

УДК 004.9:621.9.07:621.833

А. А. Ляшков, Ю. А. Канева

ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ СРЕДСТВАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ

Производство ряда изделий машиностроения связано с технологическими процессами формообразования геометрически сложных поверхностей деталей. Эффективное решение задач формообразования поверхностей, обрабатываемых по методу огибания, может быть проведено как с использованием известных методов [1-3] и др., так и с применением методов моделирования средствами компьютерной графики [4-6]. Во втором случае это решение предполагается проводить в два этапа:

- разработать поверхностьную и твердотельную модели детали и представить варианты моделирования удалаемого припуска;
- по результатам моделирования разработать алгоритм и назначить необходимые технологические условия формообразования такой детали наиболее рациональными методами размерной обработки.

Как правило, для обоих этапов существует много решений. Если в первой задаче, независимо от способа решения, должна быть создана одна и та же твердотельная модель заготовки и детали, то во второй задаче алгоритм и условия формообразования зависят не только от используемых средств компьютерной графики, но и от конкретных процессов обработки. При этом часто конкретная деталь может быть обработана инструментами одного вида, но с разными формообразующими параметрами. Так, например, винтовая поверхность канавки может быть обработана дисковой или червячной фрезой, реечным инструментом и др. При этом для одной и той же канавки могут быть использованы различные дисковые инструменты с разными параметрами установки.

Современные САПР позволяют разработать программы, реализующие движения формообразования в автоматизированном режиме и решать задачи с необходимой точностью [4, 5].

На этапе создания моделей важная роль отводится задаче установления возможных особенностей на исследуемых поверхностях, а также на их отображениях ортогональным проецированием. В некоторых случаях для этих целей важную роль играют вспомогательные поверхности [7], которые определяются через семейство кривых на плоскости.

В настоящей работе рассматриваются три семейства кривых. Они получены в результате перемещения исходной кривой, связанной с окружностью или прямой, катящейся без скольжения по другой окружности или прямой.

Семейство кривых, связанных с окружностью, катящейся по прямой

Семейство кривых образуется в результате качения центроиды детали, с которой связана исходная кривая, по начальной прямой инструментальной рейки [7] (рис. 1). Это семейство записывается уравнениями

$$x_{vp} = x(t) \cdot \cos \varphi + y(t) \cdot \sin \varphi + R \cdot \varphi, \quad (1)$$

$$y_{vp} = -x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi$$

где $x = x(t)$ и $y = y(t)$ - уравнения исходной кривой m в подвижной системе координат; R - радиус центроиды детали.

Будем рассматривать систему уравнений (1) как график отображения семейства кривых в пространстве R^3 на координатную плоскость $0_{vp}x_{vp}y_{vp}$ (R^2). Тогда это семейство можно записать в виде

$$x_{vp} = x(t) \cdot \cos \varphi + y(t) \cdot \sin \varphi + R \cdot \varphi,$$

$$y_{vp} = -x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi, \quad (2)$$

$$z_{vp} = p \cdot \varphi,$$

где p - некоторая константа.

Уравнения такого семейства описывают наклонную винтовую поверхность Ψ , полученную аффинным преобразованием цилиндрической винтовой поверхности (рис. 2). Визуализация такой поверхности средствами системы MathCAD позволяет получить как качественную характеристи-

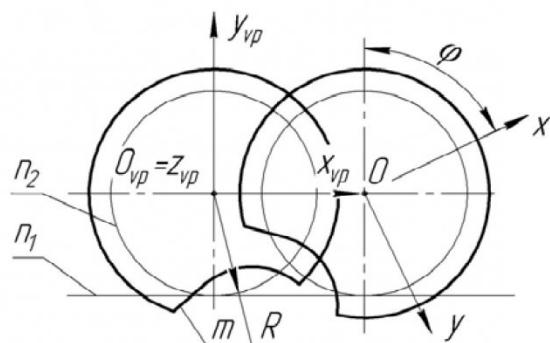


Рис. 1. Качение центроиды детали по начальной прямой инструментальной рейки: P_1 , P_2 – центроиды рейки и детали, соответственно; m – кривая, связанная с окружностью; Oxy – подвижная система координат; $O'vp$ – неподвижная система координат.

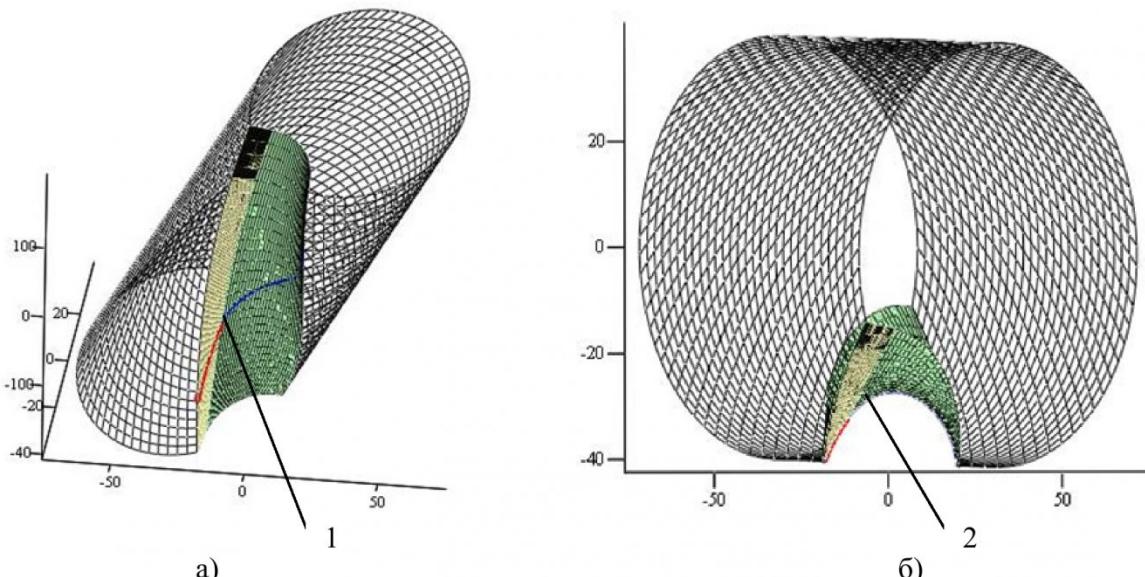


Рис. 2. Модели наклонной винтовой поверхности: а) винтовая поверхность общего положения; б) ортогональная проекция винтовой поверхности на плоскость, перпендикулярную оси z ; 1- контурная линия поверхности; 2- очерк поверхности (огибающая семейства плоских кривых).

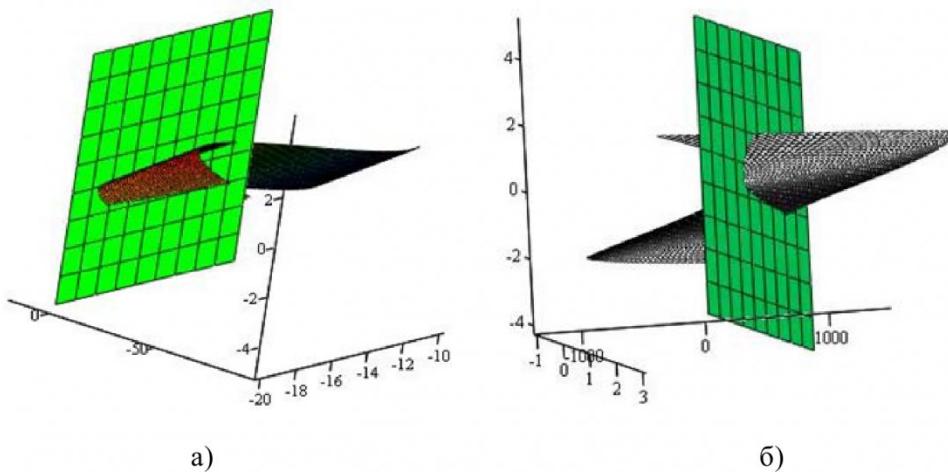


Рис. 3. Модели поверхностей, заданных уравнением (4), и их линии нулевого уровня, как графики решения уравнения связи параметров t и φ ; а) для семейства, образованного 1-м участком кривой t ; б) для семейства, образованного 2-м участком кривой t .

стику самой поверхности (рис. 2а), так и ее отображения на координатную плоскость $\theta_{vp}x_{vp}y_{vp}$. Это отображение в локальной окрестности совпадает с огибающей рассматриваемого семейства кривых.

Так как касательные плоскости к поверхности в точках ее контурной линии “вертикальны”, то это условие позволяет получить связь параметров t и φ в виде

$$\begin{aligned} &x(t) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t} + y(t) \cdot \frac{\partial y(t)}{\partial t} + \\ &+ R \left[-\frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \sin \varphi + \frac{\partial y(t)}{\partial t} \cdot \cos \varphi \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Это уравнение определяет некоторую кривую в криволинейных координатах t и φ . Отображение этой кривой на поверхность (2) выделяет на ней контурную линию. Предлагается рассматривать

уравнение (3) как уравнение линии нулевого уровня поверхности

$$\begin{aligned} &z(t, \varphi) = x(t) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t} + y(t) \cdot \frac{\partial y(t)}{\partial t} + \\ &+ R \left[-\frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \sin \varphi + \frac{\partial y(t)}{\partial t} \cdot \cos \varphi \right] \end{aligned} \quad (4)$$

Такой подход позволяет в системе MathCAD оперативно получать и анализировать графики, определяемые уравнением (3). Здесь же может проводиться качественный анализ влияния радиуса R центроиды на форму кривой (3), а значит будут устанавливаться возможные особые точки на огибающей рассматриваемого семейства кривых.

На рис. 3 показаны графики двух поверхностей, заданных уравнением (4) для случая, когда исходная кривая состоит из двух кусков – отрезка и дуги окружности.

Эти поверхности рассечены плоскостями ну-

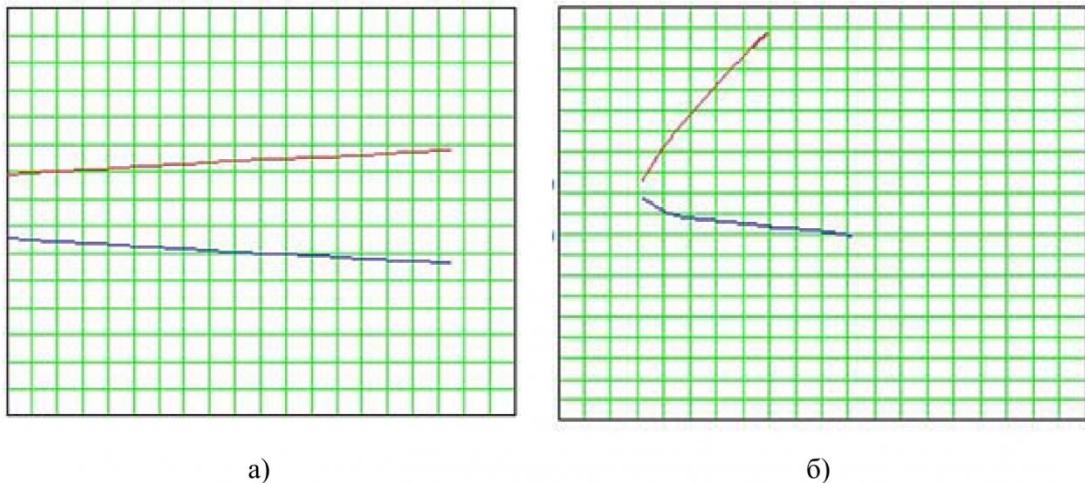


Рис. 4. Графики кривых, задающих связь параметров t и ϕ , построенные по зависимости (3); а) для семейства, образованного 1-м участком кривой t ; б) для семейства, образованного 2-м участком кривой t .

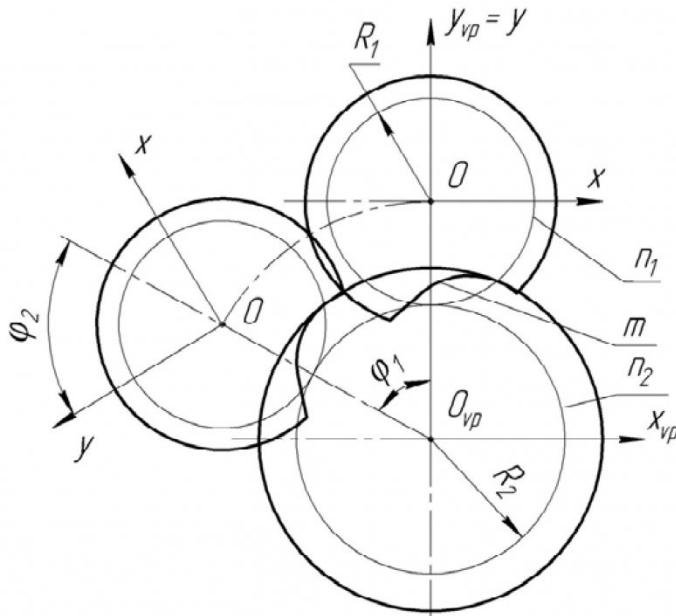


Рис. 5. Качение центроиды инструмента по центроиде детали: N_1 , N_2 – центроиды инструмента и детали, соответственно; m – кривая, связанная с центроидой инструмента; Oxy – подвижная система координат; $O_{vp}x_{vp}y_{vp}z_{vp}$ – неподвижная система координат.

левого уровня, что задает графики связи параметров t и ϕ . С целью подтверждения достоверности полученных результатов на рис. 4 показаны графики тех же кривых, полученных по уравнению (3), но более трудоемких по исполнению.

Семейство кривых, связанных с окружностью, катящейся по другой окружности

Второе семейство кривых образуется в результате качения центроиды детали, с которой связана исходная кривая, по центроиде инструмента (рис. 5). Это семейство записывается уравнениями

$$\begin{aligned} x_{vp} &= x(t) \cdot \cos(\phi_1 + \phi_2) - \\ &- y(t) \cdot \sin(\phi_1 + \phi_2) - (R_1 + R_2) \cdot \sin \phi_1, \\ y_{vp} &= x(t) \cdot \sin(\phi_1 + \phi_2) + \end{aligned} \quad (5)$$

где $x = x(t)$ и $y = y(t)$ - уравнения исходной кривой в подвижной системе координат; ϕ_1 - параметр семейства, а $\phi_2 = \frac{R_1}{R} \cdot \phi_1$.

Рассматриваем систему уравнений (5) как график отображения семейства кривых в пространстве на координатную плоскость $O_{vp}x_{vp}y_{vp}$. Тогда это семейство можно записать в виде

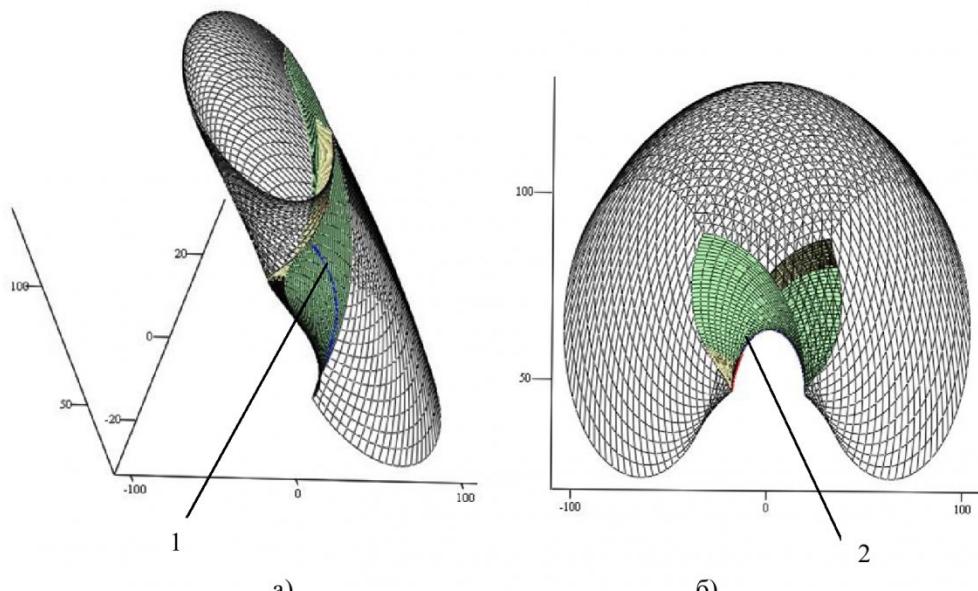


Рис. 6. Модели квазивинтовой поверхности: а) квазивинтова поверхность общего положения; б) ортогональная проекция квазивинтовой поверхности на плоскость, перпендикулярную оси z ; 1- контурная линия поверхности; 2 – очерк поверхности (огибающая семейства плоских кривых)

$$\begin{aligned} x_{vp} &= x(t) \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - y(t) \times \\ &\quad \times \sin(\varphi_1 + \varphi_2) - (R_1 + R_2) \cdot \sin \varphi_1, \\ y_{vp} &= x(t) \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + y(t) \times \\ &\quad \times \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (R_1 + R_2) \cdot \cos \varphi_1, \\ z_{vp} &= p \cdot \varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

где p - некоторая константа.

Уравнения такого семейства описывают квазивинтовую поверхность Ω , полученную нелинейным преобразованием цилиндрической винтовой поверхности. На рис. 6а эта поверхность показана в общем положении, а на рис. 6б – в виде ортогональной проекции на координатную плоскость $O_{vp}x_{vp}y_{vp}$. Как и ранее, предметом визуального исследования является форма очерка поверхности в ее локальной окрестности. Для получения точных значений координат очерка, а значит и огибающей рассматриваемого семейства кривых, используем уравнение связи параметров t и φ вида

$$\frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot x(t) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t} + \frac{R_1 + R_2}{R_1} + (R_1 + R_2) \cdot \left[\frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \sin\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \varphi\right) + \frac{\partial y(t)}{\partial t} \cdot \cos\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \varphi\right) \right] = 0 \quad (7)$$

Это уравнение задает график линии нулевого уровня поверхности, определяемой зависимостью

$$\begin{aligned} z(t, \varphi) &= \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot x(t) \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial t} + \\ &\quad + \frac{R_1 + R_2}{R_1} + (R_1 + R_2) \cdot \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\partial x(t)}{\partial t} \cdot \sin\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \varphi\right) + \frac{\partial y(t)}{\partial t} \cdot \cos\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \varphi\right) \right] \quad (8)$$

Поверхность (8) и ее сечение плоскостью $z(t, \varphi) = 0$ показаны на рис. 7

Семейство кривых, связанных с прямой, катящейся по окружности

Третье семейство кривых образуется в результате качения начальной прямой, с которой связана исходная кривая, по центроиде инструмента (рис. 8). Это семейство записывается уравнениями

$$\begin{aligned} x_{vp} &= x(t) \cdot \cos \varphi - y(t) \cdot \sin \varphi + \\ &\quad + R \cdot (\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi), \\ y_{vp} &= x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi - \\ &\quad - R \cdot (\cos \varphi + \varphi \cdot \sin \varphi) \end{aligned} \quad (9)$$

По аналогии с изложенным ранее, соответствующая этому семейству квазивинтовая поверхность (рис. 9) определяется уравнениями

$$\begin{aligned} x_{vp} &= x(t) \cdot \cos \varphi - y(t) \cdot \sin \varphi + \\ &\quad + R \cdot (\sin \varphi - \varphi \cdot \cos \varphi), \\ y_{vp} &= -x(t) \cdot \sin \varphi + y(t) \cdot \cos \varphi - \\ &\quad - R \cdot (\cos \varphi + \varphi \cdot \sin \varphi), \end{aligned} \quad (10)$$

$$z_{vp} = p \cdot \varphi,$$

а связь параметров t и φ определяется зависимо-

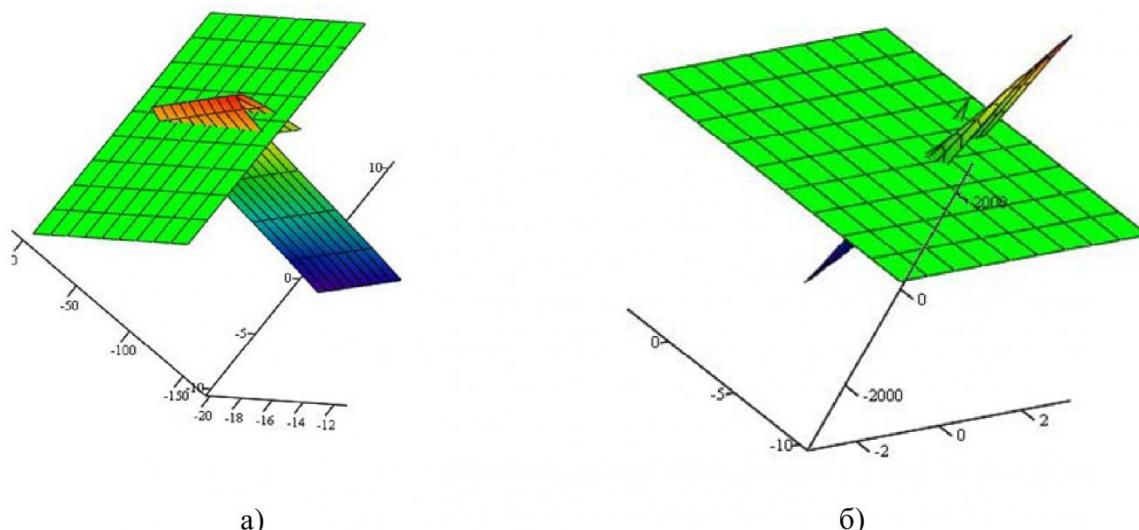


Рис. 7. Модели поверхностей, заданных уравнением (4), и их линии нулевого уровня, как графики решения уравнения связи параметров t и φ ; а) для семейства, образованного 1-м участком кривой t ; б) для семейства, образованного 2-м участком кривой t .

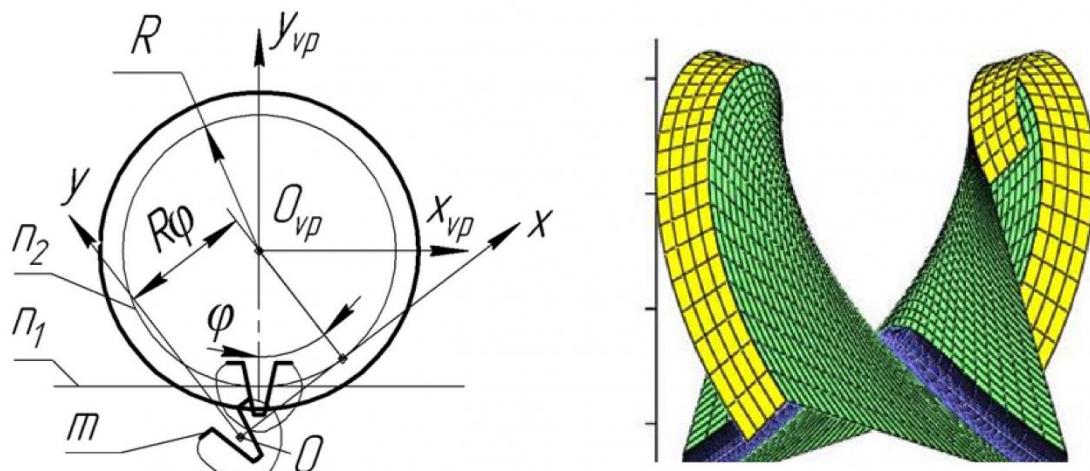


Рис. 8. Качение центроиды рейки по центроиде детали: Π_1 , Π_2 – центроиды рейки и детали, соответственно; π – кривая, связанная с прямой; $0xy$ – подвижная система координат; $0x_{vp}y_{vp}z_{vp}$ – неподвижная система координат

стью

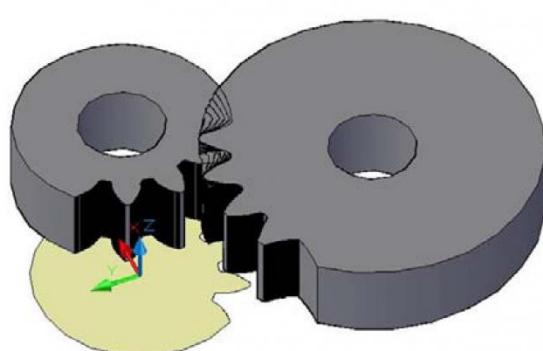


Рис. 10. Компьютерное твердотельное моделирование процесса формообразования детали долблением

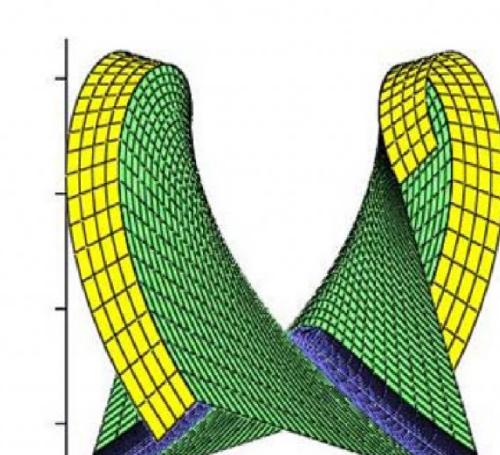


Рис. 9. Ортогональная проекция квазивинтовой поверхности на плоскость, перпендикулярную оси z_{vp} .

$$x(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} + y(t) \cdot \frac{dy(t)}{dt} - R \cdot \frac{dx(t)}{dt} \cdot \varphi = 0 \quad (11)$$

Уравнение поверхности, используемой для визуального исследования связи параметров t и φ , имеет вид

$$z(t, \varphi) = x(t) \frac{dx(t)}{dt} + y(t) \frac{dy(t)}{dt} - R \cdot \frac{dx(t)}{dt} \cdot \varphi. \quad (12)$$

Приведенные результаты можно рассматривать как первый этап решения задачи формообразования с использованием полигональных моделей вспомогательных поверхностей. Следующим этапом, позволяющим получить количественные характеристики исследуемых объектов, может быть их твердотельное моделирование с применением известных САПР. Пример такого моделирования показан на рис. 10.

Выводы

Полученная геометрическая и компьютерная модели вспомогательной поверхности позволяет

а) проводить качественную оценку формы огибающей семейства плоских кривых;

б) оперативно, как дискретно так и в режиме анимации, исследовать влияние радиуса центроиды детали на форму профиля инструмента;

с) корректировать форму профиля детали с последующей визуализацией изменений в профиле инструмента.

Анализ линии нулевого уровня введенных поверхностей, моделирующей график уравнения

связи параметров кривой и движения, позволяет установить:

а) границы изменения параметров кривой и движения;

б) возможные особенности как на контуре поверхности, так и на ее очерке, а значит на огибающей семейства плоских кривых.

Так как рассматриваемые кинематические схемы являются не только самостоятельными, но и промежуточными, то приведенные модели применимы при формообразовании различных типов обкаточного инструмента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лашнев С. И.* Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ. / С. И. Лашнев, М. И Юликов. – М.: Машиностроение, 1975. – 392 с.
2. *Люкшин В.С.* Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. / В. С. Люкшин. – М.: Машиностроение, 1967. – 372 с.
3. *Чемборисов Н. А.* Обзор методов профилирования червячной фрезы для зубчатых венцов / Н. А. Чемборисов, Т. Г. Девжеева // Металлообработка. – 2010. – № 4. – С. 2-6.
4. Моделирование формообразования сложных поверхностей деталей / А. А. Ляшков [и др.] // Металлообработка. – 2010. – № 4. – С. 36-42.
5. *Ляшков А.А.* Программа компьютерного моделирования процесса формообразования зубчатых колес методом обкатки инструментальной рейкой и долбяком./ А. А. Ляшков. – М.: ВНТИЦ, 2008. – № 50200802071.
6. *Ляшков А.А.* Программа компьютерного моделирования процесса формообразования винтовой поверхности детали инструментальной рейкой и червячной фрезой. / А. А. Ляшков. – М.: ВНТИЦ, 2010. – № 50201001024.
7. *Ляшков А. А.* Профилирование обкаточного инструмента по вспомогательной поверхности / А. А. Ляшков, Л. К. Куликов // Омский научный вестник. – 1990. – № 9. – С. 73-74.

Авторы статьи:

Ляшков

Алексей Ануфриевич,
канд.техн.наук., доцент каф. “Начертательная геометрия, инженерная и
компьютерная графика” (Омский го-
сударственный технический университе-
титет)

E-mail: 3dogibmod@mail.ru

Канева

Юлия Александровна,
магистрант по направлению “Ин-
форматика и вычислительная техни-
ка” (Омский государственный тех-
нический университет)
Тел. (3812) 65-36-45