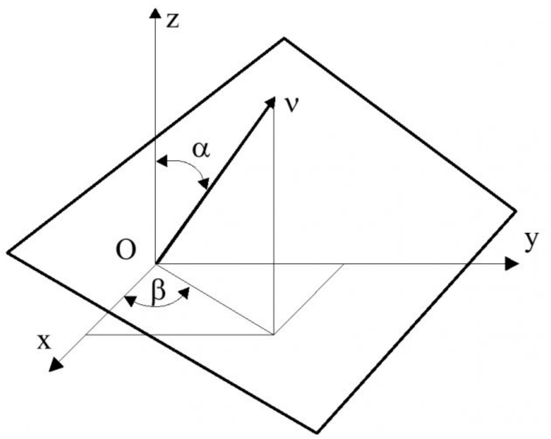

Рис. 2. Положение поверхности ослабления в пространстве

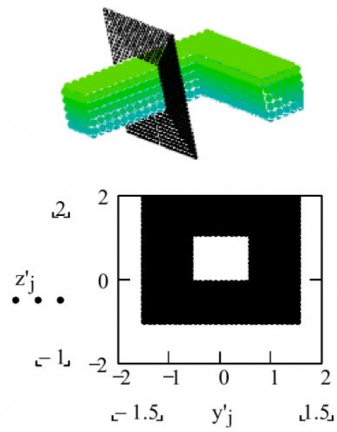

Рис. 3. Произвольная плоскость, перпендикулярная оси выработки (слева) и её проекция на координатную плоскость y0z (справа)

Поскольку уравнение (1) сингулярное, то в (3) суммирование производится по всем точкам за исключением $j=i$. В (3) обозначено:

$$a_{q.i}\Delta O_i = a^*_{q.i},\ a_{m.ji}\Delta O_j = a^*_{m.j},$$

$$\sigma^{\infty}_{qq.i}\Delta O_i = t^{\infty}_{q.i},\quad F_{q.i}\Delta O_i = F^*_{q.i}.$$

Решение (3) относительно $a^*_{q.j}$ позволяет определить тензор напряжений σ_{qm} в произвольной точке i массива, используя принцип суперпозиции:

$$\sigma_{qm.i} = \sum_{j=1}^{N}\sum_{t=1}^{3}\sigma_{qmt.ij}a^*_{t.j} + \sigma^{\infty}_{qq.i}. \quad (4)$$

Здесь σ_{qmt} – тензор напряжений от единичной нагрузки (тензор Кельвина) [2, 4, 6]

$$\sigma_{qmt} = \frac{1}{8\pi(1-\upsilon)R^3}\times$$

$$\times\left[(1-2\upsilon)(\delta_{mt}x_q + \delta_{qt}x_m - \delta_{qm}x_t) + \frac{3x_q x_m x_t}{R^2}\right]. \quad (5)$$

Массив горных пород, в котором сооружается выработка, считается слоистым, т. е. состоящим из пластов основной породы и межпластовых прослоек. Прослойки называются плоскостями ослабления, поскольку материал в них имеет более низкие характеристики прочности, чем материал основной породы. В статье для определения З. Н. С. используется критерий прочности Мора для материала поверхности ослабления. Поверхность ослабления (рис. 1) может быть произвольно ориентирована в пространстве. В работе это положение задаётся углами α, β, которые образует нормаль к этой поверхности с осями z, x.

Нормальные, касательные и полные напряжения по поверхности ослабления определяются по известным формулам теории упругости [4,6]. Нормальные напряжения

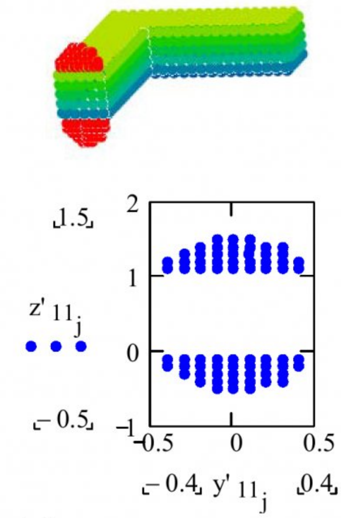

Рис. 4. Зона нарушения сплошности в торцевом сечении основной выработки

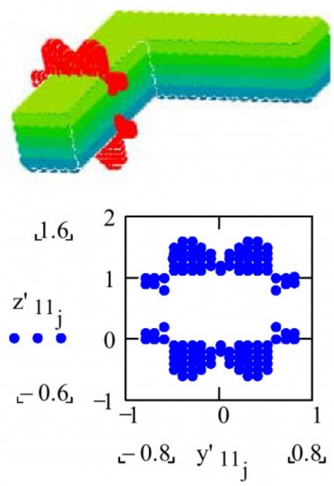

Рис. 5. Зона нарушения сплошности в среднем сечении основной выработки

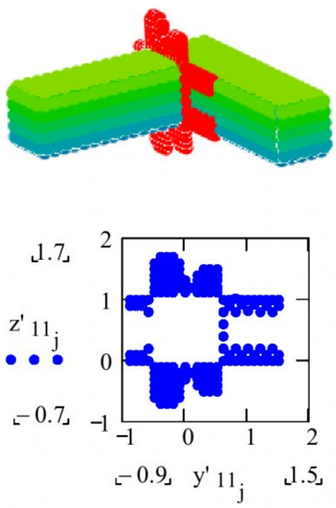

Рис. 6 Зона нарушения сплошности в сечении основной выработки на стыке с боковой

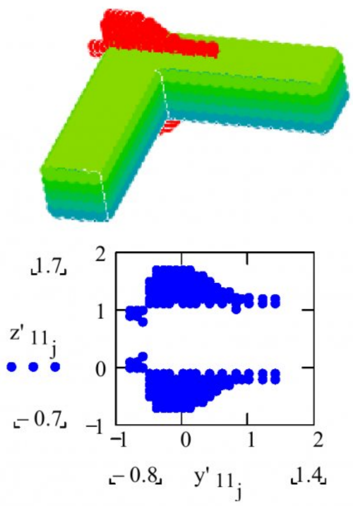

Рис. 7. Зона нарушения сплошности в сечении, совпадающем с продольной плоскостью боковой выработки

$$\sigma_\nu = \sigma_x{}^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 +$$
$$+ 2\tau_{xy} ml + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{zx} nl;$$

здесь *l, m, n*- направляющие косинусы углов между нормалью к площадке и координатными осями *x, y, z:*

$$l = \cos(\nu, x) = \sin\alpha \cos\beta\ ,$$
$$m = \cos(\nu, y) = \sin\alpha \sin\beta\ ,$$
$$n = \cos(\nu, z) = \cos\alpha\ ,$$

полные напряжения определяются зависимостью

$$p_\nu^2 = (\sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n)^2 +$$
$$+ (\tau_{xy} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n)^2 + (\tau_{xz} l + \tau_{yz} m + \sigma_z n)^2$$

касательные напряжения $\tau_\nu = \sqrt{p_\nu^2 - \sigma_\nu^2}$.

Критерий прочности Мора задаётся прямолинейной огибающей кругов предельных состояний:

$$\tau_{np.} = \sigma_\nu n + a_0. \qquad (6)$$

В (6), как и в [1], a_0 - коэффициент сцепления, а $n = tg\varphi$ (φ – угол внутреннего трения).

Для решения задачи применялся пакет MATHCAD. На рис. 3 показана плоскость и её размеры на координатной плоскости y0z. В точках этой плоскости вычислялись напряжения. Точки, в которых происходит разрушение материала, образуют зоны нарушения сплошности, показанные на рис. 4 - 7 показаны зоны нарушения сплошности в ряде сечений вокруг выработок в виде затемнённых областей. Использовались следующие данные: $\alpha = 0$, $\beta = 90^0$, т. е. рассматривался массив с горизонтальными поверхностям ослабления. Коэффициент бокового давления $\lambda = 1$, характеристики прочности материала $a_0 = 0$, $n = tg20^0 = 0{,}364$. Напряжения, вычисляются в безразмерных единицах, отнесённых к γH. Размеры отверстий тоже в относительных величинах. После нахождения напряжений можно, используя критерии прочности, строить области разрушения, так называемые зоны нарушения сплошности (З. Н. С.) материла вокруг выработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баклашов И. В., Картозия Б. А.* Механика подземных сооружений и конструкции крепей. М.: Недра. - 1992. - 544 с.
2. *Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л.* Методы граничных элементов. - М.: Мир.-1987.-525 с.
3. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближённые методы высшего анализа. Изд. 5-е. - М., Л.: Физматгиз. - 1962. - 708 с.
4. *Лурье А. И.* Теория упругости. - М.: Наука. - 1970. -940 с.
5. Метод граничных интегральных уравнений. Вычислительные аспекты и приложения в механике. Под ред. Т. Круза и Ф. Риццо. - М.: Мир. -1978. - 210 с.
6. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твёрдого тела. - М.: Наука. -1979.-683 с.

 Автор статьи:

Черданцев
Николай Васильевич
- канд. техн. наук , докторант каф. строи-