

ФИЗИКА ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 622.235(088.8): 519.21

Д.Ю. Сирота

ЗАВИСИМОСТЬ ПОТЕНЦИАЛА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ГОРНЫХ ПОРОД ОТ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ НАПРЯЖЕНИЯ

В данной заметке продолжаются исследования зависимости величины потенциала ЭП от механического напряжения в образце горной породы. В работах [1 – 4] Б.Г. Тарасов, В.В. Дырдин, В.В. Иванов, Д.В. Алексеев эта зависимость исследовалась при постоянном во времени давлении; в работе [5] полученная зависимость была обобщена на случай периодического давления. Настоящая заметка посвящена обобщению первоначальной зависимости на случай экспоненциально изменяющегося давления.

Напомним, что основой для получения зависимостей служит система дифференциальных уравнений (непрерывности тока, амбиполярной диффузии, Пуассона):

$$\frac{\partial n^\pm}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{i}_\pm, \quad (1)$$

$$\vec{i}_\pm = \pm \frac{q n^\pm D^\pm}{kT} \vec{E} - D^\pm \nabla n^\pm - \frac{D^\pm n^\pm \Omega^\pm \nabla P}{kT}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{q(n^+ - n^-)}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (3)$$

где q – заряд точечных дефектов (cationных и анионных вакансий), Кл; n^\pm, Ω^\pm – соответственно концентрация и дилатация для каждого типа носителей, м⁻³, м³; D^\pm – коэффициент самодиффузии дефектов положительного и отрицательного знака, м²/с; \vec{E} – напряженность поля проводимости, В/м; P – среднее давление в каждой точке кристалла, Па; $\epsilon \epsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость кристалла, Ф/м; \vec{i}_\pm – вектор потока точечных дефектов положительного и отрицательного знаков.

Далее будем полагать, что в уравнениях (1 – 3) напряжение изменяется во времени по закону $P = P \cdot \exp(-\lambda t)$, где сомножитель λ 1/с характеризует скорость затухания напряжения. При $\lambda = 0$ напряжение переходит в стационарный режим.

По аналогии с [4] введем в (1 – 3) новые переменные $N = n^+ + n^-$, $\delta N = n^+ - n^-$ и выполним преобразование Фурье полученных систем

по координатам x, y, z . Тогда с учетом дефектов структуры образца по Schottky и Френкелю системы дифференциальных уравнений будут иметь вид:

для дефектов структуры по Schottky:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\delta N)' = -(A_2 + D\omega^2)\delta N - \beta D\omega^2 N + \\ \quad + \beta A_3 \omega^2 P \exp(-\lambda \cdot t); \\ (N)' = -\beta(A_2 + D\omega^2)\delta N - \\ \quad - D\omega^2 N + A_3 \omega^2 P \exp(-\lambda \cdot t), \end{array} \right. \quad (4)$$

для дефектов структуры по Френкелю:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\delta N)' = -(A_2 + D\omega^2)\delta N - \beta D\omega^2 N - \\ \quad - A_3 \omega^2 P \exp(-\lambda \cdot t); \\ (N)' = -\beta(A_2 + D\omega^2)\delta N - D\omega^2 N - \\ \quad - \beta A_3 \omega^2 P \exp(-\lambda \cdot t), \end{array} \right. \quad (5)$$

где $A_2 = 2/(\rho \epsilon \epsilon_0)$, $A_3 = 2\Omega/(\rho q^2)$,

$$1/\rho = q^2 n D / (kT),$$

$$\beta = [D^+ - D^-]/[D^+ + D^-],$$

$$D = (D^+ + D^-)/2,$$

$\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2$ – параметр Fourier-преобразования Фурье,

Для решения системы (4) преобразуем ее к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка.

$$(\delta N)''_{tt} + \mu(\delta N)'_t + \eta \cdot \delta N = -\lambda \beta A_3 \omega^2 P \exp(-\lambda t) \quad (6)$$

где

$$\mu = A_2 + 2D\omega^2, \eta = (1 - \beta^2)D\omega^2(A_2 + D\omega^2)$$

Произведем порядковые оценки для значений выражения μ . Величину D оценим из выражения [6]:

$$D = D_0 \exp(-U_0/k_B T), \quad (7)$$

где $D_0 \approx 2,0 \cdot 10^{-4}$, м²/с; U_0 – энергия активации, Дж; $k_B \approx 1,3805 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, Дж/K; $T = 293$ – температура, К.

Энергия активации по данным работы [6] для LiF, LiCl, LiBr варьируется в пределах

$U_0 \approx (0,496 \sim 1,5) \cdot 10^{-19}$ Дж. Тогда величина $D \approx [10^{-11} \sim 10^{-22}]$, м²/с. Далее, если значимыми являются первые сотни гармоник, то $\omega^2 = 10^4$ и $D \cdot \omega^2 \approx [10^{-7} \sim 10^{-18}]$. Так как $\varepsilon\varepsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, то при $\rho = 10^2 \sim 10^{10}$ Ом•м величина $A_2 = \frac{2}{\rho\varepsilon\varepsilon_0} \approx 2,3 \cdot (10 \sim 10^9)$. Т.о. величиной $D \cdot \omega^2$ при указанных предположениях в выражениях для μ и η можно пренебречь. Следовательно, $\mu \approx A_2$, $\eta \approx (1 - \beta^2)D\omega^2$.

Запишем общее решение уравнения (6) в виде суммы решения однородного уравнения и частного решения, соответствующего правой части уравнения (6).

$$\delta N(t, \omega) = c_1 \exp(k_1 t) + c_2 \exp(k_2 t) + (\delta N)^*, \quad (8)$$

где

$$k_{1,2} = 0,5 \cdot \sqrt{-A_2 - 2D\omega^2 \pm \sqrt{[A_2^2 + 4\beta^2 D\omega^2 (A_2 + \omega^2 D)]^{1/2}}}$$

c_1, c_2 – константы интегрирования.

Выражение для $(\delta N)^*$ в случае дефектов структуры по Schottky будет иметь вид:

$$(\delta N)^* = \frac{-\beta \cdot \lambda \cdot \omega^2 \cdot A_3}{\lambda^2 - \mu \cdot \lambda + \eta} P \exp(-\lambda \cdot t). \quad (9)$$

Решим систему (5). Обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка будет в этом случае иметь вид:

$$(\delta N)''_{tt} + \mu \cdot (\delta N)'_t + \eta \cdot \delta N = \\ = [(\beta^2 - 1)D\omega^4 A_3 + \lambda A_3 \omega^2] P \exp(-\lambda \cdot t). \quad (10)$$

Отличие (10) от (6) заключается только лишь в правой части, а, следовательно, в частном решении $(\delta N)^*$, которое в случае дефектов структуры по Френкелю будет иметь вид:

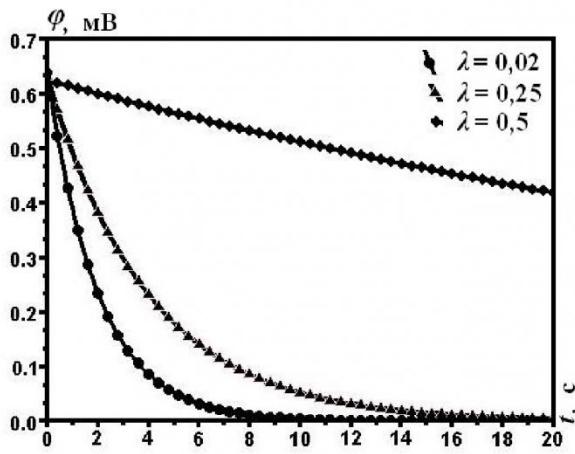


Рис. 1

$$(\delta N)^* = \frac{(\beta^2 - 1)D\omega^4 A_3 + \omega^2 \lambda \cdot A_3}{\lambda^2 - \mu \cdot \lambda + \eta} P \exp(-\lambda t) \quad (11)$$

Аналогично [4] рассмотрим два частных случая: 1) $D^+ \approx D^-$ и 2) $D^+ \gg D^-$, $D^+ \ll D^-$ или $\beta \approx 0$ и $\beta \approx \pm 1$.

Пусть $\beta \approx 0$. В этом случае выражение (9) обратится в нуль, что будет означать независимость величины потенциала ЭП от давления в случае дефектов структуры по Schottky. Отметим, что в рассматриваемом случае выражение $(\delta N)^*$ обращается в ноль и для постоянного и для периодического давления [5]. Таким образом, можно выдвинуть гипотезу, что для дефектов структуры по Schottky в случае равенства коэффициентов самодиффузии величина ЭП не зависит от давления.

Выражение (11) преобразуется к виду:

$$(\delta N)^* = \frac{\omega^2 \cdot (\lambda - D\omega^2) \cdot A_3}{\lambda^2 - A_2 \cdot (\lambda - D\omega^2)} P \exp(-\lambda t). \quad (12)$$

Сделаем порядковые оценки величин, входящих в выражение (12). Так как $D \cdot \omega^2 \approx [10^{-7} \sim 10^{-18}]$, то при $\lambda \geq 10^{-2}$ вкладом в общую разность произведения $D \cdot \omega^2$ можно пренебречь. Выражение (12) примет вид:

$$(\delta N)^* = \frac{\omega^2 \cdot A_3}{\lambda - A_2} P \exp(-\lambda \cdot t). \quad (13)$$

Подставляя полученное выражение в (3), получим уравнение для потенциала ϕ :

$$\nabla^2 \phi = -\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{A_3 \cdot \exp(-\lambda \cdot t)}{\lambda - A_2} \times \nabla^2 P(x, y, z).$$

Простейшее решение этого уравнения имеет вид:

$$\phi = -\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} \times \frac{A_3 \cdot \exp(-\lambda \cdot t)}{\lambda - A_2} \times P(x, y, z), \quad (14)$$

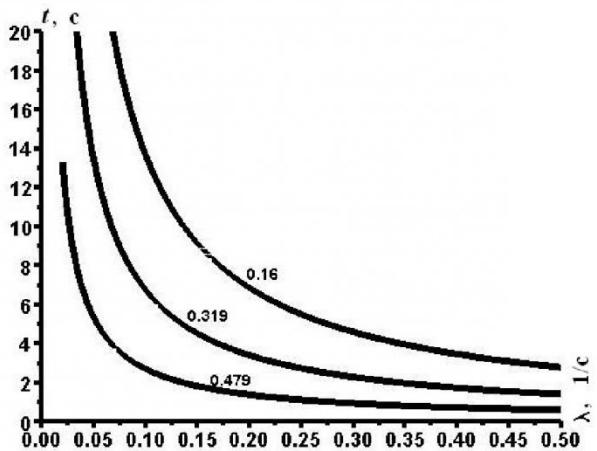


Рис. 2

и определяет зависимость между потенциалом ЭП и давлением в случае дефектов структуры по Френкелю.

Пусть теперь $\beta = \pm 1$, тогда $\eta = 0$. Выражение (9) для дефектов структуры по Schottky и выражение (11) для дефектов структуры по Френкелю преобразуются к виду (13). Следовательно, и в этом случае зависимость потенциала ЭП от напряжения будет определяться выражением (14).

Произведем расчет зависимости (14) при различных значениях входящих параметров. Т. к.

$$\begin{aligned} A_2 &= 2/(\rho \varepsilon \varepsilon_0), \quad A_3 = 2\Omega/(\rho q^2), \\ \varepsilon \varepsilon_0 &\approx 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad \Omega \sim 10^{-29} \text{ м}^3, \\ q \sim e &\approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}, \quad P = 10^7 \text{ Па}, \\ \text{то (14) преобразуется к виду:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= -\frac{\Omega \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \times P}{q \cdot (0,5 \cdot \varepsilon \varepsilon_0 \cdot \rho \cdot \lambda - 1)} = \\ &= -\frac{\exp(-\lambda \cdot t)}{7,092 \cdot [10^{-7} \sim 10] \cdot \lambda - 1,602 \cdot 10^3} \end{aligned} \quad (15)$$

Графики зависимости потенциала φ , мВ от времени t , с при заданном начальном напряжении

$P = 10^7$, Па и различных значениях параметра λ , 1/с приведены на рис. 1.

На рис. 2 приведены изолинии потенциала φ , мВ, как функции двух переменных t , с и λ при начальном напряжении $P = 10^7$ Па.

Аналогично можно получить зависимости между экспоненциально возрастающим до некоторого фиксированного значения механического напряжения и потенциалом ЕЭП.

Выводы.

1) Можно выдвинуть гипотезу, что для дефектов структуры по Schottky в случае равенства коэффициентов самодиффузии величина ЭП не зависит от давления.

2) Как для дефектов по Schottky, так и для дефектов по Френкелю зависимость между потенциалом ЭП и механическим напряжением определяется по одной и той же формуле не зависимо от соотношения между коэффициентами самодиффузии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарасов, Б. Г. Применение метода электрометрии для контроля за состоянием горных выработок в условиях рудника «Октябрьский» [Текст] / Б. Г. Тарасов и др. – В сб. «Вопросы рудничной аэрологии». – Кемерово, изд-во КузПИ, 1976, вып 4. – с. 250 – 257.
2. Тарасов, Б. Г. Геотектонические процессы и аномалии квазистационарного электрического поля в земной коре [Текст] / Б. Г. Тарасов, В. В. Дырдин, В. В. Иванов // ДАН СССР 1990. Т. 312. №5. – с. 1092 – 1095.
3. Алексеев, Д. В. Баротоки в твердых телах с диффузионным механизмом проводимости [Текст] / Д. В. Алексеев // ФТТ 1991, т. 33, №10 – с. 1456 – 1476
4. Тарасов, Б. Г. Физический контроль массивов горных пород [Текст] / Б. Г. Тарасов, В. В. Дырдин, В. В. Иванов, А. Н. Фокин. – М.: Недра, 1994. – 238 с.
5. Сирота, Д. Ю. Зависимость потенциала электрического поля от периодически изменяемого давления [Текст] / Сирота Д. Ю., Иванов В. В. // Вестник КузГТУ 2010 № 5. С. 63 - 67.
6. Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела [Текст] / Ч. Киттель. – М.: Наука, 1978. – 789 с.

□ Автор статьи:

Сирота
Дмитрий Юрьевич
– доцент каф. теоретической и горной
механики КузГТУ.
E-mail: sirotadm@gmail.com