5. *Mahrer, Y.* The Effects of Topography on See and Land Breezes in a Two-Dimensional Numerical Model /Y. Mahrer, R. Pielke // Monthly Weather Review, 1977. -V.105. -P. 1151–1162.

6. *Патанкар, С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. / Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1984.

7. *Есаулов, А.О.* К выбору схемы для численного решения уравнений переноса /А.О. Есаулов, А.В. Старченко // Вычислительная гидродинамика. – Томск: Изд-во Томского университета, 1999. -С. 27–32.

Авторы статьи:

Старченко Александр Васильевич, докт.физ.-мат.наук, проф., зав. каф. вычислительной математики и компьютерного моделирования ТГУ, email: starch@math.tsu.ru

Барт Андрей Андреевич, программист каф. вычислительной математики и компьютерного моделирования ТГУ, email: bart@math.tsu.ru

Деги Дмитрий Владимирович, аспирант каф. вычислительной математики и компьютерного моделирования ТГУ, email: dimadegi@math.tsu.ru

Зуев Владимир Владимирович, член-корр. РАН, докт.физ.-мат.наук, проф., зам. директора по научной работе Института мониторинга и климато-экологических систем СО РАН, email: ref_zuev@iao.ru

Шелехов Александр Петрович, канд.физ.-мат.наук, н.с. лабор. геосферно-биосферных взаимодействий Института мониторинга и климато-экологических систем СО РАН, email: ash@imces.ru

Барашкова Надежда Константиновна, канд.техн.наук, доцент каф. метеорологии и климатологии ТГУ, email: meteo@ggf.tsu.ru

Ахметшина Анна Сергеевна, старший лаборант каф. метеорологии и климатологии ТГУ, email: meteo@ggf.tsu.ru

УДК 519.21

А.В.Бирюков

ЗАДАЧИ ГРАНУЛОМЕТРИИ

Объектом гранулометрического анализаявляется дисперсная система из частиц случайных размеров и формы. Размер частиц определяется ее диаметром x (наибольшим расстоянием между точками поверхности), который как случайная величина распределен с плотностью $p(x)$ и начальными моментами M(k),равными математическому ожиданию k-ой степени диаметра.Форму частицы характеризуют ее меры сферичности α и β, равные отношениям площади поверхности и объема частицы к квадрату и кубу диаметра. В силу экстремальных свойств шара эти меры удовлетворяют неравенствам $\alpha< \pi$ и $\beta< \pi/6$.

Измерениями частиц геоматериалов установлено, случайные величины α и β обладают незначительной вариацией (с коэффициентом вариации 7%) и имеют параметры рассеяния α =2 и β=0.2.

Малая вариация мер сферичности частиц конкретной дисперсией системы позволяет считать их постоянными без ущерба для точности гранулометрических расчетов. В этом случае математические ожидания площади поверхности и объема частицы равны соответственно $\alpha \cdot M(2)$ и $\beta \cdot M(3)$.

При этом отношение $F = \alpha \cdot M(2) / \beta \cdot M(3)$ равно суммарной площади поверхности частиц в единичном объеме и играет основную роль в процессах дробления.

Эффективность дробления горных пород взрывом характеризуется отношением энергии дробления, т.е. образования новой поверхности, ко всей энергии взрыва. Это отношение можно представить в виде $H=EF/GQ$, где E - емкость дробления, равная количеству энергии, затраченному на образование единицы площади новой поверхности: F - суммарная площадь поверхности частиц (продуктов дробления) в единичном объеме; Q - удельный (на единицу объема) расход взрывчатых веществ: G – их энергетический потенциал: H - коэффициент полезного (дробящего) действия взрыва.

Энергоемкость дробления горных пород, как показывают результаты лабораторных исследований, пропорциональна пределу их прочности при одноосном сжатии. Причем, если единицами измерения энергоемкости дробления E и предела прочности P являются килоджоуль/ м^2 и мегапаскаль, то $E\approx0.2P$.

Величина F, как отмечено выше, равна $\alpha \cdot M(2) / \beta \cdot M(3)$ и при α =2, β=0.2 получим F = 10 $\cdot M(2)$ $/M(3)$=10/D, где D= $M(3)$ $/M(2)$ – средневзвешенный по площади поверхности диаметр частиц. При открытой разработке угольных месторождений осадочные породы делят на пять категорий с пределами прочности 40, 60, 80, 100 и 120 мегапаскалей и взрывают с удельными расходами взрывчатых веществ соответственно 0.4,0.6, 0.8, 1.0 и 1.2 кг/м^3. Поэтому P/D =100, а энергетический потенциал промышленных взрывчатых веществ, в среднем, составляет 4000 килоджоулей на килограмм.

С учетом приведенных данных H=1 / 20D. При этом рациональной в экономическом смысле степенью дробления пород является D=0.5м для всех категорий. В этом случае коэффициент полезного действия взрыва составляет 10%.

Каждой частице дисперсной системы соответствует некоторая ее количественная характеристика, пропорциональная k-ой степени диаметра частицы (площадь поверхности, содержание какого-либо минерала и т.д.). При этом содержание в дисперсной системе фракции с диаметрами частиц от 0 до x поданной характеристике равно результату интегрирования отношения $x^k f(x)/M(k)$ в границах от 0 до x. Полученная в результате интегрирования гранулометрическая функция $\varphi(x,k)$ монотонно убывает с увеличением k. При значениях k=0, 1, 2, 3 эта функция дает описание фракционного состава дисперсной системы соответственно числу частиц, их суммарной длине, суммарной площади поверхности и объему.

Эмпирической основой поиска закона распределения диаметра частиц дисперсной системы является репрезентативная выборка, содержащая результаты их измерения. Однако, получаемая выборка на практике не является таковой по той причине, что измеряют обычно частицы некоторой фракции $x>x_0$. Фракция же от 0 до x_0 остается неучтенной, что существенно искажает статистические оценки параметров закона распределения.

Обозначим через $g(x)$ плотность распределения диаметра частиц фракции $x>x_0$, а через $N(k)$ моменты этого распределения, считая фракцию самостоятельным объектом гранулометрии. Тогда $f(x)=g(x) \cdot \varphi(x_0,0)$. Например, для экспоненциального закона $M(1)=N(1)-x_0$.

Гранулометрический анализ дисперсных систем часто выполняют путем измерения проекций □ частиц на фотопланограмме, отождествляя частицы с их проекциями, но, если x и □ диаметры частиц, то □ <x. Это соотношение с достаточной точностью можно представить в виде □ =tx, где t независимая от x случайная величина, симметрично распределенная в интервале (0,1) с плотностью $6t$ (1-t) и моментами 6/ (k+2)(k+3). Тогда в силу независимости t от x получим $M(k)=(k+2)(k+3)N(k)/6$, где $N(k)$– математическое ожидание k –ой степени случайной величины □.

Большинство дисперсных систем обладает неоднородностью по той причине, что мелкие частицы под влиянием силы тяжести просеиваются в нижнюю часть трехмерной области, содержащей частицы.

Обозначим через A множество всех частиц дисперсной системы, а через B – множество частиц на ее поверхности. Пусть $f(x)$ и $M(k)$ – плотность и начальные моменты распределения диаметра частиц из множества A, а $g(x)$ и $N(k)$ – аналогичные характеристики частиц из множества B. Поскольку содержание крупных частиц в B превосходит их содержание в A, то существует такое значение диаметра x_0, для которого $f(x)>g(x)$ при $x<x_0$ и $f(x)<g(x)$ при $x>x_0$

Этим условиям удовлетворяет соотношение $f(x)$ =(x_0 /x) $g(x)$. Интегрируя это равенство по всем значениям диаметра, получим искомые взаимосвязи, корректирующие гранулометрические характеристики, полученные измерениями на поверхности дисперсной системы $f(x) = g(x)$ / x $N(-1)$, $M(k) = N(k\text{-}1)$ / $N(-1)$, где $N(-1)$ – среднее гармоническое диаметров частиц из множества B.

В частности, $M(1) = 1$ / $N(-1)$, $M(2) = N(1)$ / $N(-1)$. Например, для экспоненциального закона $N(1) = 2\,M(1)$, а содержимое фракции с диаметрами $x > M(1)$ во множествах A и B равно соответственно exp(-1)~0.32 и exp(-0.5)~0.63.

Частицы дисперсной системы нередко бывают погружены в твердую непрозрачную среду (как, например, при петрографическом анализе шлифов). В этом случае измерению доступны лишь сечения частиц плоскостью или прямой.

Если $M(k)$ и $N(k)$ –математические ожидания k –ой степени диаметра частицы и диаметра ее сечения случайной плоскостью, то имеют место приближенные взаимосвязи $M(1) = 3$ / $2N(-1)$, $M(2) = 2\,N(1)$ /$N(-1)$. При этом приближение тем точнее, чем больше меры сферичности частиц.

Коэффициент вариации диаметра частиц W удовлетворяет условию $W^2 \le 1/3$. Равенство здесь соответствует распределению Релея, которое инвариантно относительно преобразований: если диаметр сечений распределен по закону Релея, то и диаметр частиц имеет то же распределение

□ Автор статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич,
докт техн. наук, проф. каф. высшей математики КузГТУ
Email: bav.vm@kuzstu.ru