

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 622.241.54

Н.В. Черданцев, В.Т. Преслер, В.Е. Ануфриев

ОБОСНОВАНИЕ СПОСОБА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД В НАТУРНЫХ УСЛОВИЯХ

В подавляющем большинстве случаев информацию о физико-механических свойствах горных пород, включающую упругие (модуль упругости E , коэффициент Пуассона ν) и механические (пределы прочности на сжатие σ_c и растяжение σ_p , коэффициент сцепления K , угол внутреннего трения ϕ) характеристики, получают в лабораторных условиях, разрушая на прессах (разрывных машинах) стандартные образцы обычно цилиндрической формы, называемые кернами, выбуриваемые из массива горных пород. Очевидно, что лабораторные исследования свойств горных пород не лишены недостатков. Во-первых, характеристики пород в образце могут существенно отличаться от характеристик породного массива. Во-вторых, получение наиболее полной информации о свойствах пород на произвольной глубине приконтурного массива с помощью кернов, регулярно выбираемых из приконтурного массива, - трудоёмкая и громоздкая задача, требующая значительных временных ресурсов.

В этой связи проблема непосредственного прямого определения физико-механических свойств приконтурного массива выработок весьма актуальна. Одним из способов ее решения в натурных условиях является, например, способ механического воздействия на массив, путём вдавливания в него пуансона. Зная нагрузку, действующую на пуансон, и его характеристики (форма и физико-механические свойства), можно рассчитать поле напряжений в массиве пород и установить размеры областей его предельного состояния, а после этого определить характеристики прочности массива. Таким способом можно определять характеристики массива не только на поверхности выработки, но и на некоторой глубине массива. Достаточно пробурить скважину и нагрузить в ней пуансон. Таким образом, создаются условия для оценки прочности приконтурного массива выработки.

Если в качестве пуансона принять шарик или тело со сферическим наконечником, то теоретической основой этого способа является решение классической контактной задачи Герца о вдавливании друг в друга тел вращения. В имеющейся классической и справочной литературе [1-5] отсутствует полное аналитическое описание распре-

делений напряжений и перемещений в произвольной точке любого из взаимодействующих тел. В большинстве источников решение задачи Герца заканчивается установлением размеров площадки контакта и закона распределения давления по ней. Наиболее полно решение задачи Герца приведено у А.И. Лурье [1]. Однако основные зависимости распределения напряжений приведены лишь вдоль одного направления. Для описания внедрения пуансона в горный массив необходимо знать законы распределения всех компонент тензорного поля напряжений. Поэтому в данной работе для понимания хода решения этой довольно сложной задачи и оценки полученных результатов кратко приведём предпосылки, на которых основана постановка контактной задачи. При изложении мы будем ориентироваться, в основном, на фундаментальный труд Лурье [1], посвящённый этой проблеме.

Известно, что в классической теории упругости существует два пути решения задач о распределении полей перемещений и напряжений в телах с внешним нагружением.

Первый путь – постановка задачи в перемещениях, когда за основные неизвестные принимаются три компоненты вектора перемещений u , v , w в точках деформируемого тела, соответственно, вдоль осей x , y , z . В результате имеем систему трёх дифференциальных уравнений в частных производных, полученную Ляме.

Второй путь – постановка задачи в напряжениях. Здесь неизвестными являются шесть компонент тензора напряжений σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} . Система шести дифференциальных уравнений в частных производных относительно этих напряжений получена Бельтрами и Митчеллом.

Обе системы приводятся во всех учебниках по теории упругости, в частности, [1-4]. В отсутствии объёмных (массовых) сил системы уравнений и Ляме, и Бельтрами-Митчелла приводятся к бигармоническим уравнениям, которые, как известно, являются уравнениями четвёртого порядка в частных производных. Их интегралы представляются в виде комбинации бигармонических функций. В общем случае (при произвольных граничных условиях) эти решения (функции) в замкнутом виде не представляются.

Однако в теории упругости существует класс задач (с определёнными граничными условиями), в которых бигармонические функции можно представить через гармонические функции, т.е. удовлетворяющие гармоническому уравнению Лапласа. Как известно, задача, в которой в некоторой области разыскивается функция, удовлетворяющая гармоническому уравнению и заданным условиям на ее границе, называется задачей Дирихле. В математической физике такие функции называются потенциалами. Следовательно, в подобных задачах потенциалы, являющиеся решениями задачи Дирихле, должны также удовлетворять и основным уравнениям теории упругости (Ляме или Бельтрами-Митчелла).

В теории упругости эти задачи, в основном, решаются в перемещениях, т.е. используются уравнения Ляме. При этом решение задачи разбивается на несколько этапов. Сначала решается более простая задача Дирихле, в ходе которой разыскиваются функции-потенциалы. Затем путем дифференцирования по координатам полученных потенциалов определяются соответствующие бигармонические функции перемещений. После этого с помощью уравнений Коши деформации выражают через перемещения. И, наконец, напряжения посредством закона Гука связываются с деформациями.

Одной из упомянутого класса задач является задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы на упругое полупространство и её модификация о действии распределённых в ограниченных областях нагрузки [1-4]. Эти нагрузки создаются, например, внедрением в среду на ограниченной области Ω жесткого штампа плоской или неплоской формы. В модифицированной задаче Буссинеска решениями задачи Дирихле являются два потенциала

$$\begin{aligned}\omega(x, y, z) &= \iint_{\Omega} \frac{p(x', y')}{R'} \cdot d\sigma', \\ \omega_1(x, y, z) &= \iint_{\Omega} p(x', y') \cdot \ln(R' + z) \cdot d\sigma'\end{aligned}\quad (1)$$

где

$$R' = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}.$$

Величины x, y, z – координаты произвольной точки полупространства, в котором определяются перемещения и напряжения.

Оси x, y расположены на поверхности полупространства (среды), ось z направлена вглубь среды. Величины x', y', z' – оси локальной системы координат, совпадающей по направлению z с глобальной системой координат, в которой определяется интенсивность распределённой нагрузки $p(x', y')$. В теории потенциала функция $\omega(x, y, z)$ называется потенциалом простого слоя. Отметим что функции $\omega(x, y, z)$ и $\omega_1(x, y, z)$ связаны соотношением $\frac{\partial \omega_1}{\partial z} = \omega$, которое очевидным образом

вытекает из (1).

Перемещения точек среды связаны с приведёнными потенциалами зависимостями вида

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{1}{4\pi \cdot G} \left[z \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} + (1 - 2\nu) \cdot \frac{\partial \omega_1}{\partial x} \right], \\ v &= -\frac{1}{4\pi \cdot G} \left[z \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} + (1 - 2\nu) \cdot \frac{\partial \omega_1}{\partial y} \right], \\ w &= \frac{1}{4\pi \cdot G} [2\omega \cdot (1 - \nu) - 1] \cdot z \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где ν – коэффициент Пуассона, G – модуль упругости второго рода.

Для получения напряжений воспользуемся законом Гука, в котором деформации связаны с перемещениями уравнениями Коши вида

$$\begin{aligned}\sigma_x &= 2G \frac{\partial u}{\partial x} + \Lambda = -\frac{1}{2\pi} \left[z \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + (1 - 2\nu) \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x^2} \right] + \frac{\nu}{G} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} \\ \sigma_y &= 2G \frac{\partial v}{\partial y} + \Lambda = -\frac{1}{2\pi} \left[z \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + (1 - 2\nu) \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial y^2} \right] + \frac{\nu}{G} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial z} \\ \sigma_z &= 2G \frac{\partial w}{\partial z} + \Lambda = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} - z \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} \right) \\ \tau_{xy} &= G \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{1}{2\pi} \cdot \left[z \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + (1 - 2\nu) \cdot \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x \partial y} \right] \\ \tau_{zx} &= G \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -\frac{1}{2\pi} \cdot z \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} \\ \tau_{yz} &= G \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = -\frac{1}{2\pi} \cdot z \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y \partial z}\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\Lambda = \frac{2\nu \cdot G}{1 - 2\nu} \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right).$$

Границные условия задачи – касательные напряжения отсутствуют на всей плоскости $z=0$, а нормальное к этой плоскости напряжение равно нулю только вне области соприкосновения штампа со средой, т.е. имеют место соотношения

$$\begin{aligned}z = 0: \quad \tau_{zx} &= \tau_{yz} = 0, \\ \sigma_z &= \begin{cases} 0, & z \not\subset \Omega, \\ -p(x, y), & z \subset \Omega \end{cases}.\end{aligned}\quad (4)$$

Известно, что нормальная производная потенциала простого слоя, распределённого по плоской области, является потенциалом двойного слоя, который определяется равенством

$$z = 0: \quad \frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{z \rightarrow +0} = \begin{cases} 0, & z \not\subset \Omega \\ -2\pi \cdot p(x, y), & z \subset \Omega \end{cases}. \quad (5)$$

Если поверхность штампа аппроксимируется в области её касания с плоскостью $z=0$ эллиптическим параболоидом

$$z = \frac{x^2}{2R_1} + \frac{y^2}{2R_2}, \quad (6)$$

то краевое условие задачи записывается следующим образом

$$\begin{aligned} w(x, y, 0) &= \delta - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x^2}{R_1} + \frac{y^2}{R_2} \right) = \\ &= \frac{1-\nu}{2\pi \cdot G} \iint_{\Omega} \frac{p(x', y') do'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} \end{aligned} \quad (7)$$

где δ - поступательное перемещение штампа, равное сумме его погружения в среду и перемещения на границе со средой, R_1, R_2 – радиусы главных кривизн нормальных сечений поверхности жёсткого штампа ($R_1 > R_2$).

Уравнение (1) является интегральным уравнением первого рода для искомого распределения нормального давления. В замкнутом виде оно не решается. Однако, поскольку поперечное сечение штампа в форме эллиптического параболоида является эллипсом, то область интегрирования Ω считается расположенной внутри эллипса, большая полуось которого a и эксцентриситет e наперёд не известны и определяются по величине прижимающей силы Q и радиусов R_1, R_2 . На контуре эллипса давление в соответствии с граничным условием (4) должно быть равно нулю. Это значит, что эпюра распределения этого давления есть поверхность полуэллипсоида, опирающегося на ограничивающий площадку соприкасания эллипс E_0 , который, являясь фокальным эллипсом, представляет одну из координатных поверхностей $\rho = \rho_0 = 1$ семейства эллипсоидов $\rho > 1$. Это обстоятельство позволяет для решения уравнения (7) ввести потенциал простого слоя на поверхности эллипсоида следующего вида

$$\omega = \frac{C}{2} \int_{\rho}^{\infty} \frac{d\lambda}{\Delta(\lambda)} \left(1 - \frac{x^2}{a^2 \lambda^2} - \frac{y^2}{a^2 (\lambda^2 - e^2)} - \frac{z^2}{a^2 (\lambda^2 - 1)} \right) \quad (8)$$

с плотностью

$$p(x, y) = \frac{C}{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2(1-e^2)}}, \quad (9)$$

где $\Delta(\lambda) = \sqrt{(\lambda^2 - e^2) \cdot (\lambda^2 - 1)}$, а постоянная величина C определяется из условия равновесия штампа, нагруженного сосредоточенной силой Q , приложенной вдоль его оси. Сила Q уравновешивается равнодействующей от распределённой по эллипсоидальному закону нагрузки

$$Q = \iint_{\Omega} p(x, y) \cdot do = \frac{1}{3} a \cdot C.$$

Отсюда $C = \frac{3Q}{a}$.

Подстановка потенциала (8) в уравнение (9) (с учётом выражения для C) приводит последнее к виду

$$\begin{aligned} \frac{2\pi G}{1-\nu} \left(\delta - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} \right) &= \\ &= \frac{3Q}{2a} \cdot \int_{1}^{\infty} \frac{d\lambda}{\Delta(\lambda)} \left(1 - \frac{x^2}{a^2 \lambda^2} - \frac{y^2}{a^2 (\lambda^2 - e^2)} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Интегралы от каждого слагаемого в правой части уравнения (10) являются комбинациями полных эллиптических интегралов первого и второго родов. После приравнивания членов с одинаковыми степенями в правой и левой частях уравнения получается система трёх уравнений относительно неизвестных δ, a, e . Причём, эксцентриситет эллипса e не зависит от величины Q и находится путём численного решения трансцендентного уравнения, в состав которого входят соотношения главных радиусов кривизны и комбинации полных эллиптических интегралов первого и второго рода. Значения a и δ выражаются через полные эллиптические интегралы явным образом

$$\begin{aligned} a &= \left\{ \frac{3Q \cdot (1-\nu)}{2\pi \cdot G \cdot e^2} \cdot R_1 \cdot [K(e) - E(e)] \right\}^{1/3}, \\ \delta &= \left\{ \frac{3Q \cdot (1-\nu) \cdot e}{4\pi \cdot G \cdot \sqrt{2R_1 \cdot [K(e) - E(e)]}} \right\}^{2/3} K(e) \end{aligned} \quad (11)$$

где $K(e), E(e)$ - полные эллиптические интегралы первого и второго рода с модулем e .

В задаче Герца два упругих тела прижаты друг к другу силами Q , линия действия которых перпендикулярна общей касательной плоскости поверхностей S_1, S_2 тел в точке О. Под действием сил Q тела деформируются в области, примыкающей к месту контакта, и сближаются друг с другом. По поверхности контакта действует нормальное давление с интенсивностью $p(x, y)$, а касательные напряжения на ней считаются отсутствующими. Далее предполагается, что при рассмотрении локальных эффектов в окрестности контакта можно заменить соприкасающиеся тела двумя упругими полупространствами, прижатыми друг к другу по площадке Ω , расположенной в разделяющей полупространства плоскости Π – касательной плоскости поверхностей S_1, S_2 в точке О. Расстояние z между двумя точками этих поверхностей, расположенных на одном перпендикуляре к касательной плоскости равно алгебраической сумме расстояний z_1 и z_2 от каждой из этих точек до касательной плоскости. Причём, арифметическая сумма берётся для выпуклых поверхностей при их внешнем соприкасании. А в случае внутреннего соприкасания, когда одна поверхность находится внутри другой, берётся разность между z_1 и z_2

$$z = z_1 + z_2 = \frac{x^2}{2R'_1} + \frac{y^2}{2R'_2} + \frac{x^2}{2R''_1} + \frac{y^2}{2R''_2}, \quad (12)$$

где R'_1, R'_2 – главные радиусы кривизны первой поверхности, а R''_1, R''_2 – главные радиусы кривизны второй поверхности. В аналитической геометрии доказывается, что выражение (12) при соответствующем выборе системы координат всегда можно свести к выражению (6), в которой R_1 и R_2 выражаются через главные радиусы кривизны

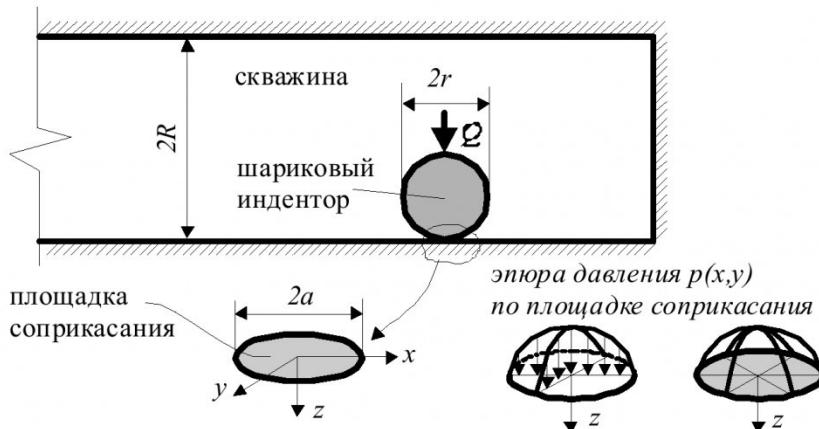


Рис. 1. Схема контактной задачи о вдавливании пуансона с шариковым наконечником в стенку скважины

соприкасающихся тел вращения по соответствующим формулам Лурье [1] или Тимошенко [4]. На площадке соприкосновения аппликаты точек каждой поверхности равны нулю. Как и в задаче о жёстком штампе, внешний контур этой площадки является эллипсом

$$E_0 : 1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 \cdot (1 - e^2)} = 0, \quad (13)$$

положение осей которого определяется величинами главных радиусов кривизн и взаимным расположением соприкасающихся поверхностей.

Поля напряжений в каждом из полупространств определяются функцией $\omega_i(x, y, z)$, являющейся потенциалом простого слоя, распределённого по площади Ω с интенсивностью $p(x, y)$, который представляется первой формулой из (1). Этим потенциалом ограничиваются, считая, что z положительно в каждом из полупространств. При вычислении перемещений по формулам (2) упругим постоянным следует присвоить соответственно значения G_1, ν_1 для первого тела и G_2, ν_2 – для второго тела.

Согласно (2) на площадке соприкосновения справедливы соотношения

$$w_1 = \frac{1 - \nu_1}{2\pi G_1} \omega(x, y, 0), \quad w_2 = \frac{1 - \nu_2}{2\pi G_2} \omega(x, y, 0), \quad (14)$$

и, следовательно, на площадке Ω выполняется соотношение

$$\omega(x, y, 0) = w = w_1 + w_2 = \frac{2\pi}{\vartheta_1 + \vartheta_2} \left(\delta - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} \right)$$

$$\vartheta_i = \frac{1 - \nu_i}{G_i}, \quad i = 1, 2 \quad (15)$$

Потенциал ω определяется из условия (15) и требования обращения в нуль плотности $p(x, y)$ на контуре E_0 площадки Ω . Эта задача решается заменой $\frac{1 - \nu}{G}$ на $\vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{1 - \nu_1}{G_1} + \frac{1 - \nu_2}{G_2}$ и не

отличается от задачи о действии на упругое полупространство жёсткого штампа в форме эллиптического параболоида. Поэтому результаты решения задачи о штампе могут быть автоматически перенесены на задачу о контакте упругих тел вращения прижатых друг к другу силами Q .

В общем случае взаимодействия двух тел вращения в месте контакта образуется плоская площадка эллиптической формы, большая полуось a которой, а также сближение этих тел δ определяются по формулам

$$a = \left\{ \frac{3Q \cdot (\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2\pi \cdot e^2} \cdot R_1 \cdot [K(e) - E(e)] \right\}^{1/3}, \quad (16)$$

$$\delta = K(e) \cdot \left\{ \frac{3Q \cdot (\vartheta_1 + \vartheta_2) \cdot e}{4\pi \sqrt{2R_1 \cdot [K(e) - E(e)]}} \right\}^{2/3}$$

Перемещения рассчитываются по формулам (2) с заменой G, ν на G_i, ν_i ($i=1, 2$), а при вычислении напряжений по формулам (3) следует заменить ν на ν_i .

По представленным выше зависимостям нельзя определить упругие характеристики одного из контактирующих тел, например, массива горных пород. Так, например, располагая упругими характеристиками пуансона, и задавая нагрузку Q и перемещение δ , из второй формулы (16) можно найти величину ϑ_2 , однако этого недостаточно для определения и модуля сдвига G_2 , и коэффициента Пуассона ν_2 породного массива. Поэтому, считая, что упругие характеристики массива неизначительно зависят от типа горной породы и, полагая их известными величинами, можно рассчитать поле напряжений и в окрестности контакта оценить прочность массива.

Ниже приводятся результаты решения контактной задачи о действии шарикового пуансона на стенку скважины (рис.1). Начало координат принято в центре контакта шарика с массивом. Поскольку формой площадки контакта (соприкоснования) при его внедрении в массив в общем случае

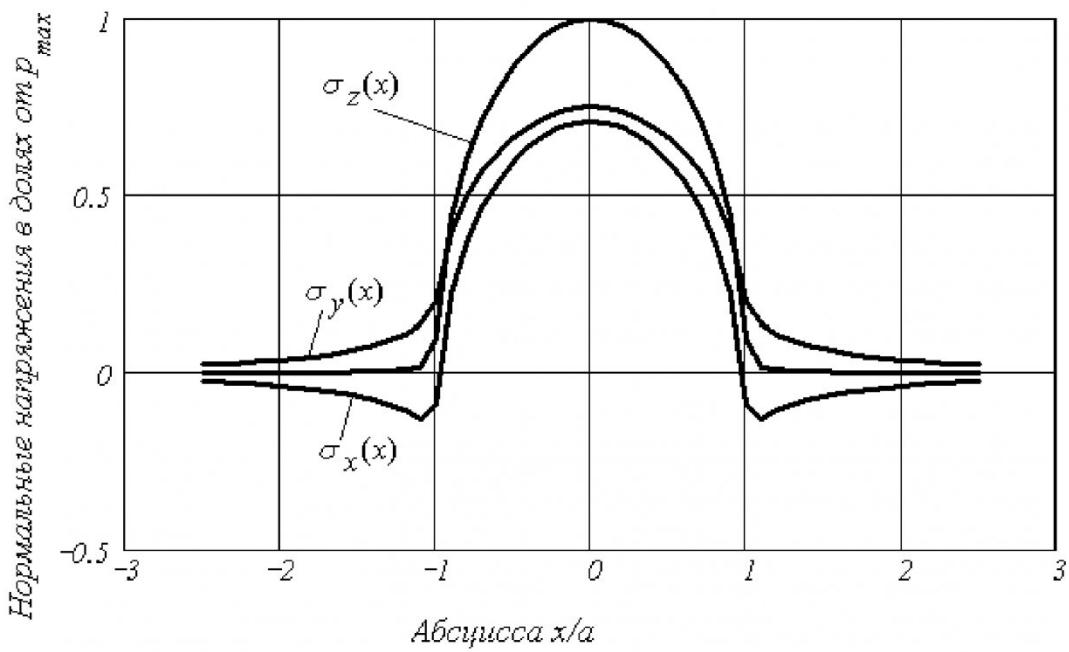


Рис. 2. Эпюры нормальных напряжений вдоль оси x на поверхности скважины

является эллипс, то координатные оси x , y направлены вдоль осей эллипса, а ось z направлена перпендикулярно площадке вглубь массива.

Основные данные приняты следующими. Радиус шарика пуансона – $r=5$ мм, радиус скважины $R=22$ мм, коэффициент Пуассона материала шарика $\nu_1=0,3$, коэффициент Пуассона массива $\nu_2=0,25$, модуль продольной упругости материала шарика $E_1=2 \cdot 10^5$ МПа, модуль продольной упругости массива $E_2=1,5 \cdot 10^4$ МПа, нагрузка на пуансон $Q=10$ кН (1000 кг). Предел прочности массива горных пород на одноосное сжатие $\sigma_c=4$ МПа (это соответствует коэффициенту крепости по шкале проф. М.М. Протодьяконова $f=0,4$), его предел прочности на одноосное растяжение $\sigma_p=0,1 \cdot \sigma_c$, угол внутреннего трения $\varphi=20^\circ$. Для оценки прочности породного массива в области его контакта с шариком используются два критерия прочности:

1) по теории Кулона–Мора [6]

$$\sigma_1 - \beta \cdot \sigma_3 \leq \sigma_c, \quad \beta = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi},$$

2) по теории наибольших растягивающих напряжений [6] $\sigma_3 \leq \sigma_p$, где σ_1 , σ_3 – главные напряжения, а параметр. Радиусы R_1 и R_2 , входящие в формулу (6) связаны с радиусами кривизн шарика и цилиндрической скважины зависимостями вида [1, 4, 5]

$$R_1 = \frac{r \cdot R}{R - r}, \quad R_2 = r.$$

Для построения картин распределения напряжений, а также областей массива, в которых не выполняются два вышеприведённых условия,

проводёны вычислительный эксперимент, который поставлен следующим образом. В точках (узлах) трёх построенных расчётных плоскостей, расположенных в координатных плоскостях $x0y$, $x0z$, $y0z$ и представляющих собой сетки с размером ячейки $\Delta x=\Delta y=\Delta z=0,05a$ производились вычисления напряжений и определялись координаты точек, в которых происходит разрушение массива. В ходе проведения эксперимента получены следующие параметры напряжённо-деформированного состояния материала на площадке контакта шарового пуансона и среды. Давление в центре эллиптической площадки соприкосновения, размеры полуосей которой $a=1,55$ мм, $b=1,3$ мм, составляет $p_{max}=2374$ МПа, прогиб среды в центре контакта $w_2=0,33$ мм. Результаты эксперимента в окрестности контакта в глубине массива и на его поверхности в непосредственной близости от площадки контакта представлены на рис. 2–4. На рис. 2 показаны эпюры напряжений отнесённые к p_{max} , действующие вдоль безразмерной оси абсциссы x .

На рис. 3 приведены изолинии максимального σ_1 (рис. 3а) и минимального σ_3 (рис. 3б) главных напряжений, построенных в вертикальной расчётной плоскости, совпадающей с координатной плоскостью $x0z$, а на рис. 4 (а и б) эти напряжения показаны в горизонтальной плоскости, параллельной координатной и расположенной в глубине массива на расстоянии $z=a$ от неё. Как и на рис. 2, на них координатные оси принятые безразмерными, т.е. отнесёнными к размеру большей полуоси эллипса площадки соприкоснования, а напряжения представлены в долях от p_{max} . Из рис. 3б видно, что напряжения σ_3 за пределами эллипса имеют

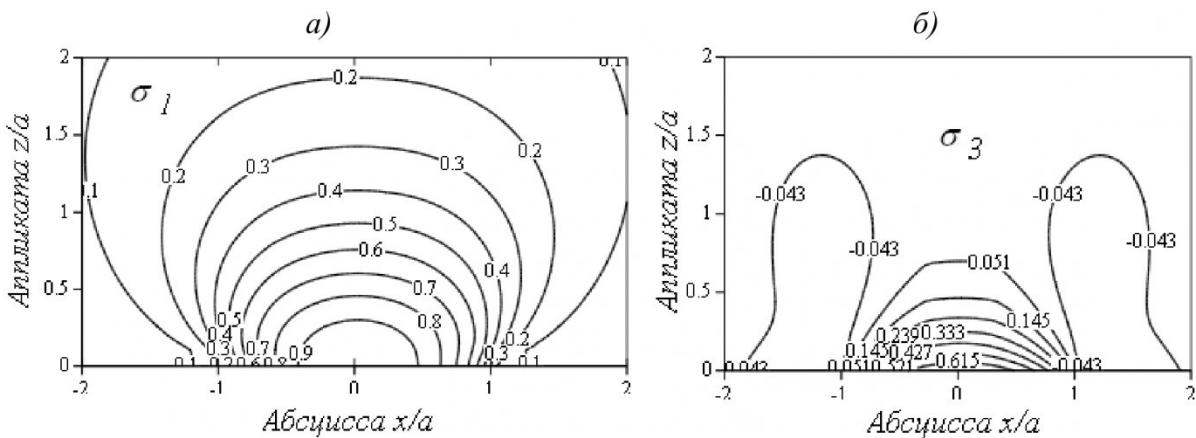


Рис. 3. Изолинии главных напряжений в вертикальной плоскости x_0z

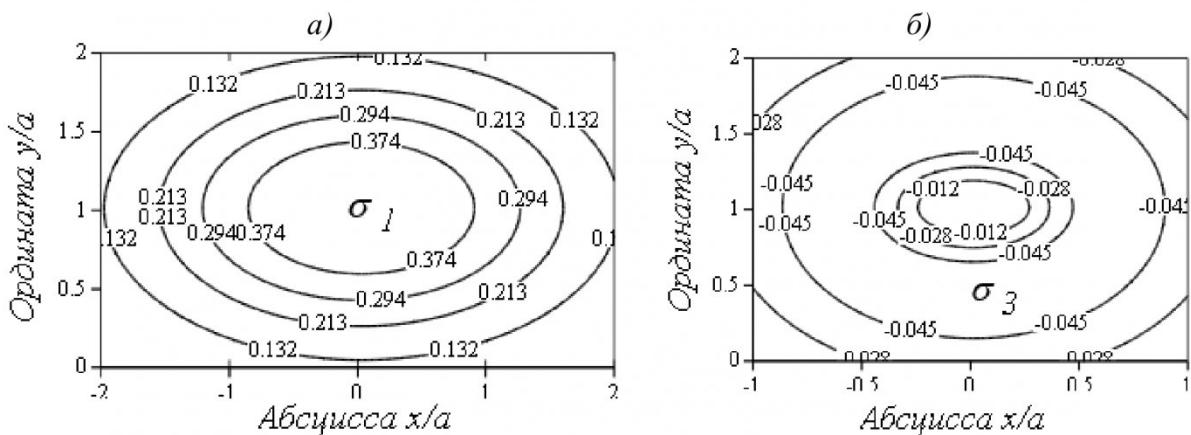


Рис. 3. Изолинии напряжений, построенных в горизонтальной плоскости

отрицательный знак, т.е. являются растягивающими напряжениями. А на рис. 4б растягивающие напряжения занимают всю центральную часть.

На рис. 4а показаны зоны нарушения сплошности массива в вертикальной плоскости $y\theta z$, а на рис. 4б зоны построены в горизонтальной плоскости на глубине $z/a=1$. Чёрным цветом отмечены

зоны, полученные сдвигом, а серым – разрывом.

Выводы

1. Максимальные сжимающие главные напряжения концентрируются непосредственно в середине площадки контакта. Зоны нарушения сплошности, полученные по теории прочности Кулонна-Мора, расположены в глубине массива

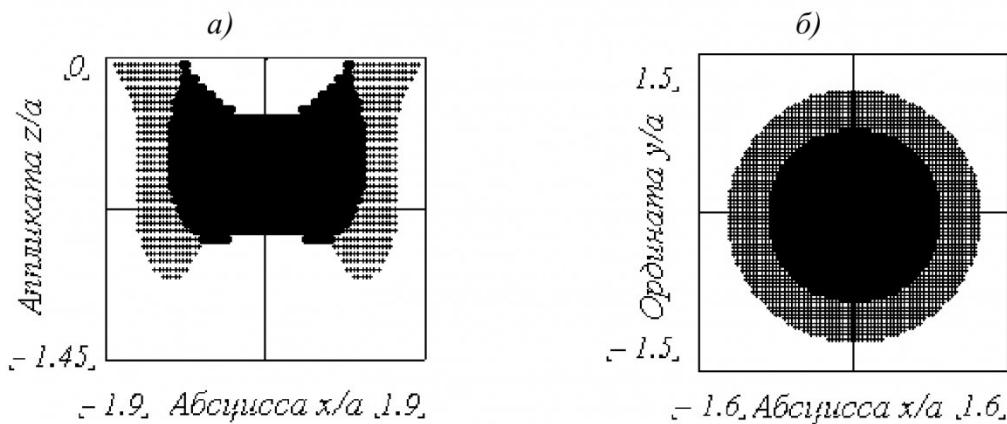


Рис. 4. Области нарушения в плоскостях $x, 0, z$, (а) (б). Чёрный цвет - разрушение сдвигом, серый цвет - разрушение растяжением

прямо под площадкой контакта. Однако, несмотря на значительную концентрацию напряжений в непосредственной близости к контактной площадке массив не разрушается.

2. Нарушение сплошности массива растягивающими напряжениями происходит, в основном, за пределами эллиптической площадки контакта. Наложение зон нарушения сплошности, вызванных сдвигом (по теории прочности Кулона-Мора) и разрывом (по теории максимальных растягивающих напряжений), охватывает малые по сравнению с каждой из зон области.

3. Размеры зон нарушения сплошности незначительны в сравнении с размерами пуансона. Это, по-видимому, в первую очередь, связано с упругим подходом к решению контактной задачи.

4. В приведённой выше упругой постановке контактной задачи характеристики прочности массива, в частности, предел прочности на сжатие (при заданном угле внутреннего трения) или его коэффициент крепости определяются путём установления момента исчезновения зон нарушения сплошности. Этому состоянию и соответствует

механические характеристики массива. При принятых в статье геометрических параметрах пуансона и скважины зоны нарушения сплошности исчезают, начиная с коэффициента крепости $f=1,5$. Определить коэффициент крепости более прочных пород, оставаясь в рамках упругой задачи, затруднительно. Очевидно, что для более детального изучения широкого спектра массивов необходимо привлекать и другие разделы механики деформируемого твёрдого тела.

Заключение

Представленный в статье подход, основанный на классической задаче Герца, может рассматриваться как первый этап теоретических исследований по изучению свойств массива, основанных на вдавливании пуансона в массив непосредственно в натурных условиях. Применение методов теории пластичности и предельного равновесия наверняка позволят более детально проводить исследования контактной задачи и значительно расширить диапазон массивов для определения их характеристик прочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лурье А.И.* Теория упругости. - М.: Наука, 1970. - 940 с.
2. *Филоненко-Бородич М.М.* Теория упругости. - М.: Наука, 1959. 364 с.
3. *Лейбензон Л.С.* Курс теории упругости. – М.: ОГИЗ, 1947. 465 с.
4. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. - М.: Наука, 1979. - 560 с.
5. *Фесик С.П.* Справочник по сопротивлению материалов. – Киев. Будівельник, 1982. 280 с.
6. *Булычев Н.С.* Механика подземных сооружений.–М.: Недра, 1994. – 382 с.

□ Авторы статьи:

Черданцев
Николай Васильевич:
д-р техн.наук, ст.науч.сотр.
Института угля СО РАН.
E-mail:cherdantsev@icc.kemsc.ru

Преслер
Вильгельм Теобальдович:
д-р техн.наук, вед. науч. сотр.
Института угля СО РАН.
Тел. 8-3842-45-20-61.

Ануфриев
Виктор Евгеньевич:
канд.техн.наук, ст.науч.сотр.
Института угля СО РАН.
E-mail: anufrve@mail.ru.