ЭКОНОМИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 330.115

Н.М. Ибрагимов, В.В. Карпенко, А.В. Федотов

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОСТАТКОВ НА СЧЕТАХ КОММЕРЧЕСКИХ БАНКОВ

Одной из актуальнейших задач управления банками и обеспечения их финансовой безопасности является оценка банковской ликвидности. Текущее управление активами и пассивами обычно связано с ресурсной базой, которая является неустойчивой по своей финансовой природе. Важнейшим ресурсным компонентом коммерческих банков являются расчетные счета и депозиты «до востребования», основная особенность которых - неопределенность момента поступления и списания средств из банка. Депозиты данного вида относятся к рискованным банковским ресурсам. Поэтому весьма актуальной становится задача моделирования динамики объемов, как на отдельных банковских счетах, так и в совокупности всего банковского ресурса данного вида.

Авторы предлагают методику прогнозирования динамики средств на банковских счетах с заданной достоверностью, основанную на методах эконометрического анализа и моделирования временного ряда. Такой подход позволяет существенно упростить процесс подготовки исходной информации для построения прогноза. Исходной информацией для методики служит временной ряд наблюдений за исследуемой величиной. Это могут быть, например, ежедневные остатки на расчётных счетах за период или депозиты физических лиц и т.п.

В статье дано описание сути разработанной методики и результаты апробации на одном из реальных временных рядов, который был использован при отработке методики. Авторы также сравнивали свою методику с некоторыми другими, использующимися для решения подобных задач. Приведено сравнение с известной классической моделью ARIMA (p,d,q).

Все расчёты при разработке методики и её практической апробации выполнялись в популярном пакете Microsoft Excel, что было обусловлено его большей гибкостью по сравнению со специализированными пакетами, предназначенными для статистических расчётов и анализа временных рядов.

1. Описание метода

В соответствии с классическим подходом выделяются три типа компонент, формирующих значения временного ряда:

- ***"долговременная"(тренд)***, формирующая общую тенденцию в изменении анализируемого ряда Y_t. Данный фактор будем описывать детерминированной функцией от времени $F_{mp}(t)$;
- ***"циклическая"***, которая описывает периодически повторяющиеся изменения ряда. Поскольку данная функция $\varphi(t)$ должна быть периодической, в ее аналитическом выражении участвуют гармоники (тригонометрические функции);
- ***"случайная"***, воздействие которой и обусловливает стохастическую природу элементов ряда. Обозначим ее ε_t.

Модель имеет вид:

$$Y_t = F_{mp}(t) + \varphi(t) + \varepsilon_t,$$

где Y_t – наблюдения за счетом в момент времени t,

$F_{mp}(t)$ – функция тренда

$\varphi(t)$ – циклическая функция,

ε_t – случайная компонента.

Для описания тренда обычно используются простые функции. Перечислим соответствующие им тренды:

1. **полиномиальный:**

$$Y(t) = \sum_{i=0}^{p} a_i t^i ,$$

с помощью которого хорошо интерполировать данный ряд, но для описания основной тенденции используются полиномы малых степеней, среди которых наиболее популярен линейный тренд, который интерпретируется как экономический процесс постоянного роста;

2. **экспоненциальный:**

$$Y(t) = a_0 e^{a_1 t},$$

описывающий процесс ускоренного роста;

3. **логистический:**

$$Y(t) = \frac{a_0}{1 + a_1 e^{-a_2 t}},$$

для описания процессов перехода с одного уровня экономического развития на другой .

Особое место занимает применение для описания тренда периодических функций (см. работы к.э.н. Г.Д. Ковалёвой, ИЭиОПП СО РАН):

Ситуации перехода с одного уровня экономического развития к другому (логистический тренд)

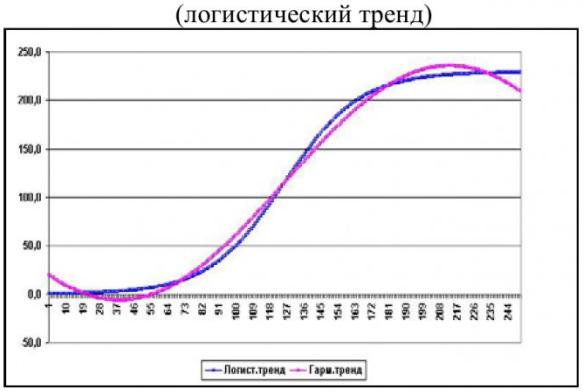

Рис. 1

Процессы ускоряющегося роста (экспоненциальный тренд)

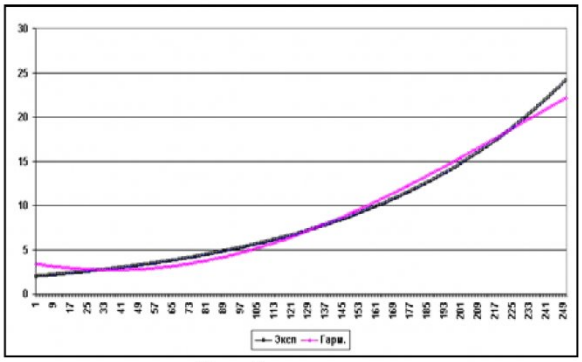

Рис. 2

Процессы, описываемые полиномом (полиномиальный тренд)

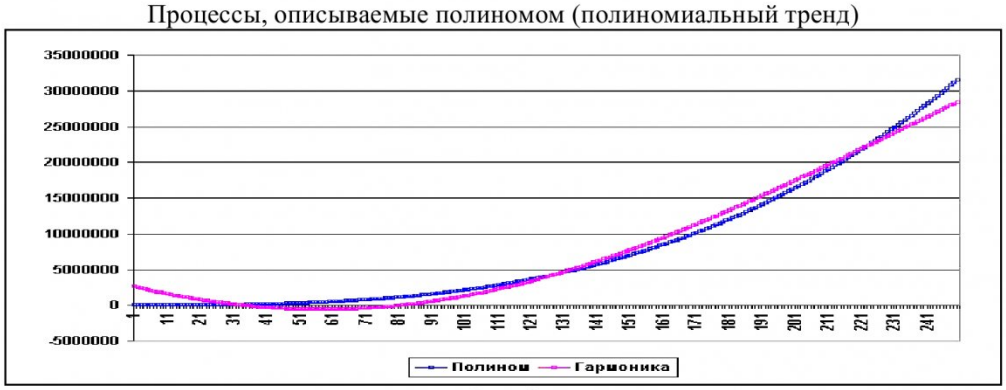

Рис. 3

4. **гармонический тренд,** описывающий процессы длинных экономических волн.

При использовании гармонического тренда для описания основной тенденции предполагается, что случайная величина, рассматриваемая на заданном промежутке времени, изменяется в соответствии с некоторым экономическим циклом (либо циклом другой природы), период которого превышает период наблюдения, и является его частью.

Для описания такого тренда используют формулу:

$$Y(t) = A_1 \sin(\frac{2\pi t}{P}) + A_2 \cos(\frac{2\pi t}{P}) + A_3,$$

где A_1, A_2, A_3 – некоторые постоянные,

P – период обращения полного цикла, больший T.

Вообще говоря, тренд данного типа не входит в число классических видов тренда, но его применение позволяет описать признаваемые экономической теорией "длинные экономические циклы", что, конечно, повышает качество прогноза и его интерпретации. Кроме того, к

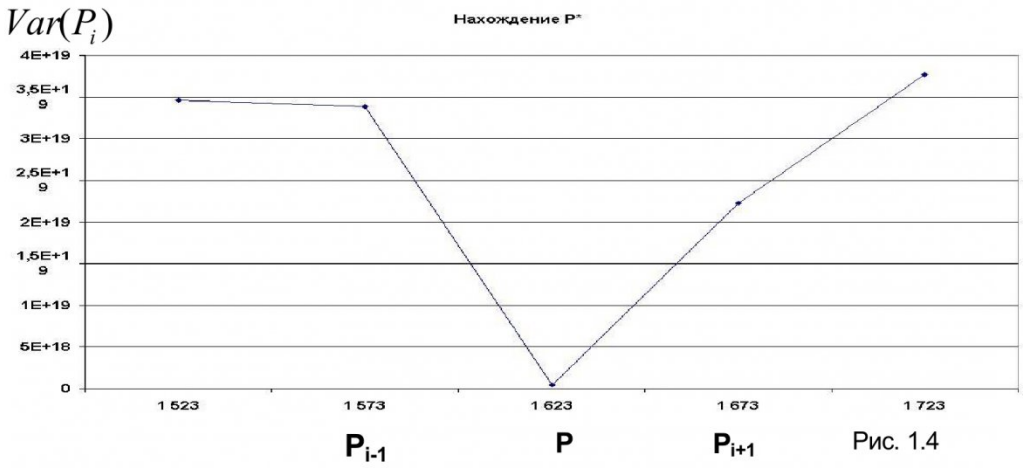

Рис. 1.4

Рис.4

достоинствам гармонического тренда следует отнести его универсальность. Так, при различных значениях параметра *P,* он может хорошо описывать все перечисленные выше процессы, что позволяет существенно упростить организацию расчетов, не теряя при этом их «качества».

Для оценки нелинейных параметров такого ряда предполагается использование простого метода перебора:

1. фиксируется P_i через определенные интервалы времени. Величина такого интервала зависит от предполагаемого периода цикла.

2. изменением параметров A_1, A_2, A_3 для каждого P_i добиваемся минимизации суммы остаточной дисперсии

$$Var(P_i) = \min_{A_1,A_2,A_3} (\sum_t (Y_t - Y(t,P_i))^2)$$

с необходимой точностью;

3. находим интервал $\lfloor P_{j-1}, P_{j+1} \rfloor$, в котором $Var(P) \underset{P_{j-1} \le P \le P_{j+1}}{\rightarrow} \min$, то есть интервал, в котором *Var(P)* предположительно имеет экстремум.

4. далее, если величина интервала нас не устраивает, возвращаемся к пункту 1., уменьшая шаг по *P*.

Таким образом конкретизируем *P* до необходимой точности (параметры A_1, A_2, A_3 вычисляются в пункте 2).

Выбор лучшего тренда

В качестве критерия выбора тренда используется критерий стационарности остатков $e_t = y_t - Y_{mp}(t)$, полученных после его удаления, что предполагает равенство нулю математического ожидания остатков $E(e_i)=0$.

Для проверки стационарности по среднему на графике зависимости абсолютных значений остатков от времени, как правило, достаточно использовать квадратичный тренд

$$e(t)=a_2t^2+a_1t+a_0,$$

для которого проверяется гипотеза о равенстве нулю коэффициентов данного тренда

$$H_0 : a_i = 0, i = 1,2.$$

Используется предназначенный специально для квадратичного тренда ***критерий Уайта (White)*** :

$$(TR^2) \sim \chi^2_{1-\alpha}(2p-2),$$

где коэффициент детерминации

$$R^2 = \frac{\sum_t (e_t - e(t))^2}{\sum_t (e_t - \bar{e})^2}.$$

Если остатки стационарны, то выбирается тот тренд, для которого критерий дает лучшие результаты.

Если же остатки не стационарны, то строится доверительный интервал для каждого тренда и выбирается тот тренд, после удаления которого ширина доверительного интервала для остатков будет минимальна.

Построение доверительных интервалов

Доверительный интервал строится по эмпирическому распределению остатков, что позволяет избежать обычно применяемой для процедуры идентификации распределения. Идентификация распределения является по существу аппроксимацией эмпирических данных и, как всякая аппроксимация, приводит к снижению получаемых результатов.

Итак, после выделения детерминированной составляющей и приведения остатков к стационарному виду мы имеем временной ряд $c_i=e_i / e(t)$ с постоянной дисперсией и нулевым средним.

Алгоритм построения доверительного интервала состоит в следующем.

1. Находим максимальный и минимальный элементы ряда

$$\max_{t=1\ldots T}(c_t) = c_{max}; \quad \min_{t=1\ldots T}(c_t) = c_{min}$$

2. Разбиваем интервал $D=\lfloor c_{\min}; c_{\max} \rfloor$ на k равных частей, называемых карманами.

Для выбора k будем использовать формулу Стерджесса:

$$k=1+3.332\ ln(T)$$

3. Считаем количество элементов ряда

$$N_i = \sum_{t=1}^{T} I(\frac{D(i-1)}{k} < c_t - c_{min} \le \frac{Di}{k})$$

где

$$I(x) = \begin{cases} 1, если_x = Истина \\ 0, если_x = Ложна \end{cases}$$

-индикатор попавших в каждый карман. Тем самым мы получим эмпирическую плотность распределения остатков.

4. Выбираем уровень доверия интервала $p=1-\alpha$.

5. Считаем процент попадания элементов ряда в интервал

$$\left[c_{\min}; c_{\min} + \frac{Di}{k} \right] : \ \alpha_i = 100\% * \sum_{j<i} (\frac{N_j}{T})$$

где i=1…k.

6. Находим индексы

$$i^* = index(\min_{i=1\ldots k} \left| \alpha_i - \frac{\alpha}{2} \right|),$$

$$i^{**} = index(\min_{i=1\ldots k} \left| 1 - \frac{\alpha}{2} - \alpha_i \right|),$$

которым соответствуют числа

$$a_{\min} = c_{\min} + \frac{Di^{*}}{k}\ ,\ a_{\max} = c_{\min} + \frac{Di^{**}}{k}$$

Эти числа будем называть выборочными квантилями.

7. Тогда доверительный интервал, для остатков, полученных после удаления $F_{mp}(t)$ имеет вид:

$$a_{\min}\mathrm{e(t)} \le e_{\mathrm{t}} \le a_{\max}\mathrm{e(t)}.$$

Итак, исследовав ширину доверительного интервала для каждого типа тренда на минимальность, выбираем оптимальный тренд, описывающий основную тенденцию максимально точно.

Выделение циклической компоненты

После удаления выбранного тренда и нормировки остатков, выделяем циклическую компоненту. Для этого используем разложение остатков по гармоническим составляющим в виде ряда Фурье:

$$c_t = \sum_{j=0}^{\left[\frac{T}{2}\right]} (\alpha_j \cos(\frac{2\pi jt}{T}) + \beta_j \sin(\frac{2\pi jt}{T})) = \sum_{j=0}^{\left[\frac{T}{2}\right]} \varphi_j\ ,$$

где

$$\alpha_k = \begin{cases} \frac{2}{T}\sum_{t=1}^{T} c_t \cos(\frac{2\pi kt}{T}), npu_k \neq 0, \frac{T}{2} \\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} c_t, npu_k = 0 \\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} (-1)^t c_t, npu_k = \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$\beta_k = \begin{cases} \frac{2}{T}\sum_{t=1}^{T} c_t \sin(\frac{2\pi kt}{T}), npu_k \neq 0, \frac{T}{2} \\ 0, npu_k = 0, \frac{T}{2} \end{cases}$$

Частота выбираемых гармоник определяется при исследовании графика периодограммы:

$$I_j = \frac{T}{2}(\alpha_j^2 + \beta_j^2),$$

Пусть J_0 – множество индексов гармоник, входящих в сезонную составляющую $J_0 = \varnothing$

1) Выбирается

$$j_0 = arg\max_{j \in J \setminus J_0}(I_j).$$

2) Вычитаем из ряда остатков одну гармонику $R_t = c_t - \varphi_{j_0}(t)$.

3) Используем критерий Goldfeld-Quandt проверки гипотезы однородности дисперсии до удаления гармоники и после ее удаления $H_0 : \sigma_{c_t}^2 = \sigma_{R_t}^2$, $t=1...T$:

Если

$$\frac{RSS_0}{RSS_1} > F(T-p, T-p),$$

то $J_0 := J_0 + \{j_0\}$, $c_t := c_t - \varphi_{j_0}(t)$ и возвращаемся в пункт 1).

Если $\frac{RSS_0}{RSS_1} \le F(T-p, T-p)$, то $\varphi(t) = \sum_{j \in J_0} \varphi_j(t)$ - гармоническая компонента

(здесь $RSS_0 = \sum_{t=1}^{T} (c_t)^2$, $RSS_1 = \sum_{t=1}^{T} (c_t - \varphi_{j_0}(t))^2$).

Итак, получили итоговую модель

$$\mathrm{Y_t} = \mathrm{F_{тр}(t)} + (\sum_{j \in J_0} \varphi_j(t) + \varepsilon_t^{стац}) e(t).$$

2. *Практическая реализация методики*

В качестве примера применения описанной методики исследуем ряд ежедневных наблюдений

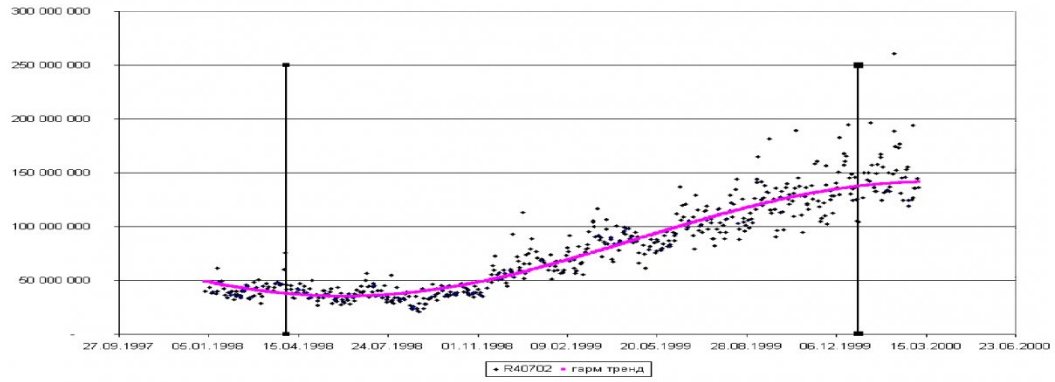

Рис. 5

	Koof		Std.Error	t-statistic	P-value
для гармонического тренда	b_0	4 225 700	1 229 548	3,436792470240350000	0,00064
	b_1	17 890	12 760	1,40	0,16
	b_2	22	28	0,80	0,43

за расчетным счетом 40702 «Счета коммерческих предприятий и организаций» одного из коммерческих банков г. Новосибирск за период с 01.01.1998 по 07.03.2000 г. Всего 548 наблюдений. Для возможности прогноза и проверки адекватности к входным данным модели, построенной по методике, отсечем хвосты нашей выборки: 60 начальных наблюдений и 44 наблюдения с конца. Оставшийся ряд из 444 наблюдений примем в качестве базового. Именно для него и будем строить нашу модель.

Первый этап построения модели - идентификация параметров гармонического тренда.

Для гармонического тренда оптимальный период P^*=1309, при этом функционал $Var(P^*)$ минимален при A_1^* = -11728403, A_2^* = 51700979, A_3^* = 88244594.

График уравнения гармонического тренда

$$Y(t) = A_1^* \sin(\frac{2\pi t}{P^*}) + A_2^* \cos(\frac{2\pi t}{P^*}) + A_3^*$$

см. рис.5.

Стационарность остатков предполагает независимость от времени показателя

$$E(e_t) = 0.$$

Можно видеть, что остатки нестационарны. Поэтому строим доверительные интервалы для остатков, полученных после удаления тренда. Тогда критерием выбора будем считать минимальную ширину доверительного интервала.

Для построения доверительного интервала перейдем к рассмотрению нормированных (стандартизованных) остатков:

$$c_t = \frac{e_t}{e(t)},$$

где $e(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$ для всех $t=1,\ldots,T$, что приводит к однородности дисперсии для полученных стандартизованных остатков.

Для построения доверительного интервала выполняем действия.

1. Найдем максимальный и минимальный элементы этого ряда

$$\max_{t=1\ldots T}(c_t) = c_{max} = 6{,}77 \ ,$$

$$\min_{t=1\ldots T}(c_t) = c_{min} = -2{,}91 .$$

2. Далее, разобьем интервал D=[-2,91; 6,77] на $k=1+3.322*\ln(444) \approx 21$ (по формуле Стерджесса) равных частей, называемых карманами.

3. Считаем количество элементов ряда

$$N_i = \sum_{t=1}^{T} I(\frac{D(i-1)}{100} < c_t + 2{,}91 \le \frac{Di}{100}),$$

где

$$I(x) = \begin{cases} 1, если_x = Истина \\ 0, если_x = Ложна \end{cases}$$

-индикатор попавших в каждый карман. Получаем эмпирическую плотность распределения остатков, график которой см. рис.6.

4. Выбираем уровень доверия интервала p=95%. Тогда вероятность ошибки α=5%.

5. Считаем процент попадания элементов ряда в каждый интервал $\left[-2{,}91; -2{,}91+\frac{9{,}68}{100}i\right]$:

$$\alpha_i = 100\% * \sum_{j<i} (\frac{N_j}{444}), \ i=1\ldots k.$$

6. Находим индексы

$$\left\{ \begin{array}{l} i^* = index(\min\limits_{i=1\ldots k} \left|\alpha_i - \frac{0.05}{2}\right|) = \\ \quad = index(\left|\alpha_2 - \frac{0.05}{2}\right|) = 2 \\ i^{**} = index(\min\limits_{i=1\ldots k} \left|1 - \frac{0.05}{2} - \alpha_i\right|) = \\ \quad = index(\left|1 - \frac{0.05}{2} - \alpha_{14}\right|) = 14 \end{array} \right\}$$

где α_2= 1,6% и α_{14}=98%, т.е. расчетный уровень доверия 96,4% , которым соответствуют выборочные квантили

$$a_{min} = -2{,}91 + \frac{9{,}68 \cdot 2}{21} = -1{,}99 \ ,$$

$$a_{max} = -2{,}91 + \frac{9{,}68 \cdot 14}{21} = 3{,}54 .$$

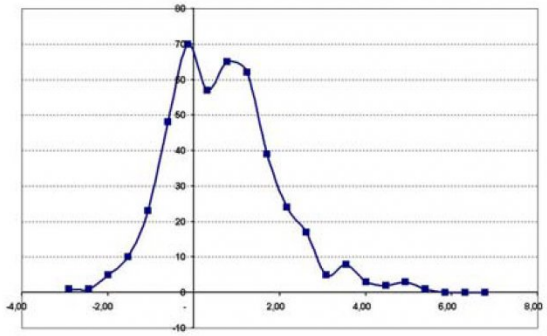

Рис. 6а (k=21)

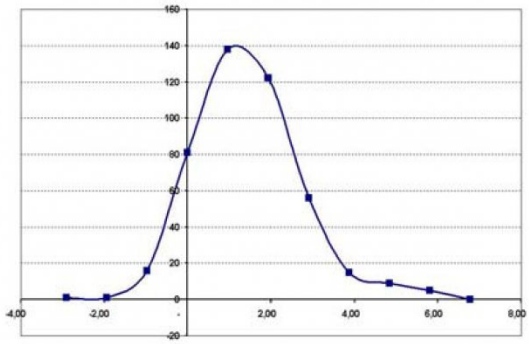

Рис. 6б (k=10)

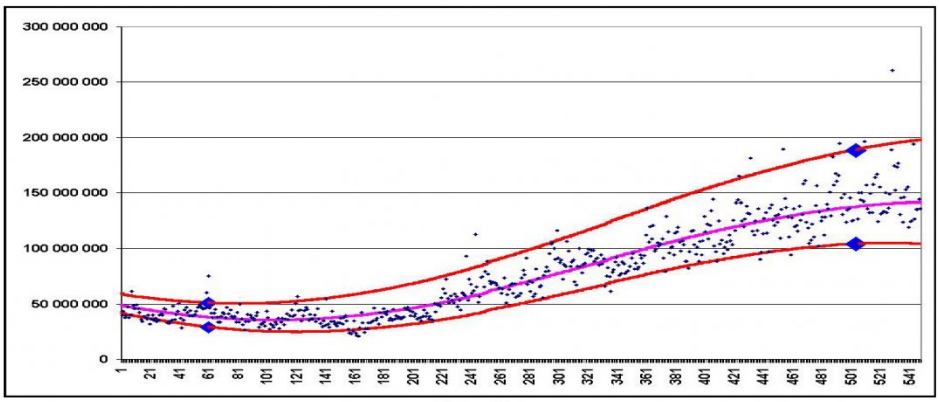

Рис. 7

Тогда доверительный интервал имеет вид:

$$Y(t)+a_{min}e(t)\le Y_t \le Y(t)+a_{max}e(t).$$

где

$$Y(t)=A_1^*\sin(\frac{2\pi t}{P^*})+A_2^*\cos(\frac{2\pi t}{P^*})+A_3^*$$

- уравнение гармонического тренда с P^*=1309, A_1^* = -11728403, A_2^* = 51700979, A_3^* = 88244594;

$e(t)=b_0+b_1t+b_2t^2$ - нормирующая кривая с коэффициентами b_0=*4 225 700*,b_1=*17 890*, b_2=*22*; a_{min}=*-1,99* и a_{max}=*3,54*;

Так как дисперсия *e(t)* является монотонно возрастающей функцией с течением времени, то максимальную ширину доверительный интервал имеет в конце периода наблюдений при *t=T*. Поэтому для проверки критерия фиксируем данную ширину: $\Delta_{гарм}$= 82 397 762.

Аналогичные расчёты проделаны и для других типов трендов – полиномиального, экспоненциального, логистического. Результаты построения доверительных интервалов для перечисленных типов тренда выглядят следующим образом:

Таблица 1

Тренды	a_{min}	a_{max}	Δ
Линейный	-1,99	3,59	93 250 387
Логистический	-2,09	3,98	99 282 776
Экспоненциальный	-1,9	3,33	91 678 793
Гармонический	-1,99	3,54	91 305 386

В данном примере гармонический тренд наилучшим образом описывает основную тенденцию ряда наблюдений над остатками на счете 40702, что подтверждает «хорошие» свойства гармонического тренда.

Итак, после идентификации тренда мы получили стационарные остатки c_t. Для выделения циклической компоненты будем использовать разложение остатков по гармоническим составляющим в виде ряда Фурье:

$$c_t=\sum_{j=0}^{[\frac{T}{2}]}(\alpha_j\cos(\frac{2\pi jt}{T})+\beta_j\sin(\frac{2\pi jt}{T}))=\sum_{j=0}^{[\frac{T}{2}]}\varphi_j,$$

где

$$\alpha_k=\begin{cases}\frac{2}{T}\sum_{t=1}^{T}c_t\cos(\frac{2\pi kt}{T}), при_k\ne 0,\frac{T}{2}\\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}c_t, при_k=0\\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(-1)^t c_t, при_k=\frac{T}{2}\end{cases}$$

$$\beta_k=\begin{cases}\frac{2}{T}\sum_{t=1}^{T}c_t\sin(\frac{2\pi kt}{T}), при_k\ne 0,\frac{T}{2}\\ 0, при_k=0,\frac{T}{2}\end{cases}$$

Частота выбираемых гармоник определяется при исследовании функции периодограммы:

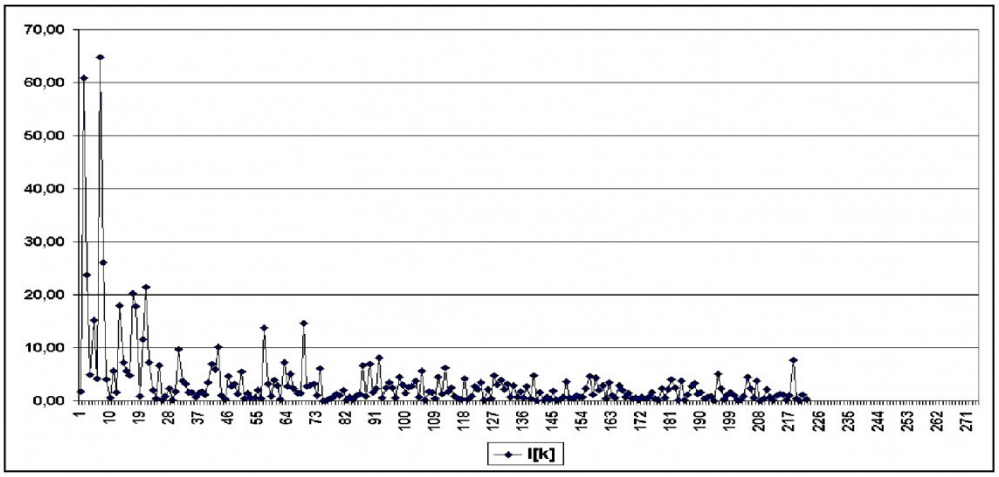

Рис. 8

$$I_j = \frac{T}{2}(\alpha_j^2 + \beta_j^2)\cdot$$

На графике (рис.8) выделяются два всплеска периодограммы, которым соответствуют частоты j=7, j=2для периодов 3 мес., ≈12 мес. Заметим, что хотя именно с такой периодичностью происходят расчеты с налоговыми органами, применяемые методы не позволяют достоверно устанавливать причину, лежащую в основе цикла.

Для формальности проверим результаты работы алгоритма выделения основных гармоник для циклической составляющей.

Пусть J_0 – множество индексов основных гармоник. На начальном этапе $J_0=\varnothing$.

1. Выбираем частоту максимальной точки периодограммы

$$j_0 = \underset{j\in J\setminus J_0}{arg\max}(I_j) = \arg(I_7) = 7;$$

2. Вычитаем из ряда остатков одну гармонику

$$R_t = c_t - (\alpha_7 \cos(\frac{2\pi * 7t}{444}) + \beta_7 \sin(\frac{2\pi * 7t}{444}))$$

где α_7=-0,048 и β_7=0,065 для всех t=1…444;

3. Из критерия Goldfeld-Quandt найдем

$$RSS_0 = \sum_{t=1}^{T}(c_t)^2 = 1{,}69 \;;$$

$$RSS_1 = \sum_{t=1}^{T}(c_t - \varphi_7(t))^2 = 1{,}54$$

Тогда

$$\frac{RSS_0}{RSS_1} = 1{,}0953 > F(444-4,444-4) = 1{,}0836.$$

Следовательно, гипотеза $H_0 : \sigma_e^2 = \sigma_R^2$ однородности дисперсий остатков до удаления гармоники и после ее удаления отклоняется, то есть гармоника существенно уменьшила дисперсию остатков.

Поэтому присваиваем

$$J_0 := J_0 + \{7\},\ c_t := c_t - \varphi_7(t)$$

и возвращаемся в пункт 1 для рассмотрения следующей гармоники. Данную процедуру выполняем до тех пор, пока не примем гипотезу $H_0 : \sigma_e^2 = \sigma_R^2$, то есть пока неравенство

$$\frac{RSS_0}{RSS_1} \le F(T-p, T-p)$$

не будет справедливо.

Данный критерий останова выполняется на третьей рассматриваемой гармонике, когда J_0={7,2} и

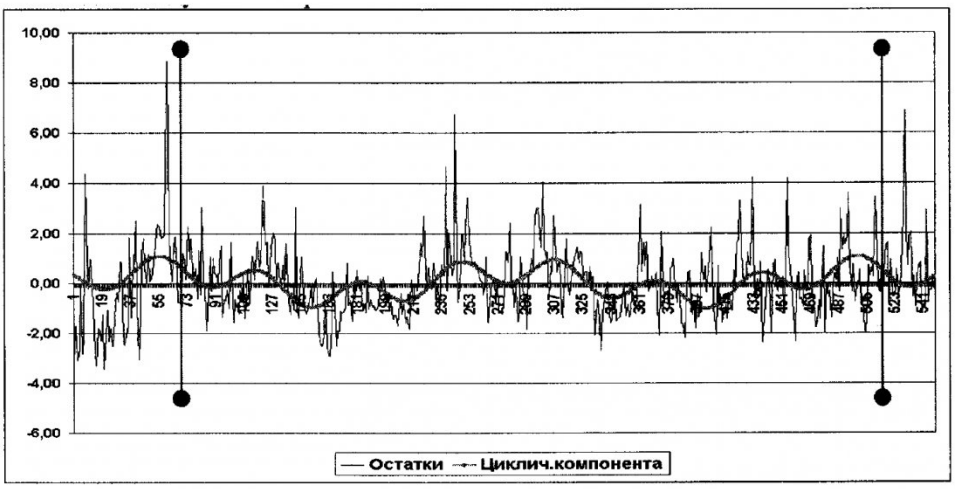

Рис. 9

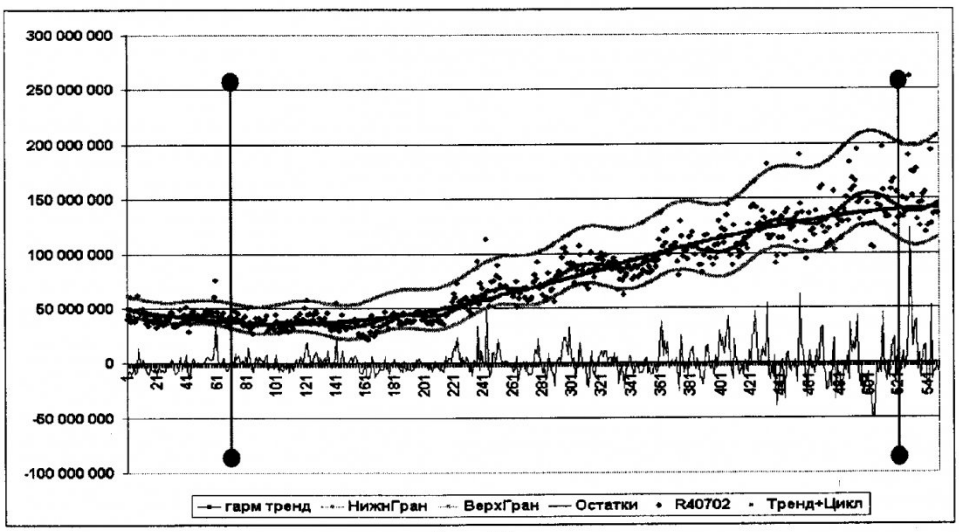

Рис. 10

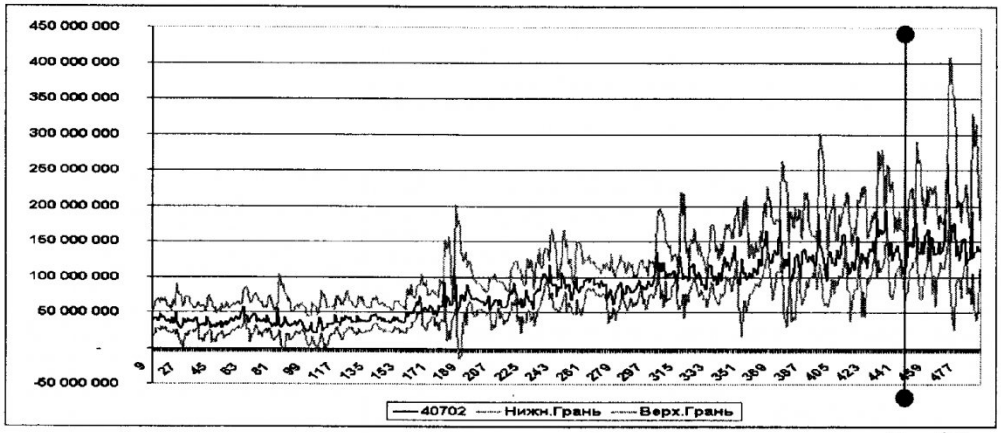

Рис. 11

$$\frac{RSS_0}{RSS_1} = 1{,}0428 \le F(440,440) = 1{,}0836 \cdot$$

Таким образом,

$$\varphi(t) = \sum_{j\in\{7,2\}} \varphi_j(t)$$

- искомая выделяемая циклическая составляющая нормированных остатков, график которой представлен на рис.9. Чтобы перейти от нормированных остатков к нестационарным, полученным после удаления тренда, домножим c_t на нестационарную компоненту *e(t)*:

$$e_t = c_t e(t) = (\sum_{j\in J_0} \varphi_j(t) + \varepsilon_t^{стац})e(t) =$$

$$= \sum_{j\in J_0} \varphi_j(t)e(t) + \varepsilon_t^{стац} e(t),$$

где первое слагаемое правой части – это нестационарная циклическая составляющая $\varphi(t)$, а второе слагаемое – остаток ε_t искомой модели.

Результаты применения построенной модели

Итак, все компоненты модели

$$Y_t = F_{mp}(t) + \varphi(t) + \varepsilon_t$$

найдены. После построения доверительного интервала для $\varepsilon_t = \varepsilon_t^{стац} e(t)$ графически данную модель можно представить в виде рис.10.

Теперь с помощью построенной модели можно приступать к выполнению основной задачи - к построению прогноза будущих значений остатков на счете 40702.

На рис.10 можно увидеть результат такого прогноза для хвостов нашей выборки (первые 60 и последние 44 наблюдения) при базовом периоде 444 наблюдений. В итоге 98% точек конечного периода и 80% начального периода попадает в доверительный интервал, построенный для базового периода, с уровнем доверия 95%.

Таким образом, апробация методики показала, что построенная модель позволяет получить достаточно качественный интервальный прогноз.

3.Сравнение с методом прогнозирования по модели ARIMA (p, d, q)

Сравним результаты, полученные с помощью построенных моделей по данной методике и классически используемых методов анализа временных рядов. Поскольку не существует универсаль-

Таблица 2

Регрессия с GARCH-процессом в ошибке
Зависимая переменная: до_востр-до_востр[-1]
Количество наблюдений: 441

	Переменная	Коэффициент	Станд. ошибка	t-статистика	Знач.
1	Константа	433459.62623	537042.80014	0.8071230563	[0.4200]
2	до_востр[-1]-до_востр[-2]	-0.4564982185	0.0643584641	-7.0930564462	[0.0000]
3	до_востр[-2]-до_востр[-3]	-0.3772660253	0.0642429853	-5.8724859002	[0.0000]
4	%omega	4.315018E+13	8.991942E+12	4.7987603906	[0.0000]
5	%gamma1	0.3523873047	0.1123486894	3.1365502055	[0.0018]
6	%gamma2	0.1646266275	0.0912317935	1.8044874614	[0.0719]
7	%gamma3	0.4452972515	0.1272897136	3.4982972218	[0.0005]
8	%h1	1.414061E+14	8.481862E+13	1.6671590907	[0.0962]
9	%h2	1.428625E+14	8.569219E+13	1.6671591372	[0.0962]
10	%h3	1.438304E+14	8.627279E+13	1.6671583477	[0.0962]

R^2adj. = 15.51934897% DW = 2.0894
R^2 = 15.903351929% S.E. = 12768445.566
Сумма квадратов остатков: 7.140854E+16
Максимум логарифмической функции правдоподобия: -7794.8759029
AIC = 35.396262598 BIC = 35.488984704
Значимость GARCH-эффекта (LR): Chi^2(3) = 82.80413 [0.0000]
Нормальность: Chi^2(2) = 152.2245 [0.0000]
Гетероскедастичность: Chi^2(1) = 0.158853 [0.6902]
ARCH(1) в ошибке: Chi^2(1) = 0.002723 [0.9584]

но предпочтительных методов прогнозирования, то будем использовать ARIMA-модели, которые охватывают достаточно широкий спектр временных рядов, а небольшие модификации этих моделей позволяют весьма точно описывать и временные ряды с сезонностью. Поэтому в качестве сравнительной модели возьмем модель типа:

$$Y_t = ARIMA(p,d,q) + GARCH(a,b), \quad (*)$$

где первое слагаемое правой части описывается уравнением:

$$\begin{cases} \Delta^d Y_t = c_0 + \sum_{i=0}^{p} c_i \Delta^d Y_{t-i} + \sum_{t=0}^{q} w_j \varepsilon_{t-j} \\ \Delta^d Y_t = \Delta^{d-1} Y_t - \Delta^{d-1} Y_{t-1} \end{cases}$$

- второе слагаемое служит для описания не стационарной дисперсии остатков, полученных после применения ARIMA-модели, с помощью уравнения:

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \sigma_t \xi_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{a} \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{b} \delta_j \sigma_{t-j}^2 \end{cases}.$$

Оценка параметров данной модели произведена при помощи специализированного пакета эконометрического анализа временных рядов «Matrixer» (автор и разработчик к.э.н. А.А. Цыплаков).

Не останавливаясь на подборе параметров $p=2,\ d=1,\ q=0,\ a=3,\ b=3$ модели (*), результаты оценки коэффициентов данной модели приведем в табл. 2.

Таким образом, сравнительная модель имеет вид:

$$Y_t = Y_{t-1} + c_0 + c_1 \Delta Y_{t-1} + c_2 \Delta Y_{t-2} + \\ + \xi_t \sqrt{\omega + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_3 \varepsilon_{t-3}^2}, \quad (**),$$

где c_0= 433459.62623, c_1= -0.45649, c_2= -0.3772 - коэффициенты ARIMA(2,1,0)-модели;

ω=4.315018E+13, γ_1=0.3523, γ_2=0.1646, γ_3= 0.4452- коэффициенты GARCH(3,0);

Для $\varepsilon_t = Y_t - ARIMA(2,1,0)$ строим доверительный интервал описанным ранее способом, где в качестве оценки дисперсии $e(t)$ используем уравнение GARCH(3,0)-модели для $\sigma(t)$.

Тогда, если

$$\varepsilon_t = \xi_t \sigma(t) = \\ = \xi_t \sqrt{\omega + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_3 \varepsilon_{t-3}^2},$$

то перейдем к стационарным остаткам

$$\xi_t = \frac{\varepsilon_t}{\sigma(t)}.$$

Тогда доверительный интервал принимает вид:

$$\begin{cases} Y(t) + a_{\min}\sigma(t) \le Y_t \le Y(t) + a_{\max}\sigma(t). \\ Y(t) = Y_{t-1} + c_0 + c_1 \Delta Y_{t-1} + c_2 \Delta Y \\ \sigma(t) = \sqrt{\omega + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \gamma_3 \varepsilon_{t-3}^2} \end{cases}$$

где a_{min} = -1.76; a_{max} = 2.82; остальные коэффициенты из уравнения (**).

Итоговый график изображен на рис. 11

Итак, сравним прогнозные значения, полученные по данной модели (назовем ее Модель №1) и модели, построенной по нашей методике (Модель №2), с известными значениями исходного ряда. Результаты сравнения оформим в виде табл.3:

Можно сделать вывод, что разработанная методика позволила построить модель, описывающую динамику депозитов на банковском счете 40702 «Счета коммерческих предприятий и организаций», существенно точнее и экономичнее, чем модель, построенная классическими методами.

Таблица 3

Модель	*Число параметров*	*Число непопаданий в ДИ*	*% непопаданий в ДИ*	*Средняя ширина ДИ*
№1	7	4	9,1%	133 439 832
№2	8	1	2,3%	89 317 577

(здесь ДИ=Доверительный интервал)

Заключение

Таким образом, разработанная методика позволяет получить достаточно приемлемый прогноз остатков на банковских счетах определённого типа – "расчётные счета", депозиты "до востребования" и т.п. – для которых характерна неопределённость их изменения.

Приведенная в работе методика построения модели на примере расчетного счета 40702 коммерческих организаций хорошо иллюстрирует те возможности, которые могут быть реализованы посредством использования эконометрических методов в банковском деле. И предлагаемая методика, по мнению авторов, в ряде случаев может конкурировать с известными подходами.

Авторы предполагают дальнейшее развитие методики, прежде всего, в направлении более точного описания динамики дисперсии ряда и доверительного интервала для прогноза.

□ Авторы статьи:

Ибрагимов Наимжон Мулабоевич - старший преподаватель ЭФ НГУ, научн. сотр. Института Экономики и ОПП СО РАН (г. Новосибирск)

Карпенко Валерий Владимирович - старший преподаватель ЭФ НГУ, научн. сотр. Института Экономики и ОПП СО РАН (г. Новосибирск)

Федотов А.В. -выпускник МФ НГУ (г. Новосибирск)