

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ И СИСТЕМЫ

УДК 612

А.В.Губенков

МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С КАБЕЛЕМ И УСТРОЙСТВОМ КОММУТАЦИИ В СТАТОРНОЙ ЦЕПИ

В сетях электроснабжения с электродвигательной нагрузкой имеют место переходные процессы, которые могут изменять питающее напряжение электродвигателей. При этом возможно возникновение неблагоприятных условий работы коммутационной аппаратуры, что может привести к ее отключению и что, в свою очередь, может привести к распаду всего технологического процесса.

В этой связи необходим анализ условий работы коммутационной аппаратуры, а также тех последствий, которые возникают при внезапном прекращении электроснабжения одного из потребителей в сети с электродвигательной нагрузкой.

Рассмотрим модель асинхронного двигателя с кабелем и устройством коммутации (пускателем) в статорной цепи. На рис. 1 отображена схема рассматриваемой модели.

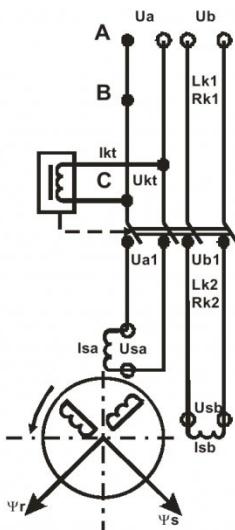


Рис. 1- Схема АД с кабелем и устройством коммутации в статорной цепи

Коммутирующее устройство и асинхронный двигатель получают питание через протяжённый кабельный участок. Коммутирующее устройство имеет произвольное расположение на кабельном участке и своими главными контактами делит его на 2 части с сопротивлениями R_{k1} , L_{k1} и R_{k2} , L_{k2} .

В [1] описана математическая модель одиноч-

ного асинхронного электродвигателя с кабелем в статорной цепи. Модель имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{L_k}{L_s}\right) D\psi_{s\alpha} = U_\alpha + \\ + k_r \frac{L_k}{L_s} \cdot (-R_r i_{r\alpha} - p\omega\psi_{r\beta}) - (R_k + R_s)i_{s\alpha}, \\ \left(1 + \frac{L_k}{L_s}\right) D\psi_{s\beta} = U_\beta + \\ + k_r \frac{L_k}{L_s} \cdot (-R_r i_{r\beta} + p\omega\psi_{r\alpha}) - (R_k + R_s)i_{s\beta}, \\ D\psi_{r\alpha} = -R_r i_{r\alpha} - p\omega\psi_{r\beta}, \\ D\psi_{r\beta} = -R_r i_{r\beta} + p\omega\psi_{r\alpha}. \end{cases} \quad (1)$$

где R_k , L_k - активное и индуктивное сопротивление участка кабеля; R_s - активное сопротивление статора; L_s - переходная индуктивность; R_r - активное сопротивление ротора; U_α , U_β - мгновенные значения напряжений вторичной обмотки трансформатора по неподвижным осям α и β ; $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, $i_{r\alpha}$, $i_{r\beta}$ - мгновенные значения токов статора (индекс s) и ротора (индекс r) по осям α и β ; p - число пар полюсов; ω - угловая частота вращения ротора; $\psi_{s\alpha}$, $\psi_{s\beta}$, $\psi_{r\alpha}$, $\psi_{r\beta}$ - потокосцепления статора (индекс s) и ротора (индекс r) по осям α и β . Знак D перед переменными в уравнениях обозначает первую производную по времени этой переменной.

Для того, чтобы включить в (1) модель коммутационного устройства, необходимо определиться со следующими условиями и ограничениями:

1. Расположение коммутационного устройства на кабельном участке может быть произвольным. На рис. 1 показаны точки расположения пускателя. После вторичной обмотки трансформатора и участком кабельной сети, точка А; непосредственно на участке кабельной сети, точка В; рядом с асинхронным двигателем, после участка кабельной сети точка С;

2. Влиянием тока управления коммутационного устройства можно пренебречь, т.к. пусковой и рабочий ток коммутационного аппарата на 3-4 порядка меньше соответственно пускового и рабочего тока асинхронной машины.

3. Асинхронный двигатель и коммутационный аппарат получают питание через один кабельный участок, следовательно, начиная с момента включения и заканчивая моментом отключения коммутационного аппарата, они электрически связаны и влияют на работу друг друга. Напряжение на зажимах коммутационного аппарата является функцией напряжения на зажимах асинхронного двигателя.

Рассмотрим условия Кирхгофа (рис. 1) для напряжений контура: вторичная обмотка трансформатора – кабельный участок – коммутирующее устройство – статорная обмотка электродвигателя [1].

$$\begin{cases} U_\alpha = U_{k\alpha} + U_{ky\alpha} + U_{s\alpha}, \\ U_\beta = U_{k\beta} + U_{ky\beta} + U_{s\beta}. \end{cases} \quad (2)$$

где $U_{k\alpha}$, $U_{k\beta}$, $U_{s\alpha}$, $U_{s\beta}$ - соответственно падение напряжения в кабельном участке (индекс k) и падение напряжения в статоре АД (индекс s) по неподвижным осям α и β .

Падение напряжение на всём кабельном участке складывается из падений напряжения на первом и втором кабеле $U_k = U_{k1} + U_{k2}$. $U_{ky\alpha}$, $U_{ky\beta}$ – падение напряжения на сопротивлении межконтактного промежутка коммутирующего устройства по неподвижным осям α и β .

Динамические процессы в кабельной сети описываются [1]

$$\begin{cases} U_{k\alpha} = L_k \frac{di_{s\alpha}}{dt} + R_k i_{s\alpha}, \\ U_{k\beta} = L_k \frac{di_{s\beta}}{dt} + R_k i_{s\beta}. \end{cases} \quad (3)$$

где R_k, L_k - активное и индуктивное сопротивление общего участка кабеля.

Напряжение, прикладываемое к обмотке контактора коммутирующего устройства, выражается формулой:

$$U_{kt} = |U_\alpha - U_{k\alpha}| \quad (4)$$

Разность берётся по абсолютной величине т.к. модели последних пускателей работают на выпрямленном напряжении.

Коммутационное устройство также влияет на работу асинхронной машины. Рассмотрим случай, когда при снижении напряжения на зажимах обмотки электромагнита коммутирующего аппарата, по абсолютной величине, ниже U_{min} происходит отключение коммутирующего аппарата и как следствие отключение подачи напряжения на статор асинхронной машины, и, наоборот, при превышении U_{min} - включение электромеханической системы.

Будем различать процессы *включения* и *отключения* коммутационного устройства. При *включении* аппарата подвижные и неподвижные контакты соударяются, в результате упругой деформации контакты размыкаются, но под действием контактной пружины замыкаются вновь, процесс носит затухающий характер. Данное яв-

ление называется *вibrацией контактов (дребезг контактов)*. При *отключении* аппарата возникает *электрическая дуга* в межконтактном промежутке.

В момент *включения* аппарата в силовой цепи происходит резкое уменьшение сопротивления коммутирующего органа Z_k и быстрый рост тока нагрузки.

При *отключении* аппарата, в межконтактном промежутке возникает *электрическая дуга*, которая имеет нелинейное электрическое сопротивление, зависящее в основном от величины протекающего в ней тока.

Дуговые процессы в электрических аппаратах до сих пор не имеют строгого математического описания [4] поэтому необходимо ввести функцию, имитирующую сопротивление электрической дуги при отключении коммутирующего устройства и определяющую сопротивление межконтактного промежутка коммутирующего органа Z_k .

В общем случае данная функция имеет сложный нелинейный характер, который зависит от сопротивления электрической дуги во время коммутации, а также восстановливающейся электрической прочности межконтактного промежутка и восстановливающегося напряжения. Косвенный учёт этих трёх факторов будем производить с помощью функции, которая не имеет разрыва в момент коммутации.

$$\arctg \frac{(t - t_k - 0.005) \cdot 10^7}{\pi} + \frac{1}{2}, \quad (5)$$

где t - время независимая переменная; t_k - момент времени, в который начинает происходить переключение аппарата; коэффициент в уравнении 10^7 определяет скорость изменения функции от одного состояния до другого (угол наклона); 0.005 – промежуток времени, за который происходит коммутация. Общий вид функции представлен на рис. 2.

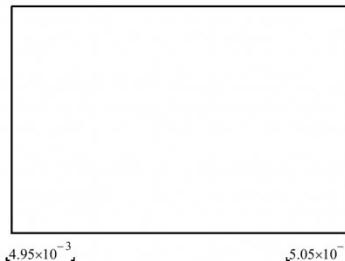


Рис. 2–Функция изменения сопротивления коммутирующего аппарата

Учитывая, что комплексное сопротивление межконтактного промежутка содержит активную и индуктивную составляющую $Z_{ky} = \sqrt{R_{ky}^2 + (\omega L_{ky})^2}$, функцию, описывающую процесс коммутации, можно представить двумя системами уравнений:

$$R_{ky}(x_{kt}) = \begin{cases} 0.001, & \text{если } x_{kt} < x_{min}, \\ 10^6 \cdot \left(\frac{\operatorname{acrtg}(t - t_k - 0.005) \cdot 10^7}{\pi} + \frac{1}{2} \right), & \text{если, } x_{kt} \geq x_{min}. \end{cases} \quad (6)$$

$$L_{ky}(x_{kt}) = \begin{cases} 0.001, & \text{если } x_{kt} < x_{min}, \\ 20 \cdot \left(\frac{\operatorname{acrtg}(t - t_k - 0.005) \cdot 10^7}{\pi} + \frac{1}{2} \right), & \text{если, } x_{kt} \geq x_{min}. \end{cases} \quad (7)$$

где x_{kt} - расстояние между якорем контактора и сердечником магнитной системы (отсчитывается от положения якоря при минимальном зазоре); x_{min} - минимальное расстояние, при котором главные контакты контактора остаются замкнутыми.

Падение напряжения на сопротивлении межконтактного промежутка можно представить в виде:

$$\begin{cases} U_{ky\alpha} = L_{ky} \frac{di_{s\alpha}}{dt} + R_{ky} i_{s\alpha}, \\ U_{k\beta} = L_{ky} \frac{di_{s\beta}}{dt} + R_{ky} i_{s\beta}. \end{cases} \quad (8)$$

Сопротивление межконтактного промежутка обычно считается чисто активным, а его индуктивность - близкой к нулю [2].

Дополним существующую модель (1) асинхронного двигателя с кабелем в статорной цепи, моделью коммутирующего устройства. Для этого подставим уравнение (2) и (8) в уравнение модели одиночного асинхронного двигателя. После преобразований, аналогичных [1], получим:

$$\begin{cases} \left(1 + \frac{L_k + L_{ky}}{L_s'} \right) D\psi_{s\alpha} = U_\alpha + k_r \frac{L_k + L_{ky}}{L_s'} \cdot (-R_r i_{r\alpha} - p\omega \psi_{r\beta}) - (R_k + R_{ky} + R_s) i_{s\alpha}, \\ \left(1 + \frac{L_k + L_{ky}}{L_s'} \right) D\psi_{s\beta} = U_\beta + k_r \frac{L_k + L_{ky}}{L_s'} \cdot (-R_r i_{r\beta} + p\omega \psi_{r\alpha}) - (R_k + R_{ky} + R_s) i_{s\beta}, \\ D\psi_{r\alpha} = -R_r i_{r\alpha} - p\omega \psi_{r\beta}, \\ D\psi_{r\beta} = -R_r i_{r\beta} + p\omega \psi_{r\alpha}. \end{cases} \quad (9)$$

где $L_k = L_{k1} + L_{k2}$ и $R_k = R_{k1} + R_{k2}$.

Уравнение (9) представляет собой модель одиночного асинхронного двигателя с кабелем в статорной цепи и произвольным расположением коммутирующего органа на кабельном участке.

Рассмотрим динамические процессы, происходящие в электромагните при его включении. В общем случае уравнение баланса напряжений на обмотке электромагнита при его включении на напряжение U_{kt} имеет вид [2]:

$$U_{kt} = i_{kt} R_{kt} + \frac{d\psi_{kt}}{dt}, \quad (10)$$

где i_{kt} - ток, протекающий по обмотке контактора КУ; R_{kt} - активное сопротивление обмотки контактора; ψ_{kt} - суммарное потокосцепление обмотки электромагнита контактора. Представим потокосцепление как $\psi_{kt} = i_{kt} L_d$, где L_d - динамическое зна-

чение индуктивности электромагнита, и подставим в (10), тогда:

$$U_{kt} = i_{kt} R_{kt} + L_d \frac{di_{kt}}{dt} + i_{kt} \frac{dL_d}{dt}. \quad (11)$$

Индуктивность электромагнита является величиной, зависящей от геометрических размеров магнитопровода или же его магнитного сопротивления. При включении контактора, т.е. замыкании магнитной системы, силовые линии магнитной индукции сгущаются, тем самым увеличивается потокосцепление обмотки электромагнита с магнитной системой, как следствие индуктивность увеличивается, а при отпадании якоря (отключения) происходит обратный процесс. Именно поэтому в динамических процессах коммутационных устройств вводится понятие *динамической индуктивности электромагнита* L_d .

Подставив (3) в (4) по оси α получим:

$$\left| U_\alpha - L_{k1} \frac{di_{s\alpha}}{dt} - R_{k1} i_{sa} \right| = i_{kt} R_{kt} + \frac{d\psi_{kt}}{dt}, \quad (12)$$

преобразовав которое, будем иметь:

$$\begin{aligned} \left| U_\alpha - \left(\frac{L_{k1}}{L_s'} D\psi_{s\alpha} + \frac{k_r L_{k1} (R_r i_{r\alpha} + p\omega \psi_{r\beta})}{L_s'} + \right. \right. \\ \left. \left. + R_{k1} i_{sa} \right) \right| = i_{kt} R_{kt} + \frac{d\psi_{kt}}{dt}, \end{aligned} \quad (13)$$

Это уравнение описывает влияние переходных процессов в асинхронной машине с кабельным участком на динамические процессы в электромагните.

Модель не учитывает изменение положения якоря x_{kt} в зависимости от подводимого к обмотке контактора напряжения U_{kt} .

Рассмотрим дифференциальные уравнения электромагнита [3]:

$$\begin{cases} d\psi_{kt} = U_{kt} + i_{kt} (\psi_{kt}, x_{kt}) R_{kt}, \\ \frac{dx_{kt}}{dt} = v, \\ \frac{dv}{dt} = \frac{P_{em}(\psi_{kt}, x_{kt}) + P_m - P_{mh}}{M}. \end{cases} \quad (14)$$

где: v - скорость движения якоря; P_{em} - электромагнитная сила; P_m - сила веса якоря, в зависимости от рассматриваемой конструкции контактора может действовать в ту же сторону, что и электромагнитная сила, или в противоположную ей сторону; P_{mh} - сила механизма противодействующая электромагнитной; M - масса якоря.

Ток контактора i_{kt} и электромагнитная сила P_{em} есть функции, зависящие от текущего положения якоря x_{kt} , и текущего потокосцепления ψ_{kt} .

В приложении 12 [3] рассматривается программа расчёта «DC» статических характеристик электромагнита методом участков. Программа написана на языке программирования QuickBasic. Существующая в «DC» подпрограмма расчёта координат точек кривой зависимости потокосцепления от тока «F1.F», определяет набор статиче-

ских характеристик, которые выводятся в файлы данных. Далее эти данные импортируются в оболочку MathCad, где и производится двумерная сплайн-интерполяции статических характеристик электромагнита. В результате последней определяются функции зависимости тока контактора i_{kt} и электромагнитной силы P_{em} , от текущего положения якоря x_{kt} , и текущего потокосцепления ψ_{kt} .

Недостатком данного метода расчёта, является погрешность, которая возникает при сплайн-интерполяции характеристик. И как пишет сам автор: «кривые имеют подозрительно вычурный характер, что подтверждает желательность увеличения числа точек статических характеристик и увеличения значения максимальной МДС, для которой производится расчёт потокосцеплений...».

Избавиться от этого недостатка можно путём нахождения заданного значения i_{kt} и P_{em} как функции x_k от ψ_{kt} в одном программном блоке, и не использовать средства MathCad. Для этого необходимо расширить подпрограмму расчёта координат точек кривой зависимости потокосцепления от тока «F1.F» приложения 12 [3], ещё одним общим циклом подекадного снижения МДС и нахождения заданного потокосцепления при заданном магнитном зазоре.

Общий вид функции тока обмотки i_{kt} , построенный при помощи двумерной сплайн-интерполяции статических характеристик, представлен на рис. 3.

Так как динамические процессы в коммутирующем устройстве и асинхронном двигателе влияют друг на друга, то уравнения (6), (7), (9) и (14) следует рассматривать как общую систему уравнений.

Дополнительно произведём замену уравнения баланса напряжений на обмотке контактора в системе уравнений (14), уравнением (13). Дополним

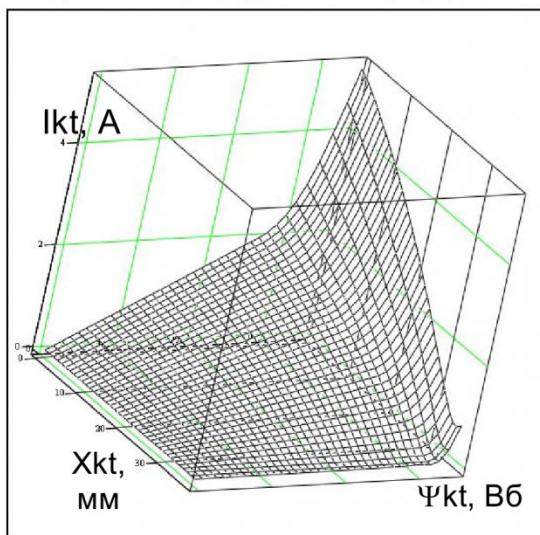


Рис. 3- Функция изменения тока обмотки контактора от суммарного потокосцепления и перемещения якоря

модель асинхронного двигателя уравнением движения $D\omega$. Получим общую систему уравнений (15) модели рассматриваемой на рис.1:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{L_k + L_{ky}}{L_s}\right) D\psi_{s\alpha} &= U_\alpha + k_r \frac{L_k + L_{ky}}{L_s} \times \\ &\quad (-R_r i_{r\alpha} - p\omega \psi_{r\beta}) - i_{s\alpha} (R_k + R_{ky} + R_s); \\ D\psi_{r\alpha} &= -R_r i_{r\alpha} - p\omega \psi_{r\beta}, \\ \left(1 + \frac{L_k + L_{ky}}{L_s}\right) D\psi_{s\beta} &= U_\beta + k_r \frac{L_k + L_{ky}}{L_s} \times \\ &\quad (-R_r i_{r\beta} + p\omega \psi_{r\alpha}) - i_{s\beta} (R_k + R_{ky} + R_s); \\ D\psi_{r\beta} &= -R_r i_{r\beta} + p\omega \psi_{r\alpha}, \\ D\omega &= \frac{C_m (\psi_{r\alpha} \psi_{s\beta} - \psi_{s\alpha} \psi_{r\beta}) - M_c}{J}, \\ D\psi_{kt} &= \left| \begin{array}{l} U_\alpha - \frac{L_k l}{L_s} D\psi_{r\alpha} - k_r \frac{L_k l}{L_s} \times \\ \times (R_r i_{r\alpha} + p\omega \psi_{r\beta}) - i_{s\alpha} R_k l \\ - i_{kt} (\psi_{kt}, x_{kt}) R_{kt}, \end{array} \right| - \\ Dx_{kt} &= v, \\ Dv &= \frac{P_{em}(\psi_{kt}, x_{kt}) + P_m - P_{mh}}{M}, \\ R_{ky} &= \begin{cases} 0.001, & \text{если } x_{kt} < x_{min}, \\ 10^6 \cdot \left(\frac{\arctg(t - t_k - 0.005) \cdot 10^7}{\pi} + 1/2 \right), & \text{если } x_{kt} \geq x_{min}, \end{cases} \quad 15) \\ L_{ky} &= \begin{cases} 0.0001, & \text{если } x_{kt} < x_{min}, \\ 20 \cdot \left(\frac{\arctg(t - t_k - 0.005) \cdot 10^7}{\pi} + 1/2 \right), & \text{если } x_{kt} \geq x_{min}. \end{cases} \end{aligned}$$

Коэффициенты 10^6 и 20 в системах уравнений для активной и индуктивной составляющих межконтактного промежутка определяют величину сопротивления последнего.

В полученной системе уравнений первые 5 уравнений описывают динамику в асинхронной машине, последующие 3 уравнения позволяют получить динамические характеристики электромагнита, последние 2 функции R_{ky} и L_{ky} в системе уравнений являются связующим звеном между

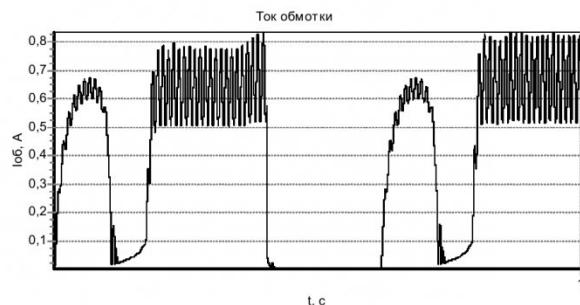


Рис. 4 - Ток обмотки



Рис. 5 - Потокосцепление обмотки

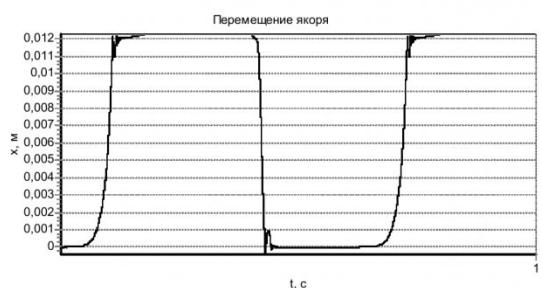


Рис. 6 - Перемещение якоря



Рис. 7 - Скорость движения якоря

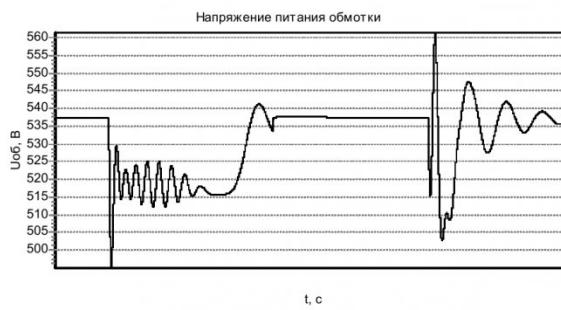


Рис. 8 .Напряжение питания обмотки контакто-ра

динамикой в асинхронной машине и процессами в электромагните контактора. Полученная модель позволяет рассчитать динамические характеристики модели с учётом изменения положения якоря x_{kt} в зависимости от минимально допустимого напряжения питания обмотки контактора U_{min} .

По полученной математической модели (15) была реализована программная модель в среде Delphi 6. В качестве асинхронного двигателя был взят двигатель типа ДКВ355ЛВ4, мощностью 315кВт, напряжение питания $U_n=1140$ В. В качестве коммутирующего устройства - пускател се-

рии ПВИ-250 с контактором КТУ-4Б.

Рассмотрим режим повторного включения асинхронного двигателя. Для этого в момент времени $t=0.4$ с. увеличим сопротивление обмотки контактора до таких значений, при которых якорь опадёт от магнитной системы, а в момент времени $t=0.62$ с. - установим номинальное сопротивление обмотки контактора.

Ниже представлены полученные динамические характеристики. На рисунках 4-8 представлены характеристики контактора.

Характеристики асинхронного двигателя представлены на рисунках 9-11.

Таким образом, полученная математическая модель (система уравнений (15)) позволяет оценить динамические характеристики комплекса состоящего из асинхронного двигателя с кабелем в статорной цепи и устройством коммутации, которое имеет произвольное расположение на кабельном участке. Особое внимание было удалено работе коммутирующего устройства (пускателю), динамические характеристики которого зависят от

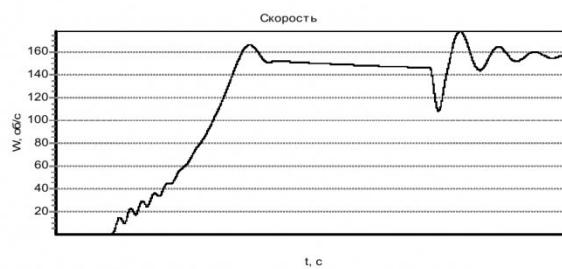


Рис. 9 - Скорость вращения ротора

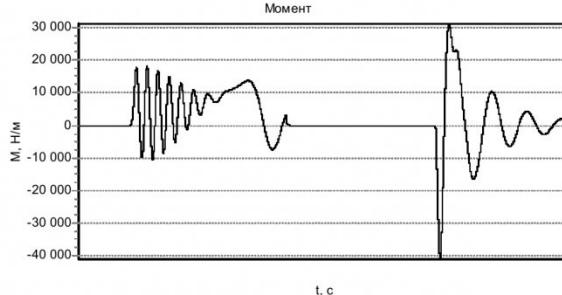


Рис. 10 - Момент двигателя

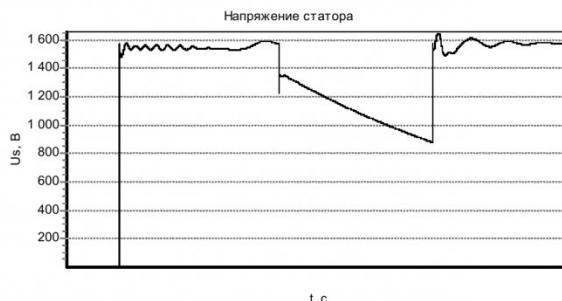


Рис. 11 . Напряжение на статоре асинхронного двигателя

динамики асинхронного двигателя, а также от расположения на кабельном участке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ещин Е.К. Моделирование электромеханических процессов многодвигательных электроприводов горных машин. – Кемерово: Кузбасский гос. техн. ун-т, 1999. – 115с.
2. И.С. Таев, Б.К. Буль, А.Г. Годжелло и др., Основы теории электрических аппаратов. Учеб. Для вузов. М.: Высш шк. 1987. – 352с.
3. Переходные процессы в электрических машинах и аппаратах и вопросы их проектирования: Учеб. пособие для вузов/ Гольдберг О.Д., Буль О.Б., Свириденко И.С., Хелемская С.П.; Под ред. О.Д. Гольдберга -М.: Высш. шк., 2001. 512с.: ил.
4. Программирование и применение ЭВМ в расчётах электрических аппаратов: Учеб. пособие для вузов по спец. «Электр. аппараты» / Никитенко А.Г., Гринченко В.П., Иванченко А.Н. - М.: Высш шк. 1990. – 231с.: ил.

Автор статьи:

Губенков
Александр Вячеславович
- аспирант каф. вычислительной
техники и информационных
технологий

УДК 622.271.4:621.879-83:178.1

В.Г. Каширских, А.Г. Анисимов

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Знание текущих значений параметров двигателей постоянного тока (ДПТ) в процессе их работы в составе электроприводов карьерных экскаваторов и буровых станков необходимо для создания современных систем управления, диагностики и защиты.

Параметры конкретных ДПТ (активные и индуктивные сопротивления, а также постоянные времени обмоток возбуждения и якоря) могут значительно отличаться от каталожных данных, которые являются усредненными для серии двигателей, а также могут изменяться после некоторых видов ремонта. Кроме того, значения параметров зависят от режимов нагружения и теплового состояния ДПТ. Непосредственное измерение значений параметров при работе ДПТ невозможно, поэтому целесообразно использование наблюдающих устройств. В качестве исходной математической модели ДПТ используем уравнения [1]:

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{в}} &= i_{\text{в}} R_{\text{в}} + L_{\text{в}} \frac{di_{\text{в}}}{dt}; \\ u_{\text{я}} &= i_{\text{я}} R_{\text{я}\Sigma} + L_{\text{я}\Sigma} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + k\Phi\omega, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $u_{\text{в}}$, $i_{\text{в}}$ – напряжение и ток обмотки возбуждения; $R_{\text{в}}$, $L_{\text{в}}$ – активное сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения; $u_{\text{я}}$, $i_{\text{я}}$ – напряжение и ток обмотки якоря; $R_{\text{я}\Sigma}$, $L_{\text{я}\Sigma}$ - суммарное активное сопротивление и индуктивность цепи якоря; k – конструктивный коэффициент; Φ – магнитный поток; ω – частота вращения якоря.

Преобразуем уравнения (1):

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{в}} &= \frac{1}{R_{\text{в}}} \left(u_{\text{в}} - L_{\text{в}} \frac{di_{\text{в}}}{dt} \right); \\ i_{\text{я}} &= \frac{1}{R_{\text{я}\Sigma}} \left(u_{\text{я}} - L_{\text{я}\Sigma} \frac{di_{\text{я}}}{dt} - k\Phi\omega \right) \end{aligned} \right\}$$

и запишем их в виде:

$$\left. \begin{aligned} i_{\text{в}} &= a_1 \cdot u_{\text{в}} - a_2 \cdot \frac{di_{\text{в}}}{dt}; \\ i_{\text{я}} &= a_3 \cdot u_{\text{я}} - a_4 \cdot \frac{di_{\text{я}}}{dt} - a_5 \cdot \omega, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $a_1 = \frac{1}{R_{\text{в}}}$; $a_2 = \frac{L_{\text{в}}}{R_{\text{в}}}$; $a_3 = \frac{1}{R_{\text{я}\Sigma}}$;
 $a_4 = \frac{L_{\text{я}\Sigma}}{R_{\text{я}\Sigma}}$; $a_5 = \frac{k\Phi}{R_{\text{я}\Sigma}}$.

Для применения метода наименьших квадратов представим уравнения (2) в матричной форме [2]:

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= X_1 \cdot A_1 + v_{\text{в}}; \\ Z_2 &= X_2 \cdot A_2 + v_{\text{я}}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где

$$Z_1 = i_{\text{в}}; Z_2 = i_{\text{я}};$$

$$X_1 = \left[\begin{matrix} u_{\text{в}} & -\frac{di_{\text{в}}}{dt} \end{matrix} \right]; X_2 = \left[\begin{matrix} u_{\text{я}} & -\frac{di_{\text{я}}}{dt} & -\omega \end{matrix} \right];$$