

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.21 +519.876.5

А.С.Сорокин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АСИММЕТРИЧНОЙ И СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМ MSMQ СО СЛУЧАЙНЫМ ОПРОСОМ

Введение. В работе рассмотрено исследование моделирования оценки характеристик с использованием языка PEPA. Полученные примеры при исследовании моделирования будут использоваться, чтобы показать методы упрощения модели. При исследовании рассматриваются и сравниваются различные системы: асимметричные и симметричные системы MSMQ со случным опросом. Они являются расширением традиционной системы опроса и обычно применяются к моделям, в которых множественные ресурсы разделены среди нескольких пользователей, возможно с различными требованиями [1-14]. Приведенные примеры включают локальные сети с многочисленными маркерами и сетями взаимосвязи мультишин в распределенных системах. Подобные системы были исследованы в [15-29].

Далее приводится подробная информация о каждой модели, указываются значения примененных параметров, и приводятся графики, показывающие изменение среднего времени ожидания в зависимости от изменения условий в данной системе.

1. Асимметричная система MSMQ со случным опросом. Рассмотрим асимметричную систему, в которой ёмкости узлов в системе отличаются.

В системе имеются три узла, один с ёмкостью 2, а два с ёмкостью 1. Случайный опрос в системе означает, что при переходе от узла сервер может перейти к любому узлу, даже к тому же самому узлу снова. Обслуживание ограничено, так как сервер, достигающий узла $Node_1$, когда он полон, мог бы перед переходом обслужить только одного представителя клиента. Однако, если второй сервер прибывает позже, в то время как первое обслуживание все еще происходит, то он может одновременно занять узел. Система может быть классифицирована как

$$M_i / M_i / M / (2,1,1) / Q \times S / L .$$

Обгон разрешен в том смысле, что сервер при достижении узла не находит клиента и будет переходить дальше.

Модель этой системы на языке PEPA приведена на рис. 1. Предполагаем, что $Node_1$ – узел

с характеристиками, которые отличают не только его большую ёмкость, но также и более скоростной ответ на вопросы сервера. Теперь эти вопросы представлены раздельно при проходе (*pass*) действий или при включении (*engage*).

Предполагаем, что найдется процесс, производящий места для каждого клиента в буфере для узла так, чтобы оценка прибытия, когда буфер пуст, была удвоенной оценкой прибытия, в случае, когда одно место в буфере уже занято.

В компоненте сервера S действие блуждания (*walk*) представлено тремя различными действиями, каждое с оценкой деятельности $\omega/3$, вероятность каждого из результатов есть $1/3$. S_j обозначает представитель сервера в узле $Node_j$, когда его можно включать (*engage*) или проходить (*pass*) в зависимости от того, есть ли требования у клиента по обслуживанию узла или нет.

На рис. 2 показана модифицированная версия узла $Node_1$. В этой второй версии предполагаем, что есть дефект в $Node_1$ такой, что не можем гарантировать, правильно ли ответит сервер, когда буфер полностью пуст или полностью полон. В случае, когда только одно место в буфере занято, то с вероятностью 0.5 он ответит, что как будто буфер был пуст. В случае, когда один клиент уже находится в обслуживании, но другое место в буфере также занято, он так же потерпит неудачу с вероятностью 0.5, разрешая второму серверу уйти без обеспечения обслуживания. Исследуем влияние этого дефекта на среднее время ожидания клиента в этом узле и в других узлах. Во всех узлах, когда сервер занят, оценка того, какое обслуживание происходит, определяется сервером.

В системе нет никакой кооперации ни между этими тремя узлами, ни между двумя серверами. Однако, действия $pass_j$, $engage_j$ и подача (*serve*) происходят при кооперации между узлом и сервером. Значения, которые были заданы для параметров, указаны в таблице 1. Модель системы, свободная от дефектов, имеет 368 состояний и 1570 переходов. Модель дефект-

$\begin{aligned} Node_{100} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, 2\lambda) Node_{110} + (pass_1, 2e) Node_{100} \\ Node_{110} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, \lambda) Node_{111} + (engage_1, 2e) Node_{120} \\ Node_{111} &\stackrel{\text{def}}{=} (engage_1, 2e) Node_{121} \\ Node_{120} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, \lambda) Node_{121} + (pass_1, 2e) Node_{120} + (serve, \perp) Node_{100} \\ Node_{120} &\stackrel{\text{def}}{=} (engage_1, 2e) Node_{122} + (serve, \perp) Node_{110} \\ Node_{122} &\stackrel{\text{def}}{=} (pass_1, 2e) Node_{122} + (serve, \perp) Node_{120} \\ Node_{j0} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, \lambda) Node_{j1} + (pass_j, e) Node_{j0} \quad j = 2, 3 \\ Node_{j1} &\stackrel{\text{def}}{=} (engage_j, e) Node_{j2} \\ Node_{j2} &\stackrel{\text{def}}{=} (serve, \perp) Node_{j0} + (pass_j, e) Node_{j2} \\ S &\stackrel{\text{def}}{=} (walk, \omega/3) S_1 + (walk, \omega/3) S_2 + (walk, \omega/3) S_3 \\ S_j &\stackrel{\text{def}}{=} (pass_j, \perp) S + (engage_j, \perp) (serve, \mu) S \quad 1 \leq j \leq 3 \\ MSMQff &= (Node_{100} \ Node_{20} \ Node_{30})_{(engage_j, pass_j, serve_j)} (S \ S) / \{pass_j, engage_j\}, \text{ для } 1 \leq j \leq 3 \end{aligned}$
<i>Рис. 1: Асимметричная модель MSMQ с отмеченным узлом Node₁</i>

$\begin{aligned} Node_{100} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, 2\lambda) Node_{110} + (pass_1, 2e) Node_{100} \\ Node_{110} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, \lambda) Node_{111} + (engage_1, e) Node_{120} + (pass_1, e) Node_{110} \\ Node_{111} &\stackrel{\text{def}}{=} (engage_1, 2e) Node_{121} \\ Node_{120} &\stackrel{\text{def}}{=} (in, \lambda) Node_{121} + (pass_1, 2e) Node_{120} + (serve, \perp) Node_{100} \\ Node_{121} &\stackrel{\text{def}}{=} (engage_1, e) Node_{122} + (pass_1, e) Node_{121} + (serve, \perp) Node_{110} \\ Node_{122} &\stackrel{\text{def}}{=} (pass_1, 2e) Node_{122} + (serve, \perp) Node_{120} \\ MSMQwf &= (Node_{100} \ Node_{20} \ Node_{30})_{(engage_j, pass_j, serve)} (S \ S) / \{pass_j, engage_j\}, \text{ для } 1 \leq j \leq 3 \end{aligned}$
<i>Рис. 2: Модифицированная версия модели с дефектным интерфейсом Node₁</i>

Таблица 1: Значения параметров для моделей MSMQff и MSMQwf

<i>in</i>	<i>pass_j</i> èèè <i>engage_j</i>	<i>serve</i>	<i>walk</i>
$\lambda \text{ èèè } 2\lambda$	$e \text{ èèè } 2e$	μ	ω
0.1	$e = 50$	1.0	3,6,9,12,15

ной системы имеет то же самое число переходов 1570, но 1618 состояний. Среднее время ожидания в каждом узле было вычислено с использованием закона о малом числе испытаний, в то время как для каждой из моделей среднее время блуждания было различно.

Результаты, показанные на рис. 3 и 4, были сравнены, для того чтобы оценить эффект дефектного соединения. Узлы *Node₂* и *Node₃* имеют те

же особенности, что только для узла *Node₂* указаны на графиках.

Математическая модель зависимости времени ожидания *W* клиента в системе без дефекта от оценки блуждания ω , представленная на рис. 3, будет иметь вид:

для узла *Node₁*

$$W = 2.0742995 \omega^{-0.9305069};$$

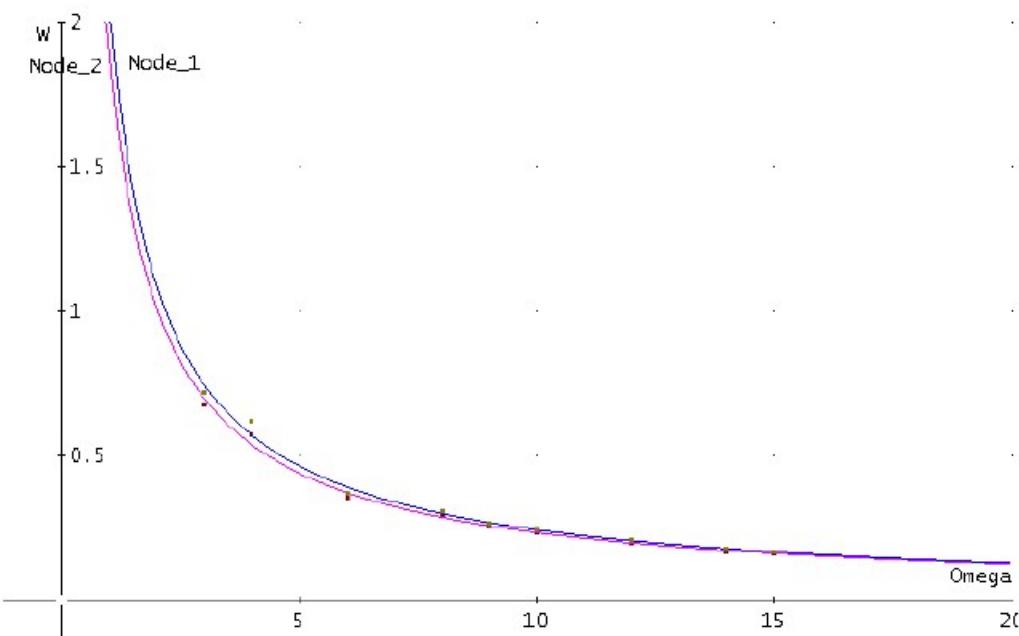


Рис. 3: Зависимость времени ожидания клиента в системе без дефекта от оценки блуждания.

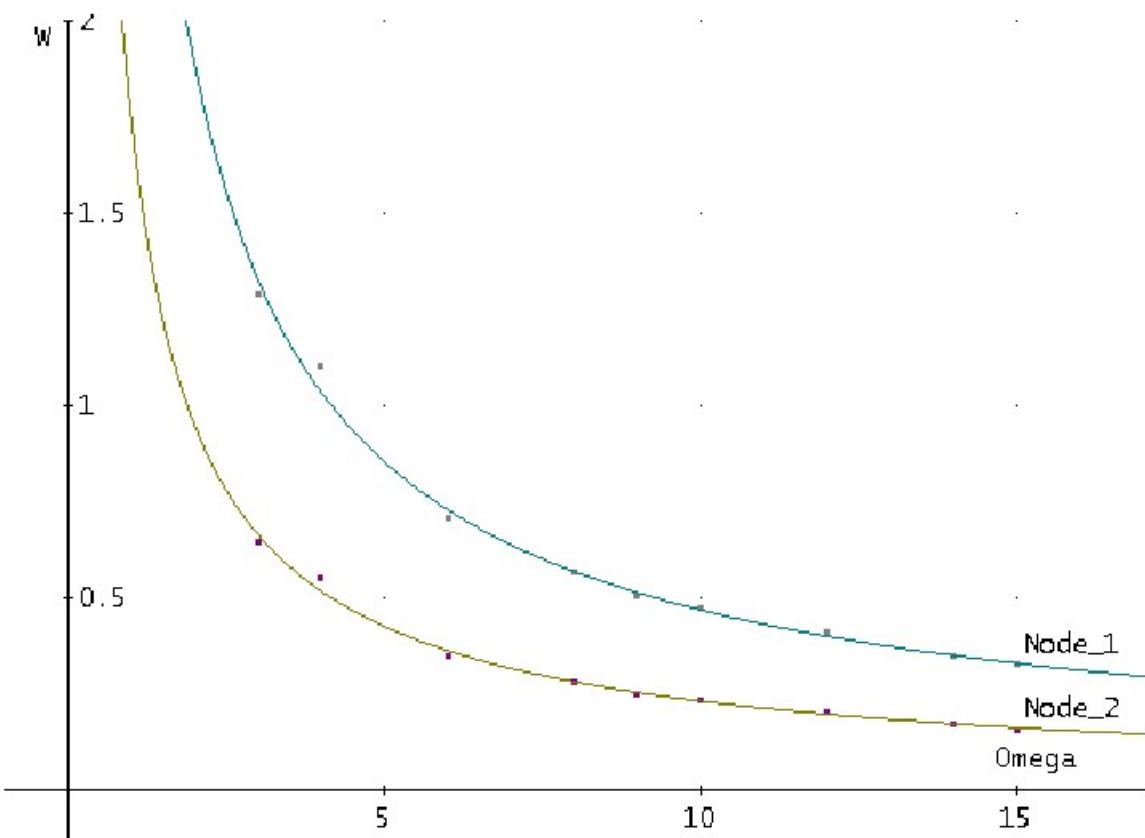


Рис. 4: Зависимость времени ожидания клиента в дефектной системе от оценки блуждания.

для узла $Node_2$

$$W = 1.90479 \omega^{-0.911348}.$$

Математическая модель зависимости времени ожидания клиента W в дефектной системе от оценки блуждания ω , представленная на рис. 4, будет иметь вид:

для узла $Node_1$

$$W = 3.4495 \omega^{-0.8666},$$

для узла $Node_2$

$$W = 1.7467 \omega^{-0.876569}.$$

В системе, свободной от дефекта, $MSMQff$ можно увидеть, что хотя предполагаемое время ожидания одинаково во всех узлах,

$$\begin{aligned}
 Node_{j0} &= \underset{\text{def}}{(in, \perp).Node_{j1} + (walk_E_j, e).Node_{j0}} \quad 1 \leq j \leq N \\
 Node_{j1} &= \underset{\text{def}}{(walk_F_j, e).Node_{j2}} \\
 Node_{j2} &= \underset{\text{def}}{(serve_j, \perp).Node_{j0} + (walk_E_j, e).Node_{j2}} \\
 Gen_{j0} &= \underset{\text{def}}{(accept, \lambda).(pack, p).Gen_{j1}} \\
 Gen_{j1} &= \underset{\text{def}}{(in, d).((serve_j, w_1 \perp).Gen_{j1} + (serve_j, w_2 \perp).Gen_{j0})} \\
 \text{где } w_1 &= M - 1, w_2 = 1 \quad (M - \text{номера} \text{ идентификаторов} \text{ пакетов}) \\
 Comp_j &= \underset{\text{def}}{Node_{j0} \xrightarrow[(in, serve_j)]{} Gen_{j0}} \\
 S_j &= \underset{\text{def}}{(walk_E_j, \omega).S_{j\oplus 1} + (walk_F_j, \omega).(serve_j, \mu).S_{j\oplus 1}}, \\
 &\text{где } j \oplus 1 = 1 \text{ для } j = N \\
 &\text{и } N = 3: \\
 System &= \underset{\text{def}}{(Comp_1 \parallel Comp_2 \parallel Comp_3) \xrightarrow[(walk_F_j, walk_E_j, serve_j)]{} (S_1 \parallel S_1) / L}, \quad \text{где } 1 \leq j \leq N \\
 L &= \{accept, pack, walk_E_j, walk_F_j\}
 \end{aligned}$$

Рис. 5: Модель PEPA расширенной системы MSMQ System

Таблица 2. Значения параметров для System

mean no. packets	accept	pack	in	walk_E и walk_F	serve
M	λ	p	d	$\min(e, \omega)$	μ
5-25	0.05	0.1	20	$\min(50, 10) = 10$	1.0

клиенты в узле $Node_1$ испытывают несколько более длинные задержки. Для всех узлов уменьшено среднее время ожидания, когда уменьшено ожидаемое среднее текущее время серверов. В случае дефектной системы $MSMQwf$ предполагаемое время ожидания клиентов в узле $Node_2$ или $Node_3$ при дефекте совсем не изменяется. Однако предполагаемое время ожидания клиентов в узле $Node_1$ значительно увеличивается, особенно, когда оценка деятельности блуждания является замедленной.

2. Симметричная система $MSMQ$ со случайным опросом с детальными узлами.

Последняя рассматриваемая модель показывает, что система $MSMQ$ обычно вложена в большую систему, и демонстрирует, как легко это смоделировать в модели на языке PEPA. В [21] автор выдвигает на первый план вложение модели опроса в глобальную модель.

Рассмотрена симметричная система $MSMQ$ с ёмкостью узла 1 и ограниченным обслуживанием, в которой разрешен обгон. Это можно классифицировать как $M/M/M/1/Q \times 1/L$ систему, подобную асимметричной модели, представленной в разделе 1, в случае $m=1$. Однако теперь также считается, что компоненты системы ответственны за генерирование клиентов, которые

достигают узлов. Предполагается, что каждый клиент - фактически пакет и часть сообщения. Для того, чтобы передать каждое сообщение, может быть необходимо несколько пакетов. Модель этой расширенной системы указана на рис.5.

Аспекты $MSMQ$ системы подобны моделям, представленным в предыдущем разделе. Однако отметим, что деятельность in теперь просто представляет поставку пакета с генератора на буфер. Оценка этой деятельности определена генератором.

Предполагается, что процесс прибытия описывается законом Пуассона, с оценкой λ , поступающей сообщения генератору о готовности их принять. Это представляется *принимающей* деятельностью (*accept*).

Каждое принятое сообщение разбито на пакеты (*pack*). Предполагается, что средняя длина сообщения - M пакетов. Пакеты поставляются в буфер по одному, с помощью *in* деятельности.

Когда закончилось обслуживание пакета, он будет заменен другим, пока все сообщение не будет отправлено. Тогда возобновляется процесс прибытия. Так как среднее число пакетов в сообщении - M , когда обслуживание пакета закончено, другой пакет уже доступен с вероятностью $M-1/M$. Таким образом, пассивная

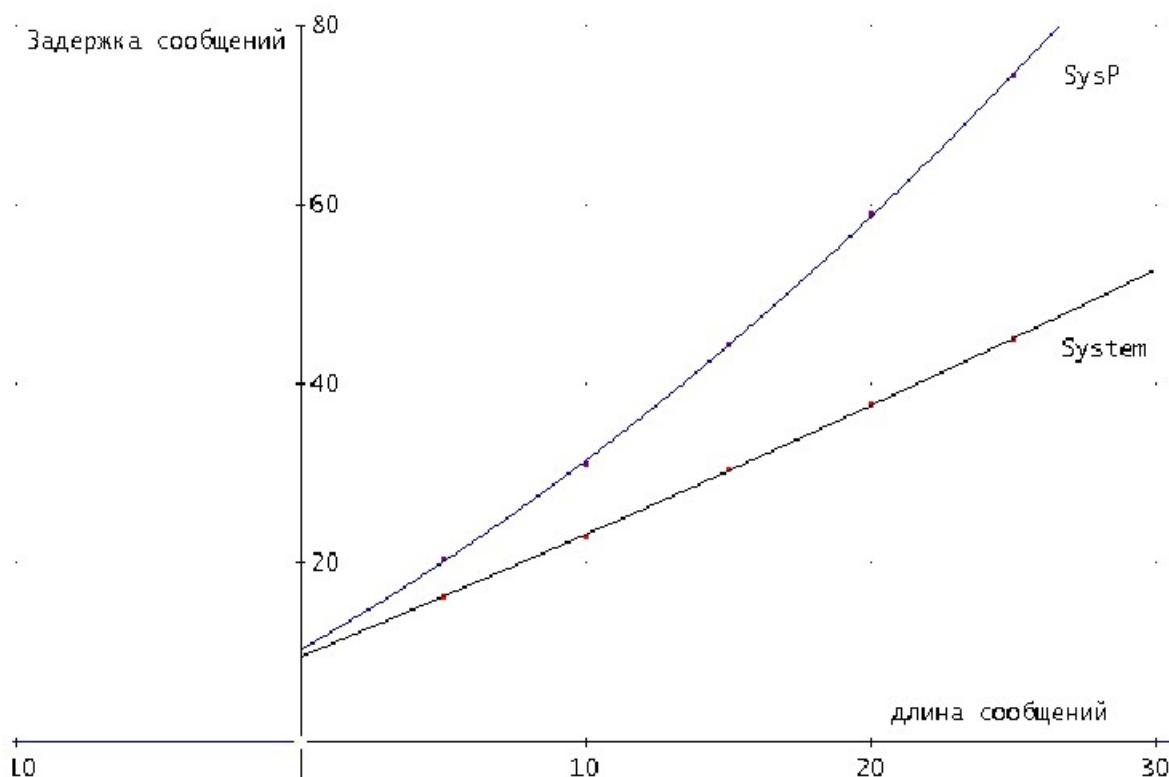


Рис. б: Зависимость среднего времени передачи сообщения от среднего числа пакетов в сообщении.

деятельность *подачи* (*serve*) с этим результатом имеет вес $M-1$, тогда новое сообщение с вероятностью $1/M$ должно быть обработано прежде, чем доступен другой пакет. Итак, вес деятельности *подачи*, которая возобновляет процесс прибытия, равен 1.

Теперь узлы системы представлены сложными компонентами *Comp_j*, кооперацией «генератора» *Gen_{j0}* и «узла», *Node_{j0}*. Эти компоненты должны кооперировать действия *in* и *serve_j*. Они объединены друг с другом как серверы. Действия блуждание *walk_E_j*, блуждание *walk_F_j*, *serve_j* требуют кооперации сервера и соответствующего соединения.

Это означает, что три компонента, *Gen_j*, *Node_j* и *S_j* должны кооперироваться так, чтобы была достигнута *serve_j* деятельность.

Модель имеет 888 состояний и 3858 переходов. Значения параметров указаны в таблице 5.

Поскольку система симметрична, особенности характеристики всех узлов одинаковы. Вместо среднего времени ожидания клиента, или пакета, в узле вычисляют среднее время передачи сообщения. Используем закон о малом числе испытаний, который сейчас применен к сложной паре узлов. Находим среднее число сообщений (*messages*) в узле N_m , отмечая, что найдется один представитель сообщения всякий раз, когда не разрешена принимающая (*accept*)

деятельность. Поэтому полагаем полную деятельность равной 1, найдем R_{accept} и выводим, что $N_m = 1 - R_{accept}$. Находим пропускную способность сообщения, X_m , полагая вероятность деятельности (*serve_j, accept*) равной $1/M \times \mu$ всякий раз, когда посланы все пакеты сообщения. Предполагаемое время передачи сообщения в системе T_m , тогда $T_m = N_m / X_m$.

Значение предполагаемого времени передачи, когда среднее число пакетов в сообщении M , изменяется в пределах от 5 до 30 (рис. 6.). Математическая модель зависимости времени передачи сообщения W от среднего числа пакетов в сообщении n , представленная на рис. 6, будет иметь вид:

для System

$$W = 0.0038n^2 + 1.325n + 9.533;$$

для SysP

$$W = 0.0305n^2 + 1.805n + 10.33.$$

Это сравнение с предполагаемым временем передачи сообщений той же самой длины в родственной модели опроса *SysP*

$$\begin{aligned} \text{def } SysP = & \left(Comp_1 \parallel Comp_2 \parallel Comp_3 \right)_{\langle walk_E_j, walk_F_j, serve_j \rangle} \times \\ & \times \langle S_1 \rangle / \{ accept, pack, walk_E_j, walk_F_j \} \end{aligned}$$

Заключение. Анализ результатов полученных на основе изучения асимметричной и симметричной систем (MSMQ) со случайнym опросом показывает практические преимущества создания мо-

делей по сравнению с простыми системами. Использование асимметричных и симметричных систем (MSMQ) со случайным опросом базируется на способности строго бигомотетичных компонент выполнять действия, приводящие к производным множествам. Эти производные множества в свою очередь сами строго бигомотетичны. Одним из методов упрощения модели могут быть отношения между строгим биподобием и основным марковским процессом. При упрощении модели находят компоненты, которые выполняют одинаковые действия. Для гарантии поведения компонент проверяют, действительно ли является тем же самым. С точки зрения алгебры процесса, если для одной компоненты найдется меньшее производное множество, то она может заменить другую компоненту в модели и привести к пространству состояний основного марковского процесса. Практическое применение данного подхода автоматического формирования модели с

помощью асимметричных и симметричных систем (MSMQ) со случайным опросом заключается в динамическом планировании задач в параллельных и распределенных приложениях. Подобные подходы важны в системах, где модель должна обновляться постоянно и динамически в зависимости от текущего состояния ресурсов. Такой подход к формированию PEPA-модели надежности основан на применении асимметричных и симметричных систем (MSMQ) со случайным опросом для смоделированных компонент системы. Так как строгое биподобие есть отношение соответствия для асимметричных и симметричных систем PEPA, то оно наиболее полно удовлетворяет условиям отношения строгого бимоделирования. Использование асимметричных и симметричных систем (MSMQ) со случайным опросом применено для упрощения пространства состояний одной из моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А.С. Парадигмы программирования и алгебра процесса моделирования характеристик. // Вестник. КузГТУ, 2011. № 4 (86). Кемерово, С. 77-82.
2. Сорокин А.С. Алгебра процесса моделирования характеристик. // Вестник. КузГТУ, 2011. № 5(87). Кемерово, С. 105-109.
3. Сорокин А.С. Модели симметричных систем опроса в теории организации очередей. // Вестник. КузГТУ., 2011. № 6(88). Кемерово, С. 66-71.
4. Сорокин А.С. Моделирования характеристик систем мультисервер-мультиочереди MSMQ. // Вестник. КузГТУ, 2012. № 1(89). Кемерово, С. 84-87.
5. Aldinucci M, Danelutto M. Algorithmic Skeletons Meeting Grids. // Parallel Computing, 32(7-8). 2006. p. 449-462.
6. Hillston J. A Compositional Approach to Performance Modelling. Cambridge University Press, 1996.
7. Сорокин А.С. Применение полумарковских процессов к определению характеристик надежности технологических схем. // Вестник. КузГТУ, 2005. № 1(45). Кемерово, С. 3 -9.
8. Сорокин А.С. Структурное моделирование надежности технологических систем с использованием скелетонов// Вестник. КузГТУ, 2008. № 4(68). Кемерово, С. 31-45.
9. Сорокин А.С. Математическое моделирование оценки надежности технологических систем// Вестник. КузГТУ, 2008. № 5(69). Кемерово, С. 28-37.
10. Сорокин А.С. Применение методов теории вероятностей к исследованию некоторых процессов производства// Труды 4-ой междунар. конф. Кибернетика и технологии XXI века. Воронеж, 2003. С. 312-323.
11. Сорокин А.С. Марковские процессы в теории надежности технологических систем гидродобычи угля// Вестник. КузГТУ, 2008. № 1(65). Кемерово, С. 61-69.
12. Коэн Дж., Боксма О. Границные задачи в теории массового обслуживания. М.: МИР, 1987.
13. Королюк В.С., Томусяк А.А. Описание функционирования резервированных систем посредством полумарковских процессов. //Кибернетика, вып.5, 1965.
14. Сорокин А.С. Системы линейных уравнений. Основные понятия анализа. Полумарковские процессы. (Гриф УМО). Изд. СибГИУ. Новокузнецк, 1998. – 151 с.
15. Marsan, M.A., Donatelli S., Neri F. GSPN Models of Markovian Multiserver Multiqueue Systems. // Performance Evaluation, 11, 1990.
16. Raith T. Performance Analysis of Multibus Interconnection Networks in Distributed Systems. // In M. Akiyama, editor, Teletraffic Issues in an Advanced Information Society ITC-11. Elsevier, 1985.
17. Morris R.J.T., Wang Y.T. Some Results for Multiqueue Systems with Multiple Cyclic Servers. In H. Rudin and W. Bux, editors, // Performance of Computer Communication Systems. Elsevier, 1984.
18. Kamal A.E., Hamacher V.C. Approximate Analysis of Non-exhaustive Multiserver Polling Systems with Applications to Local Area Networks. // Computer Networks and ISDN Systems, 17(1), 1989.
19. Yang Q., Ghosal D., Bhuyan L. Performance Analysis of Multiple Token Ring and Multiple Slotted Ring Networks. // In Proceedings of Computer Network Symposium, Washington DC, 1986.

20. Yuk T.I., Palais J.C. Analysis of Multichannel Token Ring Networks // In Proceedings of the International Conference on Communication Systems, 1988.
21. Takagi H. Queueing Analysis of Polling Models: An Update // In H. Takagi, editor, Stochastic Analysis of Computer and Communication Systems. IFIP/North Holland, 1990.
22. Choi H., Trivedi K.S. Approximate Performance Models of Polling Systems Using Stochastic Petri Nets // In Proceedings of INFOCOM' 92, 1992.
23. Ibe O.C., Trivedi K.S. Stochastic Petri Net Models of Polling Systems // IEEE Journal on Selected Areas of Communication, 8(9), 1990.
24. Grillo D. Polling Mechanism Models in Communication Systems - Some Application Examples // In H. Takagi, editor, Stochastic Analysis of Computer and Communication Systems. IFIP/North Holland, 1990.
25. Marsan M. A., Donatelli S., Neri F., Rubino U. On The Construction of Abstract GSPNs: An Exercise in Modelling. In J. Billington and W. Henderson, editors, Petri Nets and Performance Modelling // IEEE, December 1991.
26. Bunday B.D., Khorram E. The Efficiency of Uni-directionally Patrolled Machines with Two Robot Repairmen // European Journal of Operational Research, 39(1), 1989.
27. Kurkova I.A., Malyshev V.A. Martin boundary and elliptic curves // Markov Proc. Relat. Fields. 1998. V. 4. № 2. P. 203-272.
28. Kurkova I.A., Suhov Yu.M. Malyshev's theory and JS-queues. Asymptotics of stationary probabilities // Ann. Appl. Probab. 2003. V. 13. № 4. P. 1313-1354.
29. Malyshev V.A. Networks and dynamical systems // Adv. Appl. Prob. 1993. V. 25. P. 140-175.

□Автор статьи:

Сорокин
Андрей Семенович
- канд. физ.-мат. наук, доцент, ст.н.с.
(филиал КузГТУ, г. Новокузнецк)
Тел.: 8(3843) 772459