

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.876.5

А.С.Сорокин

### АЛГЕБРА ПРОЦЕССА МОДЕЛИРОВАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК

#### 1. Алгебра процесса для моделирования характеристик

В этом разделе представлены некоторые предпосылки для того, чтобы использовать алгебру процесса для моделирования характеристик. Их можно расценивать как результат трех различных задач для анализа характеристик, которые были идентифицированы в последние годы [1 - 6].

##### Интегрирование анализа характеристик в проектируемые системы

Некоторые авторы указывают на значимость своевременного рассмотрения аспектов характеристик проектируемой системы [7 - 9]. Однако большинство авторов выдвигают на первый план ограничения, с которыми это практически происходит.

##### Представление систем как моделей

Ограниченные возможности организации очередей в сетях выдвинули на первый план события в компьютерах и телекоммуникациях систем.

##### Модельная разрешимость

Необходимо разрешение моделей таких раз мерностей и сложности, с помощью которых можно было бы смоделировать многие современные системы. Это привело к значительному интересу к методам модельного упрощения и агрегирования [10 - 13].

Ниже будет объяснено, как для каждой из этих задач алгебры процесса моделируют парадигму значения характеристик. Рассматривается использование алгебр процесса как расчетной методологии; стиля, в котором алгебры процесса рассматривают системы и аппарат, разрабатываемый алгебрами, для того чтобы появилась возможность управлять моделями.

##### 1.1. Алгебра процесса как расчетная методология

Стиль алгебры процесса описания системы близок к способу, который предлагают проектировщики системы и принимают как расчетную методологию [14, 15], особенно в области систем коммуникации и протоколов проекта. Язык для моделирования характеристик предполагает возможность более глубокого интегрирования анализа характеристик в расчетную методологию с помощью алгебры процесса. Модели характеристик могут быть сформированы с помощью ан-

нотации существующего описания расчетной системы [16, 17]. Это имеет применение в практике оценки характеристик и проверке расчетов моделей.

Некоторые исследователи используют формализм при описании моделирования характеристик системы. Примеры содержатся в SDL (Спецификация и описание языка) [16, 18] и в ACP (Алгебра Коммуникационных Процессов) [16, 19 - 21].

Использование описания такого формального языка позволяет не только производить интегрирование характеристик, моделируемых в процессе расчета, но и предоставлять возможность качественного и количественного моделирования с использованием того же самого описания системы. Альтернативный подход к этому интегрированию моделирования аспектов представлен в [22]. Ранее при работе в CUPID [23, 24] CCS (Исчисление Коммуникационных Систем) использовался как канонический язык представления.

##### 1.2. Парадигма «Кооператор» и иерархические модели

Описание алгебры процесса представляет систему как совокупность активных агентов, которые кооперируясь, определяют поведение системы. Эта парадигма «кооператор» (в противоположность *оператору* и *операнду*), соответствует тому, чтобы моделировать современные компьютерные системы.

Системы не соответствуют традиционным моделям последовательного потока контроля и ресурса распределения при моделировании парадигмы установленных характеристик.

Например, в распределенных системах и системах коммуникаций у компонентов есть автономия и структура – одна из форм кооперации. В моделях алгебры процесса все элементы системы имеют равный статус; модель определяет их индивидуальное поведение и взаимодействие.

Подобная возможность предлагается для стохастического расширения сетей Петри [25 - 27]. Однако, кроме того, алгебра процесса включает механизмы для композиции и абстракции, так же как аппарат для композиционного доказательства, которые отсутствуют в методах моделирования характеристик [28, 29]. Эти ме-

ханизмы, которые являются неотъемлемой частью языка, облегчают систематическое конструирование больших моделей с иерархической структурой.

Стиль описания системы алгеброй процессов полностью иллюстрирован социологическими исследованиями, представленными в [2- 6]. Изученная система опроса с многочисленными серверами не может быть разрешена с использованием обычных моделей организации очередей сети.

### **1.3. Структура моделей**

Модельное упрощение и методы агрегирования часто основаны на условиях, выраженных в элементах основного марковского процесса или его образующей матрицы. Для достаточно больших систем размерность пространства состояний может препятствовать генерированию и сохранению полного Марковского процесса [12].

Структура, полученная с помощью моделей алгебры процесса, предлагает возможность представления упрощения модели и методы агрегирования, основанные на описании системы, а не основной стохастической модели. Кроме того, композитивность алгебры процесса позволяет использовать методы, которые будут применены к части модели, поддерживая целостность модели в целом.

Формальное определение алгебры процесса является основанием для сравнения и управления модели в пределах формальной структуры. В частности, разработано понятие эквивалентности, основанное на формальном определении, которое позволяет одну модель, или часть её, заменить на другую, сохраняя то же самое поведение.

Данная работа является композитивной и представляет собой часть алгебры процесса и её применением для моделирования характеристик. Этот язык поддерживает композиционный подход к типовой конструкции, приводящей к моделям, которые легко модифицируются. Структура, представленная в модели, может быть использована для модельной манипуляции и упрощения.

В специфических модельных методах упрощения, которые не подвержены генерированию, представлено полное пространство состояний основного стохастического процесса. Так как эти методы определены формально в терминах рабочей семантики PEPA, они представляют потенциал для автоматизации или машинной обработки модельного упрощения.

## **2. Работы в области моделирования характеристик**

Проделанная работа показывает, как алгебра процесса была применена к характеристикам моделирования. Принятые подходы значительно изменяются. Большая часть представленной работы проделана в области моделирования характеристик, и является мотивом для применения

привлекательных особенностей алгебры процесса.

### **2.1. Работа над техническими условиями протоколирования**

Предварительная работа явилась результатом рассмотрения правильности протоколов коммуникации и распознания того, что выбор времени поведения часто не принимался во внимание во время протоколирования, намереваясь впоследствии рассматривать задачи [23]. Язык CUPID для окружающей среды был претенциозный проект, начатый в начале 1980-ых, стремящийся к интегрированию и автоматизации технических условий протоколирования и инструментального выполнения [23]. Центральным подходом было единственное представление системы, разработанной в алгебраической форме, основанной на значении, представляющем CCS. Альтернативой представлениям системы могли быть канонические представления, разработанные для различных целей во время протекания процесса. Кроме того, переход к различным представлениям был формально определен и гарантирована последовательность различных представлений.

Для того чтобы выполнить анализ характеристик в [23] авторы определяют формальную процедуру, отображающую каждый вход агента функцией распределения, определяющей задержку, соответствующую присоединенному действию. Последовательная композиция (префикс) отображена на свертку, и выбор отображен на выпуклую комбинацию соответствующих распределений. Для того, чтобы вычислить критерий качества работы, сформировано дерево выполнения (производное дерево) и соответствующее распределение присоединено к каждой ветви с вероятностью того, что ветвь выполнена. Альтернативный подход к оценке характеристик производится с помощью модели, разработанной присоединением подходящих элементов алгебры в каноническом представлении. В [24] каноническое представление было дополнено так, чтобы стать вариантом языка CCS, в котором выполняется строгое взаимно-однозначное соответствие между сопряженными входами, а действия синхронизации заменяются маркированными.

В [30] используется вариант, применяющий временной CSP для анализа характеристик спецификаций протокола.

При этом подходе *стохастический детерминизм* представлен как оператор следов проекций, полученных с помощью процессов временного CSP.

Это порождает вероятностный выбор, гарантирующий равнодоступность и позволяющий упорядочивать вероятности в таких случаях, как сбои и отказы. Таким образом, предлагается, чтобы проектировщики определяли прием-

лемые вероятности ошибок и использовали спецификации, гарантирующие это превышение.

## 2.2. Язык TIPP (Временной Процесс Оценки Характеристик)

Эта работа даёт возможность рассматривать особенности характеристик развивающихся систем, в частности, распределенных систем [28]. Подходящими для моделирования таких систем являются алгебры процесса в силу их композитивности.

Первоначально работа выполнялась с помощью алгебры процесса EXL, которая была вариантом CSP, где случайная величина ассоциирована с каждым случаем и заменена вероятностным оператором недетерминированным выбором [28]. Этот язык развивался в рамках TIPP.

Язык включает в себя три основных способа взаимодействия поведений: последовательное выполнение, конкуренция и параллельное выполнение. Они представлены соответственно такими комбинаторами языка, как префикс, выбор и композиция. Функция распределения  $F_a$  ассоциирована с каждым действием  $a$ , и рассматривается как фиксированное свойство действия, т. е. во всех случаях она будет той же самой функцией распределения. О природе функции распределения не делается никаких предположений, но в более поздних работах рассматриваются подмножества языка, в которых предполагается, что все они распределены по экспоненте [31]. Основной язык также включает скрытый оператор и операцию рекурсии. Расширенные версии языка включают вероятностный выбор, последовательную комбинацию ( $;$ ) и асимметричную синхронизацию.

Рабочая семантика языка дана в терминах переходов, маркированных действий, распределения задержек и ссылок на начало счетчика натуральных чисел.

Это используется, для того чтобы указать численность законченных сроков службы прерванных процессов. Дополнительные метки не нужны, когда сделаны ограничения на показательную функцию распределения. В отличие от работ с PEPA предполагается, что семантические правила производят граф, как это делается в CCS, а не мультиграф.

Таким образом, для того чтобы утверждать о достоверном поведении относительно распределений вероятности в случаях одного и того действия вводятся различные дополнительные обозначения [32]. При необходимости левые и правые метки могут быть связаны естественным способом.

Для общего подхода анализа характеристик используется язык, аналогичный CUPID.

Выбор времени информации берется из графа модели. Времена распределения ассоциируются с дугами этого графа, который получен

с помощью рабочей семантики. Время выполнения любого поддерева может быть вычислено с помощью вероятности соответствующего следа и времени выполнения для каждой ветви, с использованием свертки и выпуклой комбинации функций распределения. Анализ установившегося состояния основного стохастического процесса используется, когда предполагается, что все распределения экспоненциальные.

Работа с помощью TIPP показала практичность подхода алгебры процесса к моделированию характеристик. Модели, разработанные в TIPP, могут успешно использоваться для получения операторов и выбора свойств поведения временных систем, таких как протокол коммуникации и систем мультипроцессоров [31, 32].

## 2.3. Язык CCS+ (Расширение Исчисления Коммуникационных Систем)

В [33] разработано расширение CCS с целью исследования моделей, представляющих характеристики систем. Язык CCS+ предполагает такую семантику моделирования, которая способствует развитию моделей с большей доступностью, чем ранее.

Рабочая семантика языка содержит три представления системы перехода: вероятностное, воздействующее и временное. Выбор вероятностных решений реализуется с помощью выделения значений случайных величин, представляющих задержки в системе на графиках соответствующих распределений. Вычисление системы достигается с помощью действий, приводящих к маркированным переходам. Оперативные переменные в языке представляют времена моделирования, но не время вычисления, и они обновляются с течением времени.

Это означает, что язык может использоваться для установления свойств моделирования. Используя формальные правила на синтаксическом уровне, можно осуществлять преобразования в некоторой более желательной форме. Для этих целей используются сильное и слабое бимоделирования [2-5]. Установлены отношения между выражениями языка CCS+ и обобщенным полумарковским процессом (GSMP).

Строгое биподобие, вообще говоря, не предоставляет достаточно полную информацию о вероятностном поведении компонент основных марковских процессов для получения любых отношений между ними.

## 2.4. Связь языка DEMOS с TCCS (временной CCS) и WSCCS

Язык WSCCS - это расширение SCCS, в котором используются веса для определения вероятностей. Здесь недетерминированный выбор заменен на вероятностный и расставленный по приоритетам выбор.

Язык PCCS подобен языку SCCS, но с вероятностным выбором, заменяющим недетерминированный выбор.

В работах [34, 35] иллюстрируется другое использование алгебр процесса для дискретных моделей. Эти работы стремятся объединить анализ функциональных свойств систем с развитием дискретного моделирования.

В [34] используется компактная графическая система обозначений для представления систем высокого уровня.

Этот граф может быть автоматически преобразован в языковую программу DEMOS моделирования процессов взаимодействия [36], подходящую для моделирования системы и получения особенностей характеристик. Альтернативно, это же может быть преобразовано в выражение для TCCS, которое анализируется для исследования функциональных свойств системы. В [35] предложен более прямой подход получения программ моделирования в CCS.

## 2.5. Эквивалентность характеристик как бимоделирование

В [37] для моделирования характеристик используется алгебра процесса. Каждому действию соответствует фиксированное время, определенное как натуральное число. Предполагается, что у каждого агента есть собственное время, которое обновляется каждый раз по окончании действия. Всякий раз, когда между двумя агентами происходит синхронизация, их времена согласуются. Это соответствует предположению, что первый агент, достигающий синхронизации, будет ждать второго. Бимоделирование определено, так что если агенты способны выполнять те же самые действия в том же самом промежутке времени, то это называют **эквивалентностью характеристик**. Отметим, что это отношение не конгруэнтно [3 -5].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А.С. Парадигмы программирования и алгебра процесса моделирования характеристик. // Вестник КузГТУ, 2011. № 4 . С. 77-82.
2. Сорокин А.С. Подход к моделированию характеристик на основе понятий эквивалентности. // Вестник КузГТУ, 2011. № 1 . С. 128-136.
3. Сорокин А.С. Подход к моделированию характеристик на основе строгих биподобия и бимоделирования.// Вестник КузГТУ., 2009. № 6 . С. 107-119.
4. Сорокин А.С. Моделирование характеристик на основе строгих биподобия и бимоделирования.// Моделирование, программное обеспечение и научноемкие технологии в металлургии. Тр. Третьей всероссийской конф. Новокузнецк, 2011. С. 140-145.
5. Сорокин А.С. Моделирование характеристик на основе отношений между строгим биподобием и марковским процессом.// Моделирование, программное обеспечение и научноемкие технологии в металлургии. Тр. Третьей всероссийской конф. Новокузнецк, 2011. С. 146-149.
6. Малышев В.А. О математических моделях сетей обслуживания// Автоматика и телемеханика. 2009. №12. С. 9-15.
7. Beilner H. Structured Modelling - Heterogeneous Modelling. In Proc. of the European Simulation Multiconference. //Univeristy of Dortmund, Informak IV, SCS, June 1989.
8. Opdahl A.L. Performance Engineering During Information System Development.//PhD thesis, Norwegian Technical High School, Trondheim, 1993
9. Yemini Y., Kuros J. Towards the Unification of the Functional and Performance Analysis of Protocols, or Is the Alternating-Bit Protocol Really Correct? In C. Sunshine, editor, Protocol Specification, Testing and Verification, volume II. North Holland (IFIP), 1982.
10. Schweitzer P. A Survey of Aggregation-Disaggregation in Large Markov Chains. In W.J. Stewart, editor//Numerical Solution of Markov Processes, chapter 4,. Marcel Dekker, 1990.
11. Balbo G., Bruell S.C., Ghanta S . Combining Queueing Networks and Generalized Stochastic Petri Nets for the Solution of Complex Models of System Behaviour.//IEEE Transactions on Computers, 37(10), October 1988.
12. Buchholz P. Hierarchical Markovian Models - Symmetries and Reduction. In R.J. Pooley and J. Hillston, editors, Computer Performance Evaluation: Modelling Techniques and Tools, volume 10 of EDITS. Edinburgh University Press,August 1993.
13. Henderson W., Lucic D. Aggregation and Disaggregation Through Insensitivity in Stochastic Petri Nets.//Performance Evaluation, 17(2), March 1993.
14. LOTOS I.S.O. A Formal Description Technique Based on the Temporal Ordering of Observational Behaviour. IS 8807, TC97/SC21, 1989.
15. Koomen C.J. The Design of Communicating Systems: A System Engineering Approach. Kluwer, 1991.
16. Bochmann G.V., Vaucher J. Adding Performance Aspects to Specification Languages. In S. Aggarwal and K. Sabnani, editors, Protocol Specification, Testing and Verification, volume VIII. North Holland (IFIP),

1988.

17. *Valderruten A., Hjiej O., Benzekri A., Gazal D.* Deriving Queueing Networks Performance Models from Annotated LOTOS Specifications. In R.J. Pooley and J. Hillston, editors, Computer Performance Evaluation '92: Modelling Techniques and Tools, 1992.
18. *Bause F., Buchholz P.* Protocol Analysis using a timed version of SDL. In Proc. of 3rd. International Conference on Formal Description Techniques (FORTE '90), Madrid, Spain, November 1990
19. *Hillebrand J.A.* The ABP and the CABP - a comparison of performances in real time process algebra. Technical Report P9211, Programming Research Group, University of Amsterdam, 1992.
20. *Dembinski P., Dubkowski S.* Simulating Estelle Specifications with Time Parameters. In H. Rudin and C.H. West, editors, Protocol Specification, Testing and Verification, volume VII. North Holland (IFIP), 1987.
21. *Wang C-Y., Trivedi K.S.* Integration of Specification for Modelling and Specification for System Design. In M. Ajmone Marsan, editor, Application and Theory of Petri Nets. Springer-Verlag, 1993.
22. *Pooley R.J.* Deriving Functional Properties of Process Based Simulation Models. In J. Hillston and F. Moller, editors, Proceedings of the Workshop on Process Algebra and Performance Modelling, number CSR-26-93 in Technical Reports. Department of Computer Science, University of Edinburgh, May 1993.
23. *Yemini Y., Nounou N.* CUPID: A Protocol Development Environment. In H. Rudin and C.H. West, editors, Protocol Specification, Testing and Verification, volume III. North Holland (IFIP), 1983.
24. *Nounou N., Yemini Y.* Algebraic Specification-Based Performance Analysis of Communication Protocols. In Y. Yemini, R. Strom, and S. Yemini, editors, Protocol Specification, Testing and Verification, volume IV. North Holland (IFIP), 1985.
25. *Marsan M.A., Conte G., Balbo G.* A Class of Generalised Stochastic Petri Nets for the Performance Evaluation of Multiprocessor Systems.//ACM Transactions on Computer Systems, 2(2), May 1984.
26. *Dugan J.B., Trivedi K.S., Geist R.M., Nicola V.F.* Extended Stochastic Petri Nets: Applications and Analysis. In E. Gelenbe, editor, Performance '84. Elsevier Science Publishers, 1984.
27. *Meyer J.F., Movaghfar A., Sanders W.H.* Stochastic activity networks: Structure, behavior and application. In Proc of Int. Workshop on Timed Petri Nets, Torino, Italy., 1985. //IEEE Computer Society Press.
28. *Herzog U.* Formal description, time and performance analysis: A framework. Technical Report 15/90, //IMMD VII, Friedrich-Alexander-Universit.at, Erlangen-Nurnberg, Germany, September 1990.
29. *Hillston J.* System Description Formalisms and Performance Evaluation. IMSE project deliverable D4.4-2, (Edinburgh University), BNR Europe Ltd, London Road, Harlow, Essex, UK, December 1991.
30. *Zic J.J.* Extensions to Communicating Sequential Processes to allow Protocol Performance Specification. ACM Computer Communication Review, 17(5), 1987. Special Issue: SIGCOMM'87 Workshop on Frontiers in Computer Communications Technology.
31. *Gotz N., Herzog U., Rettelbach M.* TIPP - A Stochastic Process Algebra. In J. Hillston and F. Moller, editors, Proc. of the Workshop on Process Algebra and Performance Modelling. Department of Computer Science, University of Edinburgh, May 1993.
32. *Gotz N., Herzog U., Rettelbach M.* Multiprocessor and Distributed System Design: The Integration of Functional Specification and Performance Analysis using Stochastic Process Algebras. In Performance'93, 1993.
33. *Strulo B.* Process Algebra for Discrete Event Simulation. PhD thesis, Imperial College, 1993.
34. *Pooley R.J.* Deriving Functional Properties of Process Based Simulation Models.//PhD thesis, Department of Computer Science, University of Edinburgh, 1995.
35. *Birtwistle G., Pooley R.J., Tofts C.N.M.* Characterising the Structure of Simulation Models in CCS. //Transactions of the SCS, 10(3), 1993.
36. *Birtwistle G.* DEMOS: Discrete Event Modelling On Simula. MacMillan, 1978.
37. *Gorrieri R., Rocetti M.* Towards Performance Evaluation in Process Algebras. In Proc. of the 3rd Int. Conference on Algebraic Methodology and Software Technology, 1993.

□ Автор статьи:

Сорокин  
Андрей Семенович,  
канд. физ.-мат.наук,  
доцент, ст.н.с.  
(филиал КузГТУ , г. Новокузнецк).  
Тел.: 8(3843) 772459