УДК 534.84

В. А. Старовойтов

УПРАВЛЕНИЕ ДИФФУЗИОННЫМ ФРОНТОМ ФЕРРОЧАСТИЦ ГЕТЕРОГЕННЫХ ЖИДКОСТНЫХ СИСТЕМ

Взаимодействие магнитного поля с намагничивающимися жидкостями, в качестве которых рассматриваются широко распространенные в промышленных производствах гетерогенные системы «пара- или ферромагнитный мелкодисперсный зернистый материал – вязкая жидкость», предполагает наличие ряда специальных эффектов, в том числе и гидродинамических неустойчивостей [1].

Реальная возможность управления с помощью магнитного поля конфигурацией свободной поверхности таких систем ставит вопрос о практическом использовании этих явлений для интенсификации массообменных процессов в различных областях промышленности. В ряде случаев представляет интерес и возможность интенсификации процессов массообмена магнитных и немагнитных компонентов за счет гидродинамических неустойчивостей.

В настоящей работе теоретически рассматривается модельный пример подобной ситуации – гидродинамическая неустойчивость горизонтального диффузного фронта феррочастиц в вертикальном магнитном поле – и даются некоторые качественные особенности явления.

Математическая модель и ряд количественных соотношений изложены в первой части. Качественная экспериментальная иллюстрация явления для диффузионного фронта феррочастиц в прозрачной кювете дана во второй части.

1. Диффузионный фронт, поперечный оси z представляется в виде плоского слоя толщиной 2ℓ с постоянным градиентом концентрации феррочастиц. В невозможном состоянии области пространство $\mathrm{z} > \ell$ или $\mathrm{z} > -\ell$ имеют постоянные концентрации феррочастиц n_{10} и n_{30}. При рассмотрении гидродинамической неустойчивости диффузионого фронта феррочастиц поверхности разрыва градинета их концентрации рассматриваются как свободные и на них ставятся обычные условия непрерывности тангенциальных и нормальных компонент скорости и напряжений. Диффузией феррочастиц на стадии развития гидродинамической неустойчивости пренебрегаем, собственное магнитное поле феррочастиц рассматривается в первом, неисчезающем приближении. Плотности системы зависит от концентрации феррофазы, а вязкость предлагается от концентрации не зависящей.

В настоящей работе ограничиваемся рассмотрением четных возмущений, когда уравнения свободных границ поверхностей разрыва градиента концентрации частиц в возмущенном состоянии имеет вид $\mathrm{z} = \ell + \zeta(\mathrm{y})$ и $\mathrm{z} = -\ell + \zeta(\mathrm{y})$.

В этом случае система уравнений возмущенных величин при рассмотрении гидродинамической неустойчивости диффузионного фронта в предположении двухмерности движения $\mathrm{v} = \left(0, \mathrm{v}_{\mathrm{y}}(\mathrm{y},\mathrm{z}), \mathrm{v}_{\mathrm{z}}(\mathrm{y},\mathrm{z})\right)$ может быть записана в следующем виде:

i – индекс области, индексы 1 и 3 соответствуют областям постоянной концентрации феррочастиц, а индекс 2 – переходному слою, φ – потенциал собственного поля феррочастиц $\delta_{\mathrm{i,k}}$ – символ Кронекера):

$$-\nabla \mathrm{p}_{\mathrm{i}} + \eta \Delta v_i - 4\pi \left(\frac{\partial M_i}{\partial n}\right) \frac{dn_0}{dz} n_i \delta_{i,2} e_z + \\ + M_{i0} \nabla \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} n_i g e_z + 0 \quad , \quad (1)$$

уравнение магнитостатики для потенциала собственного поля

$$\Delta \varphi_{\mathrm{i}} = -4\pi \frac{\partial M_i}{\partial n} \frac{dn_i}{dz}, \quad (2)$$

уравнение конвективного переноса для концентрации феррочастиц

$$\frac{\partial \mathrm{n}_2}{\partial \mathrm{t}} = v_{2z} \frac{dn_0}{dz} = 0 \quad (3)$$

и условие несжимаемости

$$d_{iv} - V = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для собственного поля феррочастиц на свободной границе $z = \ell + \xi(y)$ записывается в следующем виде:

условие непрерывности тангенциальной компоненты напряженности поля

$$\varphi_1(\mathrm{y}, \ell) = \varphi_2(y, \ell); \quad (5)$$

условие непрерывности нормальной компоненты вектора индукции

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z}(\mathrm{y}, \ell) - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}(\mathrm{y}, \ell) = -4\pi\xi \frac{\partial \mathrm{M}_2}{\partial \mathrm{n}} \frac{dn_0}{dz} \quad (6)$$

В результате представления поля скоростей через функцию тока $v_y = -\partial\Psi / \partial z$ и $v_z = \partial\Psi / \partial y$ и выполнения операции *rot* над уравнением (1), получим уравнения ($\partial M_i / \partial n$ предполагается от концентрации не зависимой):

$$\Delta\Delta\Psi_{1,3} = 0,$$

$$\Delta\Delta\Psi_2 = \eta^{-1} 4\pi \left(\frac{\partial \mathrm{M}_2}{\partial \mathrm{n}} \right)^2 \frac{dn_0}{dz} \frac{\partial n_2}{\partial y} + \\ + \eta^{-1} \frac{\partial M_2}{\partial n} \frac{dn_0}{dz} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y \partial z} \eta^{-1} \frac{\partial \rho}{\partial n} g \frac{\partial n_2}{\partial y} \quad (7)$$

Вводя инкремент λ временного роста возмущенных величин ($n, v \sim \exp \lambda t$) и предполагая периодическую зависимость величин в направлении оси y вида $\exp iky$, систему гидродинамических граничных условий на свободной поверхности $\mathrm{z} = \ell + \xi(\mathrm{y})$, при учете соотношений (1-6), можно записать в следующем виде:

кинематическое условие на свободной поверхности

$$\lambda \xi = ik\Psi_2(\ell); \quad (8)$$

условие непрерывности тангенциальной и нормальной компонент скорости

$$\Psi_1(\ell) = \psi_2(\ell); \quad \frac{d\Psi_1}{dz}(\ell) = \frac{d\Psi_2}{dz}(\ell); \quad (9)$$

условие непрерывности нормальной компоненты тензора вязких напряжений

$$\frac{\mathrm{d}^2\Psi_1}{dz^2}(\ell) = \frac{\mathrm{d}^2\Psi_2}{dz^2}(\ell); \quad (10)$$

условие непрерывности нормальной компоненты тензора напряжений

$$\frac{\mathrm{d}^3\Psi_1}{dz^3}(\ell) = \frac{\mathrm{d}^3\Psi_2}{dz^3}(\ell). \quad (11)$$

Находя периодические вдоль оси у решения системы уравнений (2), (3) и (7) в области 2 в виде exp($\alpha z/l$) для α получаем характеристическое уравнение:

$$\left(\alpha^2 - (k\ell)^2\right)^3 + (\eta\lambda)^{-1} 4\pi (\Delta M)^2 (k\ell)^4 - \\ (\eta\lambda)^{-1} (k\ell)^4 \Delta\rho\ell g + (\eta\lambda)^{-1} (k\ell)^2 \Delta\rho g \ell \alpha^2 = 0,$$

где $\Delta M = (\partial M_2/\partial n)\ell dn_0/dz$ – характерный перепад намагниченности на диффузионном фронте.

Дальнейшее рассмотрение проводится для случая гравитационной устойчивости стратификации жидкости, когда $\Delta\rho > 0$, т.е. концентрация феррочастиц убывает вверх по вертикали.

Ввод параметр $G_m = \Delta\rho g\ell / 4\pi(\Delta M)^2$, характеризующий отношение гравитационных и магнитных сил, последнее уравнение можно записать в виде:

$$\left(\alpha^2 - (\mathrm{k}\ell)^2\right)^3 + (\eta\lambda)^{-1} 4\pi (\Delta M)^2 (k\ell)^4 (1 - G_m) + \\ + (\eta\lambda)^{-1} (k\ell)^2 \alpha^2 4\pi (\Delta M)^2 G_m = 0 \quad (12)$$

Это кубическое относительно α^2 уравнение (12) имеет одним действительным и двумя комплексно сопряженными корнями. Функция тока, соответствующая четному возмущению диффузионного фронта, имеет вид $(\tilde{z} = z/\ell)$

$$\Psi_1 = B_1 \exp(-k\ell\tilde{z}) + B_2(\tilde{z} - 1)\exp(-k\ell\tilde{z}), \\ \Psi_2 = A_1 ch\sqrt{\alpha_1}\tilde{z} + A_2 ch\gamma\tilde{z}\cos\delta\tilde{z} + A_3 sh\gamma\tilde{z}\sin\delta\tilde{z}. \quad (13)$$

Здесь α_1 – действительный корень уравнений (12), а γ и $\pm\delta$ – действительная и мнимая части квадратного корня комплексных корней.

Потенциал собственного поля феррочастицсоответственно представляются в виде

$$(\varphi = (4\pi ik/\lambda)(\partial M_2/\partial n)(\partial n_0/\partial \mathrm{z})\bar{\varphi})$$

т.е.

$$\tilde{\varphi}_1 = \mathrm{D}_1 \exp(-k\ell\tilde{z}); \\ \tilde{\varphi}_2 = C_1 sh\sqrt{\alpha_1}\tilde{z} + C_2 sh\gamma\tilde{z}\cos\delta\tilde{z} + C_3 ch\gamma\tilde{z}\sin\tilde{z} \quad (14)$$

Граничные условия (5), (6), (8-11) дают однородную систему линейных уравнений для шести неопределенных коэффициентов. После исключения коэффициентов B_1, B_2, и D_1 условие разрешимости однородной системы для остающихся трех заключается в равенстве нулю определителя матрицы 3-го порядка со элементами:

$$\mathrm{a}_{11} = \left(\alpha_1 + (k\ell)^2\right) ch\sqrt{\alpha_1} + 2k\ell\sqrt{\alpha_1} sh\sqrt{\alpha_1};$$

$$a_{12} = ch\gamma\left(\cos\delta\left(\gamma^2 - \delta^2 + (k\ell)^2\right) - 2k\ell\delta\sin\delta\right) + \\ + sh\gamma\left(2k\ell\gamma\cos\delta - 2\delta\gamma\sin\delta\right)$$

$$a_{13} = ch\gamma\left(\sin\delta\left(\gamma^2 + (k\ell)^2 - \delta^2\right) + 2k\ell\delta\cos\delta\right) + \\ + sh\gamma\left(2\delta\gamma\cos\delta + 2k\ell\gamma\sin\delta\right)$$

$$\mathrm{a}_{21} = \sqrt{\alpha_1}\left(\alpha_1 - 3(k\ell)^2\right) sh\sqrt{\alpha_1 - 2(k\ell)^3 ch\sqrt{\alpha_1}};$$

$$a_{22} = ch\gamma\begin{pmatrix}\sin\delta\left(\delta^2 - 3\gamma^2 + 3(k\ell)^2\right)\delta - 2(k\ell)^3\cos\delta + \\ + ch\gamma\cos\delta\left(\gamma^2 - 3\delta^2 - 3(k\ell)^2\right)\end{pmatrix}\gamma$$

$$a_{23} = ch\gamma\left(\cos\delta\left(3\gamma^2 - \delta^2 - 3(k\ell)^2\right)\delta - \sin\delta 2(k\ell)^3\right) + \\ + ch\gamma\sin\delta\left(\gamma^2 - 3\left(\delta^2 + (k\ell)^2\right)\right)\gamma$$

$$a_{31} = \left((k\ell)^2 ch\sqrt{\alpha_1} + \sqrt{\alpha_1} k\ell sh\sqrt{\alpha_1}\right) / \left(\alpha_1 - (k\ell)^2\right)$$

$$\mathrm{a}_{32} = \begin{bmatrix} ch\gamma\left((k\ell)^2\left(\gamma^2 - \delta^2 - (k\ell)^2\right)\right)\cos\delta + \\ + \sin\delta(\gamma^2 + \delta^2 + (kl)^2 kl\delta \end{bmatrix} / \Delta + \\ + sh\gamma\begin{pmatrix}2\gamma\delta(k\ell)^2\sin\delta + \\ k\ell\gamma\cos\delta\left(\delta^2 + \gamma^2 - (k\ell)^2\right)\end{pmatrix} / \Delta$$

$$\mathrm{a}_{33} = ch\gamma\begin{pmatrix}(k\ell)^2\left(\gamma^2 - \delta^2 - (k\ell)^2\right)\sin\delta + \\ + k\ell\delta\cos\delta\left((k\ell)^2 + \gamma^2 + \delta^2\right)\end{pmatrix} / \Delta + \\ + ch\gamma\left(k\ell\gamma\left(\delta^2 + \gamma^2 - (k\ell)^2\right)\sin\delta - 2\delta\gamma(k\ell)^2\cos\delta\right) / \Delta$$

где $\Delta = \left(\gamma^2 - \delta^2 - (k\ell)^2\right)^2 + 4\delta^2\gamma^2$.

Данное условие определяет в зависимости от физических параметров и длины волны инкремент роста λ возмущений плоского диффузионного фронта. Значения λ, соответствующие обращению в нуль определителя матрицы α_{ik}, находи-

лись путем сканирования значений определителя на плоскости λ и kl.

На рис. 1 показаны полученные подобным образом значения инкремента наиболее быстро растущей (первой) моды в зависимости от волнового числа возмущений $k\ell$ при двух значениях безразмерного параметра G_m (кривая 1 – G_m=0.2, кривая 2 – G_m=0.3). Из рисунка следует, что наиболее быстро растущими возмущениями плоского диффузионного фронта являются возмущения конечной длины волны, которая уменьшается с ростом безразмерного параметра G_m. В состоянии невесомости для рассматриваемого случая инкремент роста монотонно возрастает с увеличением длины волны возмущений.

Характерные линии тока моды с волновым вектором $k\ell = 0{,}9$, близким к волновому вектору наиболее быстро растущей моды при G_m=0.3 показана на рис. 2. При этом для коэффициентов выражений (13), определяющих функцию тока, имеют следующие значения:

$$\gamma = 1{,}402;\ \delta = 0{,}675;$$

$$\sqrt{\alpha_1} = 0{,}768;\ A_1 = 1{,}390;\ A_2 = 0{,}068;$$

$$A_3 = 0{,}077;\ B_1 = 1{,}206;\ B_2 = 0{,}647.$$

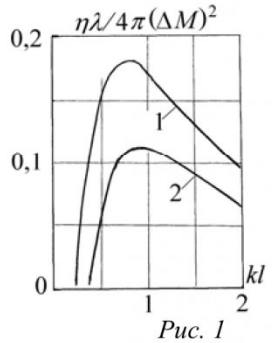

Рис. 1

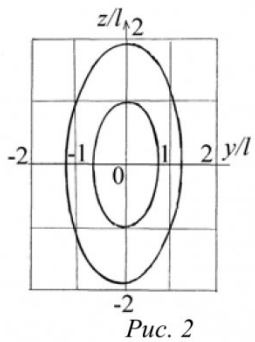

Рис. 2

Как dblyjпоказывает рис. 2, возникающее на диффузионном фронте феррочастиц движение ячеистое, аналогичное обычной тепловой гравитационной конвекции.

Экспериментальная магнитная микроконвекция наблюдалась в горизонтальном плоском слое толщиной 0,1 мн. Диффузионный фронт феррочастиц создавался приведением в соприкосновение двух систем: одной чистого вакуумного масла ВМ-6, второй – магнитной жидкости на этой же основе с намагниченностью насыщения M_s=20 Гс. Состояние диффузионного фронта сразу после приведения систем в соприкосновение при отсутствии магнитного поля показано на рис. 3.

При наложении перпендикулярно диффузионного фронта постоянного магнитного поля с напряженностью 5 кА/м отмечается зарождение неустойчивой факелообразной структуры на фронте (рис. 4) с постепенным выпрямлением структурных образований при увеличении поля до напряженности 10 кА/м (рис. 5).

Рис. 3

Рис. 4

Дальнейшее увеличение напряженности до 25 кА/м ведет к формированию устойчивой иглообразной структуры магнитной жидкости (рис. 6).

Рис. 5

Рис. 6

Эксперимент показал наличие качественного подобия наблюдаемых на диффузионном фронте феррочастиц структур структурам типа «солевых пальцев», развивающихся в устойчиво стратифицированных системах с двойной диффузией.

Съемка структур диффузионного фронта осуществлялась через микроскоп в проходящем свете.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cowley M.D. Rosensweig R.E.* The interfacial stability of a ferromagnetic fluid. – J. Fluid Mech, 1997, vol. 304, 671-688.

□ Автор статьи:

Старовойтов
Владимир Алексеевич,
канд. техн. наук, доц. кафедры
электропривода и автоматизации КузГТУ
e-mail: sva.eav@kuzstu.ru