

УДК 534.84

В. А. Старовойтов

УПРАВЛЕНИЕ ДИФФУЗИОННЫМ ФРОНТОМ ФЕРРОЧАСТИЦ ГЕТЕРОГЕННЫХ ЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМ

Взаимодействие магнитного поля с намагничивающимися жидкостями, в качестве которых рассматриваются широко распространенные в промышленных производствах гетерогенные системы «пара- или ферромагнитный мелкодисперсный зернистый материал – вязкая жидкость», предполагает наличие ряда специальных эффектов, в том числе и гидродинамических неустойчивостей [1].

Реальная возможность управления с помощью магнитного поля конфигурацией свободной поверхности таких систем ставит вопрос о практическом использовании этих явлений для интенсификации массообменных процессов в различных областях промышленности. В ряде случаев представляет интерес и возможность интенсификации процессов массообмена магнитных и немагнитных компонентов за счет гидродинамических неустойчивостей.

В настоящей работе теоретически рассматривается модельный пример подобной ситуации – гидродинамическая неустойчивость горизонтального диффузного фронта феррочастиц в вертикальном магнитном поле – и даются некоторые качественные особенности явления.

Математическая модель и ряд количественных соотношений изложены в первой части. Качественная экспериментальная иллюстрация явления для диффузного фронта феррочастиц в прозрачной кювете дана во второй части.

1. Диффузионный фронт, поперечный оси z представляется в виде плоского слоя толщиной 2ℓ с постоянным градиентом концентрации феррочастиц. В невозможном состоянии области пространство $z > \ell$ или $z < -\ell$ имеют постоянные концентрации феррочастиц n_{10} и n_{30} . При рассмотрении гидродинамической неустойчивости диффузионного фронта феррочастиц поверхности разрыва градиента их концентрации рассматриваются как свободные и на них ставятся обычные условия непрерывности тангенциальных и нормальных компонент скорости и напряжений. Диффузией феррочастиц на стадии развития гидродинамической неустойчивости пренебрегаем, собственное магнитное поле феррочастиц рассматривается в первом, исчезающем приближении. Плотности системы зависят от концентрации феррофазы, а вязкость предполагается от концентрации не зависящей.

В настоящей работе ограничиваемся рассмотрением четных возмущений, когда уравнения свободных границ поверхностей разрыва градиента концентрации частиц в возмущенном состоянии

имеет вид $z = \ell + \zeta(y)$ и $z = -\ell + \zeta(y)$.

В этом случае система уравнений возмущенных величин при рассмотрении гидродинамической неустойчивости диффузионного фронта в предположении двухмерности движения $\mathbf{v} = (0, v_y(y, z), v_z(y, z))$ может быть записана в следующем виде:

i – индекс области, индексы 1 и 3 соответствуют областям постоянной концентрации феррочастиц, а индекс 2 – переходному слою, φ – потенциал собственного поля феррочастиц $\delta_{i,k}$ – символ Кронекера):

$$-\nabla p_i + \eta \Delta v_i - 4\pi \left(\frac{\partial M_i}{\partial n} \right) \frac{dn_0}{dz} n_i \delta_{i,2} e_z + M_{i0} \nabla \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} n_i g e_z + 0, \quad (1)$$

уравнение магнитостатики для потенциала собственного поля

$$\Delta \varphi_i = -4\pi \frac{\partial M_i}{\partial n} \frac{dn_i}{dz}, \quad (2)$$

уравнение конвективного переноса для концентрации феррочастиц

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} = v_{2z} \frac{dn_0}{dz} = 0 \quad (3)$$

и условие несжимаемости

$$d_{iv} - V = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для собственного поля феррочастиц на свободной границе $z = \ell + \xi(y)$ записывается в следующем виде:

условие непрерывности тангенциальной компоненты напряженности поля

$$\varphi_1(y, \ell) = \varphi_2(y, \ell); \quad (5)$$

условие непрерывности нормальной компоненты вектора индукции

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z}(y, \ell) - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}(y, \ell) = -4\pi \xi \frac{\partial M_2}{\partial n} \frac{dn_0}{dz} \quad (6)$$

В результате представления поля скоростей через функцию тока $v_y = -\partial \Psi / \partial z$ и $v_z = \partial \Psi / \partial y$ и выполнения операции *rot* над уравнением (1), получим уравнения ($\partial M_i / \partial n$ предполагается от концентрации не зависящей):

$$\Delta \Delta \Psi_{1,3} = 0,$$

$$\Delta\Delta\Psi_2 = \eta^{-1} 4\pi \left(\frac{\partial M_2}{\partial n} \right)^2 \frac{dn_0}{dz} \frac{\partial n_2}{\partial y} + \eta^{-1} \frac{\partial M_2}{\partial n} \frac{dn_0}{dz} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y \partial z} \eta^{-1} \frac{\partial \rho}{\partial n} g \frac{\partial n_2}{\partial y} \quad (7)$$

Вводя инкремент λ временного роста возмущенных величин ($n, v \sim \exp \lambda t$) и предполагая периодическую зависимость величин в направлении оси y вида $\exp iky$, систему гидродинамических граничных условий на свободной поверхности $z = \ell + \xi(y)$, при учете соотношений (1-6), можно записать в следующем виде:

кинематическое условие на свободной поверхности

$$\lambda \xi = ik\Psi_2(\ell); \quad (8)$$

условие непрерывности тангенциальной и нормальной компонент скорости

$$\Psi_1(\ell) = \psi_2(\ell); \quad \frac{d\Psi_1}{dz}(\ell) = \frac{d\Psi_2}{dz}(\ell); \quad (9)$$

условие непрерывности нормальной компоненты тензора вязких напряжений

$$\frac{d^2\Psi_1}{dz^2}(\ell) = \frac{d^2\Psi_2}{dz^2}(\ell); \quad (10)$$

условие непрерывности нормальной компоненты тензора напряжений

$$\frac{d^3\Psi_1}{dz^3}(\ell) = \frac{d^3\Psi_2}{dz^3}(\ell). \quad (11)$$

Находя периодические вдоль оси y решения системы уравнений (2), (3) и (7) в области 2 в виде $\exp(\alpha z/\ell)$ для α получаем характеристическое уравнение:

$$\left(\alpha^2 - (kl)^2 \right)^3 + (\eta\lambda)^{-1} 4\pi(\Delta M)^2 (kl)^4 - (\eta\lambda)^{-1} (kl)^4 \Delta\rho\ell g + (\eta\lambda)^{-1} (kl)^2 \Delta\rho g \ell \alpha^2 = 0,$$

где $\Delta M = (\partial M_2/\partial n)\ell dn_0/dz$ – характерный перепад намагниченности на диффузионном фронте.

Дальнейшее рассмотрение проводится для случая гравитационной устойчивости стратификации жидкости, когда $\Delta\rho > 0$, т.е. концентрация феррочастиц убывает вверх по вертикали.

Ввод параметр $G_m = \Delta\rho g \ell / 4\pi(\Delta M)^2$, характеризующий отношение гравитационных и магнитных сил, последнее уравнение можно записать в виде:

$$\left(\alpha^2 - (kl)^2 \right)^3 + (\eta\lambda)^{-1} 4\pi(\Delta M)^2 (kl)^4 (1 - G_m) + (\eta\lambda)^{-1} (kl)^2 \alpha^2 4\pi(\Delta M)^2 G_m = 0 \quad (12)$$

Это кубическое относительно α^2 уравнение (12) имеет одним действительным и двумя комплексно сопряженными корнями. Функция тока, соответствующая четному возмущению диффузи-

онного фронта, имеет вид ($\tilde{z} = z/\ell$)

$$\Psi_1 = B_1 \exp(-k\ell\tilde{z}) + B_2(\tilde{z}-1)\exp(-k\ell\tilde{z}), \quad (13)$$

$$\Psi_2 = A_1 ch\sqrt{\alpha_1\tilde{z}} + A_2 ch\gamma\tilde{z} \cos \delta\tilde{z} + A_3 sh\gamma\tilde{z} \sin \delta\tilde{z}.$$

Здесь α_1 – действительный корень уравнений (12), а γ и $\pm\delta$ – действительная и мнимая части квадратного корня комплексных корней.

Потенциал собственного поля феррочастиц соответственно представляются в виде

$$(\varphi = (4\pi ik/\lambda) (\partial M_2/\partial n) (\partial n_0/\partial z) \varphi)$$

т.е.

$$\tilde{\varphi}_1 = D_1 \exp(-k\ell\tilde{z}); \quad (14)$$

$$\tilde{\varphi}_2 = C_1 sh\sqrt{\alpha_1\tilde{z}} + C_2 sh\gamma\tilde{z} \cos \delta\tilde{z} + C_3 ch\gamma\tilde{z} \sin \delta\tilde{z}$$

Граничные условия (5), (6), (8-11) дают однородную систему линейных уравнений для шести неопределенных коэффициентов. После исключения коэффициентов B_1 , B_2 и D_1 условие разрешимости однородной системы для остающихся трех заключается в равенстве нулю определителя матрицы 3-го порядка со элементами:

$$a_{11} = \left(\alpha_1 + (kl)^2 \right) ch\sqrt{\alpha_1} + 2kl\sqrt{\alpha_1} sh\sqrt{\alpha_1};$$

$$a_{12} = ch\gamma \left(\cos \delta (\gamma^2 - \delta^2 + (kl)^2) - 2kl\delta \sin \delta \right) + sh\gamma (2kl\gamma \cos \delta - 2\delta\gamma \sin \delta)$$

$$a_{13} = ch\gamma \left(\sin \delta (\gamma^2 + (kl)^2 - \delta^2) + 2kl\delta \cos \delta \right) + sh\gamma (2\delta\gamma \cos \delta + 2kl\gamma \sin \delta)$$

$$a_{21} = \sqrt{\alpha_1} \left(\alpha_1 - 3(kl)^2 \right) sh\sqrt{\alpha_1} - 2(kl)^3 ch\sqrt{\alpha_1};$$

$$a_{22} = ch\gamma \left(\sin \delta (\delta^2 - 3\gamma^2 + 3(kl)^2) \delta - 2(kl)^3 \cos \delta + ch\gamma \cos \delta (\gamma^2 - 3\delta^2 - 3(kl)^2) \right) \gamma$$

$$a_{23} = ch\gamma \left(\cos \delta (3\gamma^2 - \delta^2 - 3(kl)^2) \delta - \sin \delta 2(kl)^3 \right) + ch\gamma \sin \delta (\gamma^2 - 3(\delta^2 + (kl)^2)) \gamma$$

$$a_{31} = \left((kl)^2 ch\sqrt{\alpha_1} + \sqrt{\alpha_1} kl sh\sqrt{\alpha_1} \right) / \left(\alpha_1 - (kl)^2 \right)$$

$$a_{32} = \left[ch\gamma \left((kl)^2 (\gamma^2 - \delta^2 - (kl)^2) \right) \cos \delta + \sin \delta (\gamma^2 + \delta^2 + (kl)^2) kl \delta \right] / \Delta +$$

$$+ sh\gamma \left(2\gamma\delta (kl)^2 \sin \delta + kl\gamma \cos \delta (\delta^2 + \gamma^2 - (kl)^2) \right) / \Delta$$

$$a_{33} = ch\gamma \left((kl)^2 (\gamma^2 - \delta^2 - (kl)^2) \sin \delta + kl\delta \cos \delta ((kl)^2 + \gamma^2 + \delta^2) \right) / \Delta +$$

$$+ ch\gamma (kl\gamma (\delta^2 + \gamma^2 - (kl)^2) \sin \delta - 2\delta\gamma (kl)^2 \cos \delta) / \Delta$$

где $\Delta = (\gamma^2 - \delta^2 - (kl)^2)^2 + 4\delta^2\gamma^2$.

Данное условие определяет в зависимости от физических параметров и длины волны инкремент роста λ возмущений плоского диффузионного фронта. Значения λ , соответствующие обращению в нуль определителя матрицы α_{ik} , находи-

лись путем сканирования значений определителя на плоскости λ и kl .

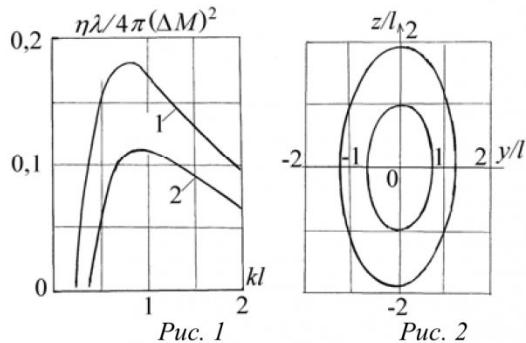
На рис. 1 показаны полученные подобным образом значения инкремента наиболее быстро растущей (первой) моды в зависимости от волнового числа возмущений kl при двух значениях безразмерного параметра G_m (кривая 1 – $G_m=0.2$, кривая 2 – $G_m=0.3$). Из рисунка следует, что наиболее быстро растущими возмущениями плоского диффузионного фронта являются возмущения конечной длины волны, которая уменьшается с ростом безразмерного параметра G_m . В состоянии невесомости для рассматриваемого случая инкремент роста монотонно возрастает с увеличением длины волны возмущений.

Характерные линии тока моды с волновым вектором $kl = 0,9$, близким к волновому вектору наиболее быстро растущей моды при $G_m=0.3$ показана на рис. 2. При этом для коэффициентов выражений (13), определяющих функцию тока, имеют следующие значения:

$$\gamma = 1,402; \delta = 0,675;$$

$$\sqrt{\alpha_1} = 0,768; A_1 = 1,390; A_2 = 0,068;$$

$$A_3 = 0,077; B_1 = 1,206; B_2 = 0,647.$$



Как показывает рис. 2, возникающее на диффузионном фронте феррочастиц движение ячеистое, аналогичное обычной тепловой гравитационной конвекции.

Экспериментальная магнитная микроконвекция наблюдалась в горизонтальном плоском слое толщиной 0,1 мм. Диффузионный фронт феррочастиц создавался приведением в соприкосновение двух систем: одной чистого вакуумного масла ВМ-6, второй – магнитной жидкости на этой же основе с намагниченностью насыщения $M_s=20$ Гс.

Состояние диффузионного фронта сразу после приведения систем в соприкосновение при отсутствии магнитного поля показано на рис. 3.

При наложении перпендикулярно диффузионного фронта постоянного магнитного поля с напряженностью 5 кА/м отмечается зарождение неустойчивой факелообразной структуры на фронте (рис. 4) с постепенным выпрямлением структурных образований при увеличении поля до напряженности 10 кА/м (рис. 5).

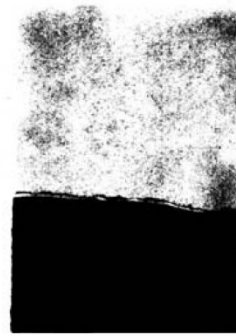


Рис. 3



Рис. 4

Дальнейшее увеличение напряженности до 25 кА/м ведет к формированию устойчивой иглообразной структуры магнитной жидкости (рис. 6).



Рис. 5



Рис. 6

Эксперимент показал наличие качественного подобия наблюдаемых на диффузионном фронте феррочастиц структурам типа «солевых пальцев», развивающихся в устойчиво стратифицированных системах с двойной диффузией.

Съемка структур диффузионного фронта осуществлялась через микроскоп в проходящем свете.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cowley M.D. Rosensweig R.E. The interfacial stability of a ferromagnetic fluid. – J. Fluid Mech, 1997, vol. 304, 671-688.

□ Автор статьи:

Старовойтов
Владимир Алексеевич,
канд. техн. наук, доц. кафедры
электропривода и автоматизации КузГТУ
e-mail: sva.eav@kuzstu.ru