

**УДК 539.3****Ю.А.Степанов**

## **АДАПТАЦИЯ И РАЗВИТИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УГЛЕПОРОДНОГО МАССИВА**

В связи тем, что задачи горной геомеханики и инженерной геологии не могут быть точно сформулированы, то основной целью нахождения напряжений состоит в получении физической картины процесса взаимодействия системы "механизированная крепь – углепородный массив", а смысл расчетов заключается скорее в качественном моделировании, нежели в количественном анализе. В соответствии с методологией имитационного моделирования одна и та же задача решается несколько раз не для улучшения точности, а для того, чтобы увидеть, как изменяется решение при возможном вероятностном изменении одного или нескольких исходных параметров. В таких условиях требуется гибкий вычислительный инструмент, который позволял бы легко модифицировать задачу, подлежащую решению, а также обеспечивал бы достаточно быстрое нахождение ответов.

Большинство задач геомеханики, решаемых с помощью метода конечных элементов (МКЭ), связаны с анизотропными средами. Так при расчете нагрузок, действующих на механизированную крепь, имеем сложную систему, состоящую из анизотропного углепородного массива, выработанного пространства и секции механизированной крепи.

Принципиальным отличием этой системы является изменение ее геометрических и механических параметров во времени и в пространстве. В этих условиях применение современных численных методов моделирования изменения параметров окружающей среды и изменения положения механизированной крепи требует постоянного изменения формы, размеров и деформационных свойств материала конечных элементов.

Многие исследователи для решения реальных задач используют известные готовые пакеты, характеризующиеся разными возможностями, разными способами постановки задач и представления результатов в зависимости от того, для каких пользователей они предназначены.

Использование любого мощного пакета имеет некоторые недостатки. В первую очередь отметим низкую эффективность его использования. Этот недостаток присущ любому универсальному инструменту, который используют для выполнения немногих из широкого круга функций.

Второе – скрытность алгоритма и невозможность изменения математических моделей, реализующих алгоритм. Существующие пакеты не всегда тривиальным образом могут быть инсталлированы на конкретном ПК. Для использования паке-

та необходимо изучать специальный макроязык, с помощью которого описывается задача.

Третье – желательно иметь полный контроль над проектом и зависеть только от собственных решений.

В качестве альтернативного варианта в ВУЗах России для решения задач горного профиля студентами и аспирантами используются узконаправленные специализированные пакеты, изготовленные собственными силами. Так, например, в ТулГУ разработана методика автоматизированного расчета и конструирования крепей базирующаяся на стержневой математической модели [1]. Она позволяет путем численного моделирования с использованием ПЭВМ определять напряженно-деформированное состояние крепей при различных видах воздействий с учетом деформации звеньев, податливости связей, сил инерции и со-противления среды.

Методика, предлагаемая нами, отличается от имеющихся, прежде всего тем, что нагружение крепи производится не с помощью набора типовых статических или динамических воздействий, а моделированием реальной нагрузки, возникающей в процессе выемки угля механизированным комплексом [2].

Развитием метода конечных элементов для разработки методики прогноза геомеханического взаимодействия механизированных крепей с углепородным массивом в очистных забоях угольных шахт, является разработка модели накопления деструктивных изменений в массиве горных пород.

Для этого, сначала решается упругая задача статического состояния системы "углепородный массив – механизированная крепь" и определяются напряжения в каждом конечном элементе пород и элементов крепи. По паспорту прочности проверяется состояние пород и металла в этих элементах, и запоминаются новые деформационные и механические характеристики.

На следующем этапе производится разгрузка породы от давления гидростоек, т.е. проводится второй этап счета на ЭВМ методом конечных элементов незакрепленной кровли с учетом предыдущего этапа и состояния пород. После этого этапа также определяется состояние боковых пород и металла в конечных элементах и формируется зона разрушения пород кровли и элементов крепи.

На третьем этапе проводится нагружение породы после передвижки секции крепи. Напряжен-

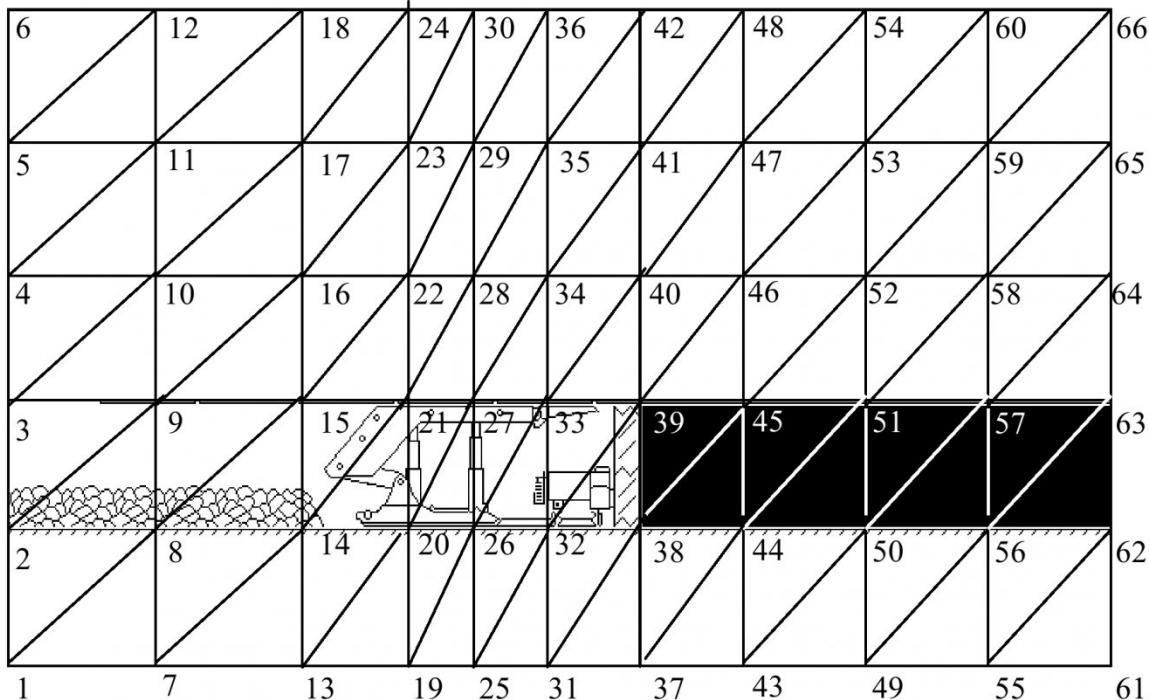


Рис. 1. Схема нумерации узлов конечных элементов

но – деформированное состояние конечных элементов, где порода находится в дискретном состоянии, рассматривается с позиции текущей среды. Если горное давление со стороны кровли пре-вышает распор крепи или впереди крепи преобла-дает зона сыпучего материала, что определяется путем сравнения по паспорту прочности в каждом конечном элементе, то впереди забоя формируется зона отжима и купол. По результатам третьего этапного расчета проводится оценка режимов на-гружения, т.е. величины распора, разгрузки и оп-ределяется оптимальный режим передвижки кре-пи с начальным распором.

Как известно, идея метода конечных элемен-тов основана на аппроксимации непрерывной функции (давления, перемещения и т.д.) дискретной моделью, которая строится на множестве не-прерывно-кусочных функций, определенных на конечном числе подобластей, называемых элемен-тами [3]. В качестве функции элемента чаще при-меняется полином, порядок которого зависит от числа данных о непрерывной функции используе-мых в каждом узле элемента. Симплекс-элементам соответствуют полиномы, содержащие константу и линейные члены.

Число элементов в таком полиноме на едини-цу больше размерности координатного про стран-ства. Полином

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (1)$$

представляет собой симплексную функцию для двумерного треугольного элемента. Этот полином линеен по X и Y и содержит три коэффициента, потому что треугольник содержит три узла. Сле-довательно, двумерный симплекс-элемент – это

треугольник с прямолинейными сторонами и тре-мя узлами.

Для того чтобы найти перемещения в узлах конечных элементов, необходимо провести логи-ческую нумерацию вершин треугольника. Пра-вильная нумерация узлов сокращает объем ма-шинной памяти. На рис. 1 показан один из спосо-бов нумерации узлов в сечении углепородного массива для исследования процесса взаимодейст-вия механизированной крепи с боковыми породами.

Создание триангуляционной среды может быть выполнено как в автоматическом, так и в ин терактивном режиме.

Автором и группой единомышленников раз-работана программа, позволяющая существенно упростить процесс корректировки формы, разме-ров и свойств пород любого конечного элемента исследуемой области. Она представляет собой специализированный графический редактор, кото-рый используется после машинной процедуры разбиения исследуемой области на конечные эле-менты, с помощью которого осуществляется кор-ректировка положения вершин конечных элемен-тов относительно выработанного пространства и элемен-тов секции механизированной крепи.

Векторная величина "перемещение" имеет как величину, так и направление. Поэтому в каждом узле необходимо определять более одной неиз-вестной (две степени свободы). В этом случае век-торную величину представляют ее компонентами, которые рассматриваются как неизвестные ска-лярные величины. Обозначение компонент векто-ра изображено на рис. 2.

Узловые значения скалярной величины  $\varphi$  (рисунок 3) обозначаются через  $\Phi_i, \Phi_j, \Phi_k$ , а координатные пары трех узлов – через  $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j)$ ,  $(X_k, Y_k)$ .

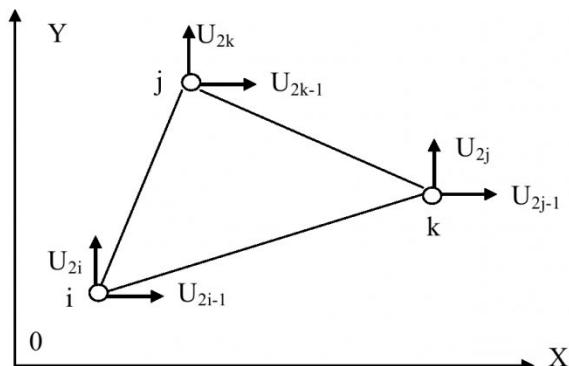


Рис.2. Обозначение узловых векторных величин

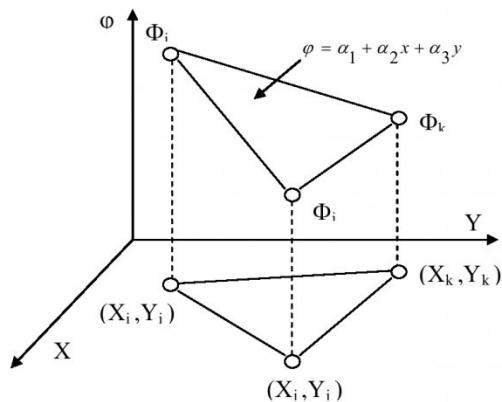


Рис. 3. Двумерный симплекс-элемент

$(Y_j), (X_k, Y_k)$ . Интерполяционный полином элемента имеет вид  $\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$ .

Решая систему линейных уравнений, получаем интерполяционные функции в узлах элементов. В общей форме интерполяционный полином имеет вид:

$$\varphi^{(e)} = [N] * \{\Phi\} = [N_i^{(e)}, N_j^{(e)}, N_k^{(e)} \dots N_r^{(e)}] * \begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_k \\ \vdots \\ \Phi_r \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Общепринятая формулировка метода конечных элементов предполагает отыскание поля перемещений путем минимизации потенциальной энергии системы. В результате, уравнения, определяющие элементы, сводятся к системе алгебраических уравнений равновесия, которые можно решить относительно узловых перемещений методом Гаусса.

После того, как будут найдены узловые значения вектора перемещений, производится расчет напряжений в центрах конечных элементов.

Описанная процедура "классического" метода

конечных элементов была принята в качестве основы алгоритма расчета напряженно-деформированного состояния углепородного массива в окрестности очистного комплексно-механизированного забоя.

Совершенно очевидно, что любая модель может только приближенно отображать свойства моделируемого объекта и процессы, протекающие в нем. Для обеспечения требуемой адекватности модели и повышения точности результатов моделирования модель (алгоритм ее работы) необходимо настраивать.

В данной работе для настройки алгоритма использовали результаты натурных измерений конвергенции основания и перекрытия секций механизированных крепей. Для повышения достоверности результаты натурных измерений подвергали предварительной обработке: осуществляли визуальный анализ данных, отфильтровывали выбросы, производили расчет необходимых статистик. Технология настройки алгоритма состояла в использовании итеративной процедуры корректировки параметров алгоритма на основе отклонений расчетных смещений горных пород в окрестности очистного забоя от предварительно обработанных фактических.

Алгоритм расчета параметров НДС углепородного массива в окрестности очистного забоя может быть реализован на основе классического МКЭ путем добавления адаптирующей части, представляющей собой набор моделей для расчета скорректированных значений модуля упругости и коэффициента Пуассона, обеспечивающих соответствие расчетных данных реальным по формулам :

$$E = a_o + a_1 \cdot k_s \cdot f_{kp} \quad (3)$$

$$\mu = b_0 - b_1 \cdot \sqrt{f_{kp}} \quad (4)$$

где  $a_o, a_1, b_o, b_1$  - настраиваемые коэффициенты;

$k_s$  - коэффициент структурного ослабления;

$f_{kp}$  - коэффициент крепости породы.

Для настройки моделей использовались результаты замеров смещений пород кровли и почвы в шахтных условиях [4], а также размеры зон разрушенных пород кровли и фактических вывалов при движении очистного забоя в угольных шахтах концерна “Кузнецкголь”.

Упруго-пластичная модель разрушения горных пород реализована путем повторения этапа решения системы линейных алгебраических уравнений для измененных прочностных свойств конечных элементов, находящихся в углепородном массиве. Изменение прочностных свойств материала конечных элементов производили на основе определения значения коэффициента остаточной прочности (Dol), значение которого могло изменяться в пределах от 0 до 1. Величину коэффициента остаточной прочности находили по

формулам приведенными в [5]. Корректировка прочностных свойств пород производилась с использованием модели вида:

$$E_{\text{нов}} = E_{\text{стар}} \cdot \exp^{a_i \cdot \ln(Dol)} \quad i = 1 \div 5 \quad (5)$$

где  $a_i$  - коэффициенты;

$Dol$  – коэффициент остаточной прочности;

$i$  – номер участка (интервала), в котором находится значение  $Dol$ .

Кроме того, адаптация МКЭ к условиям конкретной задачи предполагает:

- выбор формы и размеров конечных элементов, адекватно отражающих конфигурацию исследуемой системы;
- создание алгоритма перестройки триангуляционной сети в соответствии с формой и размерами секции механизированной крепи;
- трансформирование сети конечных элементов в соответствии с периодическими подвижками секций механизированной крепи;
- трансформирование сети конечных элементов в соответствии с периодичностью зависания и обрушения пород кровли;
- изменение сети конечных элементов в соответствии с формой и размерами зон отжимов поверхности забоя и вывалов пород кровли впереди и над секцией механизированной крепи;
- многократное повторение этапа решения системы линейных алгебраических уравнений, для реализации упруго-пластичной модели и изменения прочностных свойств конечных элементов, перешедших в запредельное состояние, для кор-

ректировки положения узлов конечных элементов в соответствии с очертаниями проекций элементов механизированной крепи.

В соответствии с изложенным, можно сделать вывод о том, что большее количество мероприятий, связанных с адаптацией метода конечных элементов, относится к препроцессингу – комплексу мероприятий, проводимых перед вычислением смещений в узлах триангуляционной сети. Это потребовало разработку различного рода сеточных генераторов для автоматического формирования триангуляционной сети и интерактивных графических редакторов [6,7]. При вычислении параметров геомеханического взаимодействия секции механизированной крепи с углепородным массивом использовалась упруго-пластичная модель напряженно-деформированного состояния массива горных пород. Поскольку боковые породы очистного забоя испытывают знакопеременную нагрузку в результате циклического движения секции механизированной крепи, адаптация модуля решения была направлена, на использования алгоритма накопления деструктивных изменений в породах, напряжения в которых превысили порог их прочности.

При разработке программных средств, применялись, преимущественным образом, динамические структуры данных, использование которых, снимает с пользователя дополнительные проблемы, связанные с разбиением и подкачкой данных. Эти функции выполняет сама операционная система.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Применение методики стержневой аппроксимации для расчета крепей различных конструкций. / В.М. Еганов, А.Е. Коряков, С.П. Туляков: Тул. Гос. ун-т. – Тула. 1998. – 12 с. – Рус. – Деп. в ВИНИТИ 27.11.98. №3494-В98.
2. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов. - М. "Металлургия", 1974. - 264 с.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. /Пер. с англ. к.ф.н. Шестакова А.А. - М.: Издательство "МИР", 1979. - 392 с.
4. Штумпф Г.Г., Рыжов Ю.А.. Шаламанов В.А., Петров А.И. Физико-технические свойства горных пород и углей Кузнецкого бассейна: Справочник. – М.: Недра, 1994 – 447 с.
5. Булычев Н.С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах. / Учебное пособие для вузов. - М.: Недра, 1989. - 270 с.
6. Степанов Ю.А. Сеточный генератор. Материалы научно-практической конференции Кузбасса, / Под общ. ред. проф. К.Еафанасьева/. Кемерово: Изд-во "Полиграф", часть 2, январь 2001 г. – 220 с. сервер: <http://conference/kemsu.ru/infokuz>.
7. Степанов Ю.А., Степанов А.В. Корректировка триангуляционной сети метода конечных элементов с помощью графического редактора ЭВМ. Нетрадиционные и интенсивные технологии разработки месторождений полезных ископаемых: Труды IV Международной конференции / СибГИУ. – Новокузнецк, 1999. – 273 с.

Автор статьи:

Степанов

Юрий Александрович,  
канд.техн.наук, доцент каф. информационных систем и управления  
НФИ КемГУ (г.Новокузнецк)  
Email: Dambo290@yandex.ru