

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 517.21

А.С.Сорокин

МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ МУЛЬТИСЕРВЕР-МУЛЬТИОЧЕРЕДИ

Введение. В данной работе представлена подготовка мультиочереди, мультисервера и системы опроса. Иллюстрированы некоторые особенности моделей, представленных на языке PERA. Описаны основные особенности систем опроса и рассмотрены их решения. Дана простая система опроса модели вместе с некоторыми численными результатами. Описаны в общих чертах и рассмотрены дополнительные особенности систем мультиочереди - мультисервера. Хотя детальные особенности рассматриваемых систем отличаются друг от друга, но все они имеют одни и те же компоненты, а именно - узлы и серверы.

Для простоты представления рассмотренные системы [1-10] являются относительно небольшими, включающими в каждом случае только по три или четыре узла и не более двух серверов.

§1. Системы мультиочереди мультисервера. Системы опроса, в которых участвует более одного сервера, это *мультисерверы* системы опроса, или *мульти-очередь мульти-сервера* (MSMQ) системы. Они были идентифицированы как стимулирующие дальнейшую работу над системами опроса [11]. Отметим работы в этой области [12-22].

Общее применение этих систем к архитектуре локальной сети основано на кольцевой топологии с запланированным доступом, в котором можно передать одновременно более одного узла. Для оборудования предложены щелевые кольца [15,16], кольца с многочисленными маркерами [16] и кольца вставки [15]. Эти модели также использовались, для того чтобы изучить динамическую нагрузку, участвующую в распределенных системах [14] и сети взаимосвязи мультишин [13].

Дополнительные особенности системы MSMQ по сравнению со стандартной системой опроса обеспечивают дополнительные особенности обслуживания, касающиеся взаимодействия между серверами в системе – *особенности взаимодействия обслуживания*. (Рис.1) Предположим, что серверы S присутствуют в системе.

Особенности взаимодействия обслуживания. Особенности взаимодействия обслуживания

системы определены числом серверов, при-

сутствующих в системе, сколько из них может одновременно посещать узел, и разрешен ли обгон.

Рассматриваются различные случаи того, сколько серверов могут быть одновременно заняты в узле, что является результатом различных особенностей системы. В некоторых случаях позволено присутствие только одного сервера в очереди в данный момент времени, иногда называемое $Q \times 1$ стратегией.

В то же время не может быть никакого ограничения на число серверов, которые могут быть заняты в узле. Число серверов, оказывающих обслуживание различных клиентов в узле, может достигать любого числа в интервале от единицы до S , со стратегией - $Q \times S$ (в этом случае $K \geq S$ для буфера ёмкости K). Можно также рассмотреть другую стратегию $Q \times m$, где $1 < m < S$, $1 < m < K$.

Когда сервер достигает узла, появляется возможность, что он обнаружит другой сервер и не будет в состоянии обслуживать узел: либо из-за одновременного обслуживания или потому что нет нужды в буферном обслуживании клиентов. Если обгон разрешен, то второй сервер немедленно опрашивает следующий узел, начиная новое блуждание, как только понимает, что нет ничего, что нужно сделать в текущем узле. Если обгон не разрешен, то второй сервер останется заблокированным в узле до окончания работы первого, в это время он будет или обслуживать или будет переходить дальше в зависимости от того, будет ли представлен клиент.

Заключительной особенностью, которую можно рассмотреть, являются позиционные отношения между серверами. Большинство авторов полагает, что движение каждого сервера независимо от других серверов в системе, кроме тех заблокированных случаев, когда не разрешен обгон. Альтернатива предложена в работах [22-25]. Авторы считают, что система машин N обслуживается циклически двумя ремонтниками работами, движение которых поддерживает постоянное равное разделение между ними.

Система MSMQ *симметрична относительно узлов*, если все узлы имеют одинаковые особенности, *симметричные относительно серверов*.

ров, если все серверы статистически идентичны, и система симметрична, если серверы симметричны относительно обоих узлов.

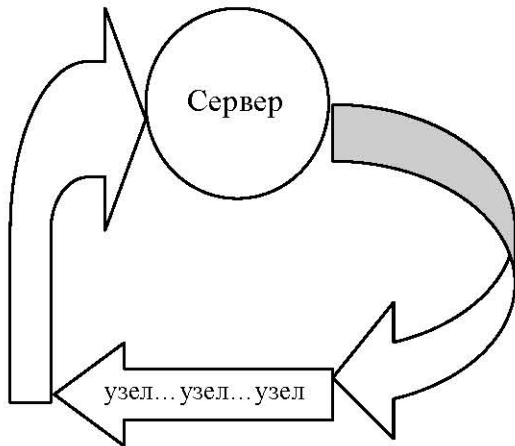


Рис. 1: Схематическое представление системы опрос

Модифицированная система обозначений Кендала для системы MSMQ. В [12] предлагается компактная система обозначений, для того чтобы классифицировать систему MSMQ, полученную из системы обозначений Кендала для системы организации очередей. Эту систему обозначений принимают с небольшими изменениями для описания системы MSMQ, которую рассмотрим ниже. Для классификации системы используются шесть дескрипторов $A/S/W/K/Q \times c/SD$, при упорядочении множеств.

Эти дескрипторы:

1. Распределение межвремени прибытия клиента. В системах организации очередей индикаторы M, D или G используются, для того чтобы показать соответственно экспоненциальные, детерминированные или генеральные распределения. Индекс i используется, для того чтобы показать, что оценка зависит от i узла.

2. Распределение времени обслуживания (M, D или G). Как оно изменится с межвременем прибытия между узлами, так и будет использоваться индекс.

3. Распределение времени блуждания (M, D и G).

Также может отличаться между узлами, и это будет определено обычным способом.

4. Ёмкость узлов K . Если у узлов будут различные буферные мощности, то это обозначают вектором \vec{K} , i -ый элемент которого указывает ёмкость буфера в i -ом узле.

5. Одновременное обслуживание, например $Q \times 1$ и $Q \times S$.

6. Порядок обслуживания, определяющий, скольких клиентов обслуживают при каждом посещении каждым сервером каждого узла. Используют L, E и G , для того чтобы обозначить соответственно ограниченное, исчерпывающее и строби-

рованное обслуживание.

Например, $M_i/G/D/\vec{K}/Q \times 1/L$ идентифицирует одновременное обслуживание системы MSMQ с узлами N , с ограниченной ёмкостью в зависимости от узла, входы Пуассона с зависимыми от узла оценками, S серверы с общими независимыми от узла временами обслуживания, постоянными временами блуждания и ограниченным порядком обслуживания с $Q \times 1$. Другие особенности, такие, как позволен ли обгон, будут установлены ниже.

1.1 Решения систем мультиочереди мультисервера. Модели системы MSMQ трудно поддаются анализу, потому что взаимодействие между серверами должно также быть принято в расчет, так же как и взаимодействие, отмеченное между узлами в системах опроса. Критерии качества работы для этих систем такие же, как и в системах опроса. Единственные точные результаты для среднего времени ожидания клиента недавно были получены при использовании модели GSPN [12]. В тех моделях GSPN с $M_i/M_i/M_i/\vec{K}/Q \times S/L$ обсуждены системы с обгоном, но модели решены в форме $M_i/M/M/\{1, 2, K\}/Q \times \{1, S\}/L$. Марковский процесс, лежащий в основе SPN, реализован в численной форме, для того чтобы найти распределение вероятности установившегося состояния, где для каждого узла получены пропускная способность и среднее число ожидающих клиентов. Таким образом, применяя закон о малом числе испытаний, вычисляются среднее время пребывания клиента и среднее время ожидания клиента. Авторы показали, что число состояний в основном марковском процессе растёт очень быстро [12]. Например, для системы с двумя серверами и четырьмя узлами число состояний 312, тогда как при удвоении числа узлов и двумя серверами число состояний увеличивается до 19200.

Другие авторы предложили различные методы приближения для того, чтобы найти среднее время ожидания для клиентов в моделях MSMQ. Однако эти модели отличаются деталями, и поэтому трудно их сравнивать. Многие делают предположения о независимости в поведении серверов системы. В каждом случае результаты сравниваются с результатами, полученными при моделировании той же самой модели. Вообще результаты, полученные при анализе, находятся в пределах 10 -15 % результатов моделирования при минимальной средней загрузке. Известное исключение составляет метод, предложенный в [15], для которого результаты находятся в пределах доверительного интервала моделирования. Они исследуют модель $M/G/G/\infty/Q \times 1/L$ системы, для которой и получен результат.

Авторы рассматривают три различных «цикла» в системе: цикл сервера, цикл прохождения узла и цикл узла сервера. Аппроксимирующие

выражения соотносят сервер и циклы узла к циклу узла сервера, а затем используется повторяющаяся процедура с этими двумя выражениями, для того чтобы найти время цикла узла. Тогда это используется в решении $M/G/1$ системы с освобождениями, для того чтобы найти среднее время ожидания в произвольном узле.

В работе [14] авторы анализируют систему $M_i/G/G/\infty/Q \times \{L, G\}$ по временам цикла в системе. Система предназначена, для того чтобы смоделировать динамическую нагрузку, участвующую в распределенной системе и расслабляющую буферизацию.

Сервер, достигая узла, удаляет сразу из буфера всех клиентов, которые были обслужены при данном посещении. Клиенты находятся вместе до тех пор, пока не закончено обслуживание всех клиентов, пребывающих в данный момент в системе. Сохранение параметров работы и предположение о независимости сервера используются, для того чтобы получить явное выражение для среднего времени цикла в терминах среднего времени блуждания и предлагаемой нагрузки. Также получен подобный параметр среднего времени межпосещения. Среднее время пребывания клиента в системе оценено с помощью приближения, основанного на распределении времен межпосещения. Рассмотрены симметричные и асимметричные системы.

Подобные подходы к решению систем MSMQ представлены в работах [16] и [17].

В обоих случаях сделаны предположения о независимом передвижении серверов. Среднее время пребывания клиента получено при рассмотрении отдельных компонентов времени: времени ожидания возвращения сервера к узлу; времени обслуживания клиентов перед буфером; и время обслуживания клиента. Используется стробированная $M/G/1$ модель организации очередей. В работе [15] авторы предполагают, что система $M/G/D/\infty/Q \times 1/L$ является системой MSMQ. В работе [17] рассмотрена система $M/M/D/\infty/Q \times S/E$, которая также является

системой MSMQ. Она представляет символическую кольцевую локальную сеть с многоканальной топологией. Модель используется, для того чтобы оценить различные стратегии для маркерного сообщения в кольцевой схеме. В первом случае маркер предназначен для станции назначения. Во втором случае маркер предназначен для передачи станции, когда переданное сообщение возвращается.

Система $M_i/G/G/\bar{K}/Q \times 1/L$, рассмотренная в [13], рассортирована необычным образом, поскольку буфер каждого узла содержит вход и выход. Модель системы состоит из сети взаимосвязей мультишин в распределенной системе, а также из узлов, поставляющих сообщения модулям, кроме того из серверов, представляющих шины, и сообщений клиентов. Узел имеет возможность одновременно передать сообщение по одной шине и получить по другой, но это ограничено только взаимодействием каждого типа. Если входной буфер узла получения полон, передача будет заблокирована, и модель в этом случае используется, для того чтобы заняться выбором двух возможных стратегий. В первой стратегии осуществляется передача; во второй сервер остается занятым в передающем узле до тех пор, пока невозможно закончить передачу. Время межпосещения аппроксимировано для произвольного узла с учетом независимого передвижения серверов вдоль системы. Это используется для формирования вложенной марковской цепи, которая реализована в численной форме.

Некоторые авторы [14,16] отмечают, что предположение о независимом передвижении серверов, или эквивалентном равномерном распределении серверов в системе является неудачным. Моделирование показывает, что серверы имеют тенденцию объединяться и продвигаться вдоль системы одновременно. В [14] показано, что если циклический опрос заменен дисперсионным планированием, то более удобно сравнивать результаты моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сорокин А.С. Парадигмы программирования и алгебра процесса моделирования характеристик. // Вестник КузГТУ, 2011. № 4. С. 77-82.
2. Сорокин А.С. Алгебра процесса моделирования характеристик. // Вестник КузГТУ, 2011. № 5. С. 105-109.
3. Aldinucci M, Danelutto M. Algorithmic Skeletons Meeting Grids. // Parallel Computing, 32(7-8). 2006. p. 449-462.
4. Hillston J. A Compositional Approach to Performance Modelling. Cambridge University Press, 1996.
5. Сорокин А.С. Применение полумарковских процессов к определению характеристик надежности технологических схем. // Вестник КузГТУ, 2005. № 1. С. 3-9.
6. Сорокин А.С. Структурное моделирование надежности технологических систем с использованием скелетон// Вестник КузГТУ, 2008. № 4(68). Кемерово, С. 31-45.
7. Сорокин А.С. Математическое моделирование оценки надежности технологических систем// Вест-

ник КузГТУ, 2008. № 5(69). Кемерово, С. 28-37.

8. *Сорокин А.С.* Применение методов теории вероятностей к исследованию некоторых процессов производства.//Труды 4-ой междунар. конф. «Кибернетика и технологии XXI века». Воронеж, 2003. С. 312-323.

9. *Сорокин А.С.* Марковские процессы в теории надежности технологических систем гидродобычи угля // Вестник КузГТУ, 2008. № 1. С. 61-69.

10. *Коэн Дж., Боксма О.* Граничные задачи в теории массового обслуживания. М.: МИР, 1987.

11. *Grillo D.* Polling Mechanism Models in Communication Systems - Some Application Examples.//In H. Takagi, editor, Stochastic Analysis of Computer and Communication Systems. IFIP/North Holland, 1990.

12. *Marsan, M.A., Donatelli S., Neri F.* GSPN Models of Markovian Multiserver Multiqueue Systems.// Performance Evaluation, 11, 1990.

13. *Raith T.* Performance Analysis of Multibus Interconnection Networks in Distributed Systems.//In M. Akiyama, editor, Teletraffic Issues in an Advanced Information Society ITC-11. Elsevier, 1985.

14. *Morris R.J.T., Wang Y.T.* Some Results for Multiqueue Systems with Multiple Cyclic Servers. In H. Rudin and W. Bux, editors, //Performance of Computer Communication Systems. Elsevier, 1984.

15. *Kamal A.E., Hamacher V.C.* Approximate Analysis of Non-exhaustive Multiserver Polling Systems with Applications to Local Area Networks.//Computer Networks and ISDN Systems, 17(1), 1989.

16. *Yang Q., Ghosal D., Bhuyan L.* Performance Analysis of Multiple Token Ring and Multiple Slotted Ring Networks. //In Proceedings of Computer Network Symposium, Washington DC, 1986.

17. *Yuk T.I., Palais J.C.* Analysis of Multichannel Token Ring Networks.//In Proceedings of the International Conference on Communication Systems, 1988.

18. *Takagi H.* Queueing Analysis of Polling Models: An Update.//In H. Takagi, editor, Stochastic Analysis of Computer and Communication Systems. IFIP/North Holland, 1990.

19. *Choi H., Trivedi K.S.* Approximate Performance Models of Polling Systems Using Stochastic Petri Nets//In Proceedings of INFOCOM 92, 1992.

20. *Ibe O.C., Trivedi K.S.* Stochastic Petri Net Models of Polling Systems.//IEEE Journal on Selected Areas of Communication, 8(9), 1990.

21. *Marsan M. A., Donatelli S., Neri F., Rubino U.* On The Construction of Abstract GSPNs: An Exercise in Modelling. In J. Billington and W. Henderson, editors, Petri Nets and Performance Modelling.//IEEE, December 1991.

22. *Bunday B.D., Khorram E.* The Efficiency of Uni-directionally Patrolled Machines with Two Robot Repairmen.//European Journal of Operational Research, 39(1),1989.

23. *Kurkova I.A., Malyshev V.A.* Martin boundary and elliptic curves// Markov Proc. Relat. Fields. 1998. V. 4. № 2. P. 203-272.

24. *Kurkova I.A., Suhov Yu.M.* Malyshev's theory and JS-queues. Asymptotics of stationary probabilities// Ann. Appl. Probab. 2003. V. 13. № 4. P. 1313-1354.

25. *Malyshev V.A.* Networks and dynamical systems.//Adv. Appl. Prob. 1993. V. 25. P. 140-175.

□ Автор статьи:

Сорокин
Андрей Семенович
- канд. физ.-мат.наук, доцент, ст.н.с.
(филиал КузГТУ, г. Новокузнецк)
Тел.: 8(3843) 772459