

## ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**УДК 621.822**

**В.П. Котурга, Д.А. Бородин, И.В. Смысловы**

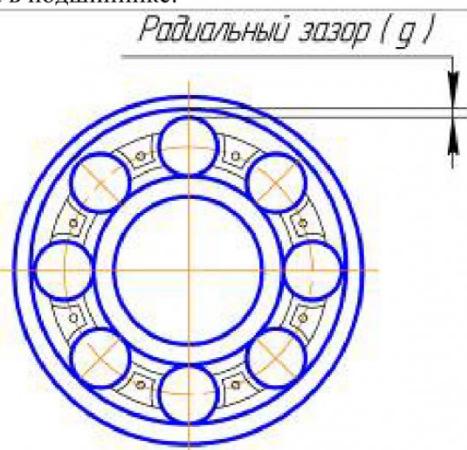
### **МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАЗОРОВ И ПРОИЗВОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ШАРИКОВЫХ РАДИАЛЬНЫХ ПОДШИПНИКАХ**

Трение в подшипнике качения складывается из трения качения, трения верчения и относительного проскальзования точек на поверхностях взаимодействующих тел.

Качение определяется как движение контактирующих тел с некоторой относительной угловой скоростью вокруг оси, лежащей в касательной плоскости. Верчение есть движение контактирующих тел с относительной угловой скоростью вокруг общей нормали [1].

Перечисленные компоненты трения в подшипнике качения зависят от характера взаимодействия и местоположения контактирующих тел. Местоположение контакта и силовые составляющие в шарикоподшипнике определяются позиционированием контакта, а также смещением пятна контакта из плоскости симметрии подшипника.

Основная цель нашей работы - построение аналитической модели и компьютерной программы по ее реализации, которые позволят рассчитывать величину радиального зазора, а так же количественно оценивать производные от него характеристики (осевая игра, перекос колец, угол контакта), в том числе и в процессе эксплуатации, что позволит реально оценивать местоположение контакта в подшипнике.



*Рис. 1. Радиальный зазор в подшипнике*

На первой стадии моделирования происходит расчет основной характеристики подшипника в данной работе – радиального зазора (рис. 1), [2].

$$g_r = g_n - (\Delta D_2 - \Delta d_1) + \Delta g_t + \delta_r \quad (1)$$

где  $g_r$  - рабочий радиальный зазор, мм.

$g_n$  - начальный зазор, мм.

$\Delta D_2$  – величина уменьшения внутреннего диаметра наружного кольца, мм.

$\Delta d_1$  - величина уменьшения внутреннего диаметра внутреннего кольца, мм.

$\Delta g_t$  - величина изменения радиального зазора в подшипнике в результате перепада температур при нагреве узла в процессе работы, мм.

$\delta_r$  - величина контактной деформации, мм.

Начальный радиальный зазор задается при изготовлении подшипника

$$g_n = D_2 - (d_1 + 2 \cdot D_m) \quad (2)$$

где  $D_2$  - внутренний диаметр наружного кольца, мм.;

$d_1$  - наружный диаметр внутреннего кольца, мм;

$D_m$  - диаметр тела качения.

Поскольку величины в (2) имеют вероятностный характер, начальный зазор не рассчитывают, а задают в определенных пределах (подшипники с нормальным зазором, с уменьшенным и увеличенным).

Если при посадке подшипника в корпус конструктором предусмотрен натяг, то диаметр кольца уменьшается на определенную величину, что приводит к уменьшению зазора:

$$\Delta D_2 = \frac{2 \cdot H_k \cdot \frac{D}{D_2}}{\left[ \left( \frac{D}{D_2} \right)^2 - 1 \right] \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left[ \left( \frac{D}{D_2} \right)^2 + 1 \right. \\ \left. - \frac{\left( \frac{D}{D_2} \right)^2 - 1}{\left( \frac{D}{D_2} \right)^2 - 1} - \varepsilon_{nap} \right] + \\ + \frac{E_{nap}}{E_k} \cdot \left[ \left( \frac{D_1}{D} \right)^2 + 1 \right. \\ \left. - \frac{\left( \frac{D_1}{D} \right)^2 - 1}{\left( \frac{D_1}{D} \right)^2 - 1} + \varepsilon_k \right] \end{array} \right\}} \quad (3)$$

$D$  – диаметр наружного кольца подшипника, мм;

$D_1$  - наружный диаметр корпуса, мм;

$\varepsilon_{\text{нар}}$  и  $\varepsilon_k$  - коэффициенты Пуассона для наружного кольца подшипника и корпуса;

$E_{\text{нар}}$  - модуль упругости для наружного кольца подшипника;

$E_k$  – модуль упругости для корпуса;

$H_k$  - эффективный посадочный натяг для соединения подшипник-корпус.

$$H_k = H_{cp.k} - (\Delta H_{1k} + \Delta H_{2k}) ; \quad (4)$$

$H_{cp.k}$  - средняя величина посадочного натяга для соединения подшипник-корпус

$$H_{cp.k} = \frac{H_{\max.k} + H_{\min.k}}{2} ; \quad (5)$$

$H_{\max.k}$  - максимальное значение натяга;

$H_{\min.k}$  - минимальное значение натяга;

$\Delta H_{1k}$  - уменьшение натяга вследствие уменьшения высоты неровностей на посадочной поверхности корпуса при установке подшипника;

$\Delta H_{2k}$  - уменьшение посадочного натяга при нагреве элементов подшипникового узла при соединении подшипник-корпус (для корпусов, изготовленных из стали или чугуна этой величиной можно пренебречь).

Если  $E_{\text{нар}} = E_k$  и  $\varepsilon_{\text{нар}} = \varepsilon_k$ , тогда:

$$\Delta D_2 = H_k \cdot \left( \frac{D}{D_2} \right) \cdot \left[ \frac{\left( \frac{D_1}{D} \right)^2 - 1}{\left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 - 1} \right] \quad (6)$$

Если  $D_1 \gg D$ , тогда:

$$\Delta D_2 = H_k \cdot \left( \frac{D}{D_2} \right)$$

Так же при запрессовке подшипника на вал происходит увеличение диаметра внутреннего кольца, что тоже ведет к уменьшению зазора:

$$\Delta d_1 = \frac{2 \cdot H_e \cdot \frac{d_1}{d}}{\left[ \left( \frac{d_1}{d} \right)^2 - 1 \right] \cdot \left\{ \left[ \frac{\left( \frac{d_1}{d} \right)^2 + 1}{\left( \frac{d_1}{d} \right)^2 - 1} + \varepsilon_{bh} \right] + \left[ \frac{E_{bh}}{E_e} \cdot \left( \frac{d}{d_2} \right)^2 + 1 \right] \cdot \left( \frac{d}{d_2} \right)^2 - 1 \right\}} \quad (7)$$

$d$  – диаметр внутреннего кольца подшипника,

мм.;

$d_2$  – внутренний диаметр полого вала, мм;

$\varepsilon_{bh}$  - коэффициент Пуассона для внутреннего кольца подшипника;

$\varepsilon_e$  - коэффициент Пуассона для вала;

$E_{bh}$  - модуль упругости для внутреннего кольца подшипника;

$E_e$  – модуль упругости для вала;

$H_e$  - эффективный посадочный натяг для соединения подшипник-вал.

$$H_e = H_{cp.e} - (\Delta H_{1e} + \Delta H_{2e}) ; \quad (8)$$

$H_{cp.e}$  - средняя величина посадочного натяга для соединения подшипник-вал

$$H_{cp.e} = \frac{H_{\max.e} + H_{\min.e}}{2} ; \quad (9)$$

$H_{\max.e}$  - максимальное значение натяга;

$H_{\min.e}$  - минимальное значение натяга;

$\Delta H_{1e}$  - уменьшение натяга вследствие уменьшения высоты неровностей на посадочной поверхности вала при установке подшипника;

$\Delta H_{2e}$  - уменьшение посадочного натяга при нагреве элементов подшипникового узла при соединении подшипник-вал (для валов, изготовленных из стали или чугуна этой величиной можно пренебречь).

Если  $E_{bh} = E_e$  и  $\varepsilon_{bh} = \varepsilon_e$ , тогда:

$$\Delta d_1 = H_e \cdot \frac{d_1}{d} \cdot \left[ \frac{\left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 - 1}{\left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 + 1} \right] \quad (10)$$

Если вал сплошной ( $d_2=0$ ), тогда:

$$\Delta d_1 = H_e \cdot \frac{d_1}{d}$$

При возникновении разности температур между валом и корпусом, в связи с разной скоростью температурного расширения/сжатия, возникает изменение зазора:

$$\Delta g_t = \lambda \cdot (t_e - t_k) \cdot d_0 \quad (11)$$

$\lambda$  - коэффициент линейного температурного расширения.

$t_e$ ,  $t_k$  - температуры вала и корпуса при установленном режиме работы узла.

$d_0=(d+D)/2$  – средний диаметр подшипника.

При нагружении подшипника возникает деформация в месте контакта шарика и кольца:

$$\delta_r = \delta_{r_{bh}} + \delta_{r_{\text{нар}}} \quad (12)$$

$\delta_{r_{bh}}$  - величина контактной деформации при точечном контакте шарика с внутренним кольцом

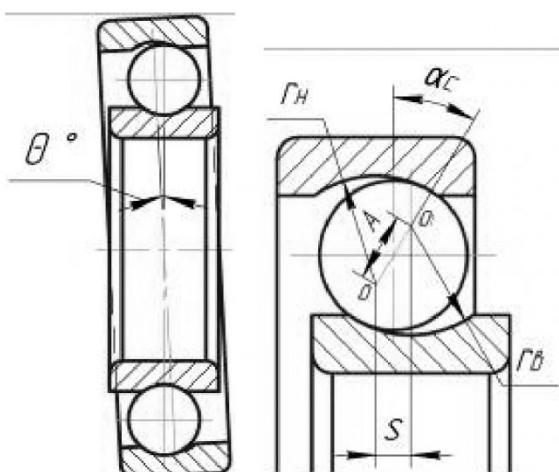


Рис. 2. Перекос колец в подшипнике

Рис. 3. Свободный угол контакта

$$\delta_{r_{bh}} = \left( \frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} \right)_e \times \times \left\{ \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \sum \rho_{bh}} \cdot \left[ \frac{1 - \varepsilon_m^2}{E_m} + \frac{1 - \varepsilon_{bh}^2}{E_{bh}} \right] \right\}^{2/3} \cdot \frac{\sum \rho_{bh}}{2} \quad (13)$$

$\varepsilon_m$  - коэффициент Пуассона для тела качения;

$E_m$  - модуль упругости для тела качения;

$Q$  - нагрузка;

$\sum \rho_{bh}$  - сумма кривизн.

$$\sum \rho_{bh} = \frac{1}{D_m} \cdot \left( 4 - \frac{1}{f_e} + \frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma} \right); \quad (14)$$

$\left( \frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} \right)_e$  - коэффициент, зависящий от разности кривизн ( $\cos \tau_e$ )

$$\cos \tau_e = \frac{\frac{1}{f_e} + \frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma}}{4 - \frac{1}{f_e} + \frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma}}; \quad (15)$$

$\delta_{r_{nap}}$  - величина контактной деформации при точечном контакте шарика с внутренним кольцом.

$$\delta_{r_{nap}} = \left( \frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} \right)_n \times \times \left\{ \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot \sum \rho_{nap}} \cdot \left[ \frac{1 - \varepsilon_m^2}{E_m} + \frac{1 - \varepsilon_{nap}^2}{E_{nap}} \right] \right\}^{2/3} \cdot \frac{\sum \rho_{nap}}{2} \quad (16)$$

$\sum \rho_{nap}$  - сумма кривизн.

$$\sum \rho_{nap} = \frac{1}{D_m} \cdot \left( 4 - \frac{1}{f_n} + \frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma} \right) \quad (17)$$

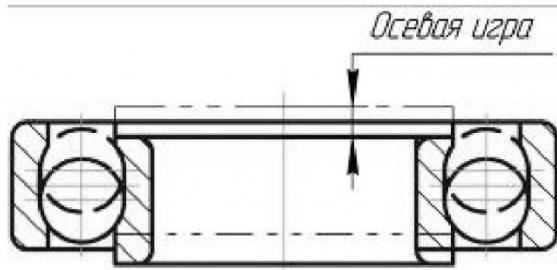


Рис. 4. Осевая игра подшипника.



Рис. 5. Восстановленное кольцо подшипника

$\left( \frac{2 \cdot K}{\pi \cdot \mu} \right)_n$  - коэффициент, зависящий от разности кривизн ( $\cos \tau_n$ )

$$\cos \tau_n = \frac{\frac{1}{f_n} + \frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma}}{4 - \frac{1}{f_n} + \frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma}} \quad (18)$$

$f_e, f_n$  - вспомогательные величины;

$$f_e = \frac{r_e}{D_m}; \quad f_n = \frac{r_n}{D_m}$$

$r_e, r_n$  - радиусы дорожек качения внутреннего и наружного колец в плоскости, перпендикулярной к направлению вращения;

$$\gamma = \frac{D_m}{d_0} \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  - номинальный угол контакта.

$$\alpha_c = \arccos\left(1 - \frac{g_r}{2 \cdot A}\right) \quad (20)$$

На второй стадии моделирования происходит расчет производных характеристик подшипника:

- угол перекоса колец  $\theta$  (рис. 2)

$$\Theta \approx 2 \cdot \cos^{-1} \left\{ 1 - \frac{g_r}{4 \cdot d_0} \times \left[ \frac{(2 \cdot f_s - 1) \cdot D_t - 0.25 \cdot g_r}{d_0 + (2 \cdot f_s - 1) \cdot D_t - 0.5 \cdot g_r} + \frac{(2 \cdot f_u - 1) \cdot D_t - 0.25 \cdot g_r}{d_0 - (2 \cdot f_u - 1) \cdot D_t + 0.5 \cdot g_r} \right] \right\} \quad (19)$$

- угол контакта  $\alpha_c$  (рис. 3)

где  $A = (f_s + f_u - 1) \cdot D_t$

- осевая игра  $S$  (рис. 4)

$$S = \left( 2 \cdot r - \frac{D_2}{2} + \frac{d_1}{2} \right) \cdot \tan \alpha_c \quad (21)$$

Программа по реализации модели выполнена в Excel, при помощи VBA (Visual Basic for Application), поэтому имеет довольно простой и понятный интерфейс. При вводе параметров подшипника происходит расчет и построение графиков производных характеристик (осевой игры, угла контакта, угла перекоса) от рабочего радиального зазора (рис. 6)

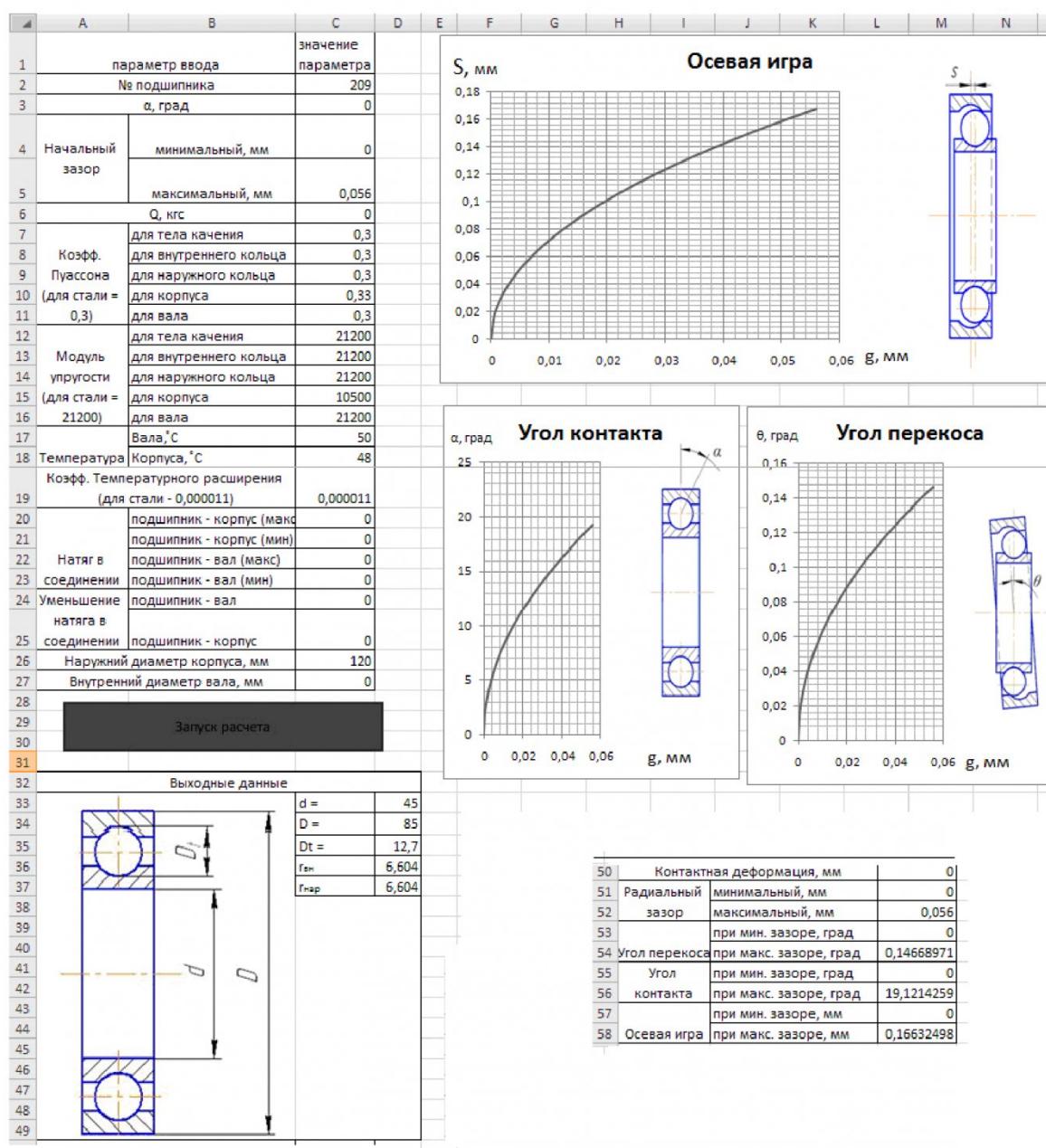


Рис. 6. Окно программы

Архитектура данной программы является открытой, что позволяет с легкостью изменять ее в зависимости от целей и задач. В возможности программы входит также оценка производных от зазора характеристики в условиях меняющихся входных параметров. Результаты экспериментального анализа показывают теоретическую состоятельность проведенной работы и представлены на рис. 5.

Предварительно изношенный с помощью абразивной пасты подшипник № 206 подвергался восстановлению порошками мягких металлов в смеси с пластичной смазкой [1,3]. На рис. 5 отчет-

ливо фиксируется смещение восстановленного слоя относительно оси симметрии кольца подшипника ( $X_2 > X_1$ ) и формирование угла контакта нехарактерного для радиальных подшипников.

#### *Выводы*

Рассматривая увеличение зазоров в подшипнике через изменение его характеристик, показано, что износ в подшипнике приводит к изменению контактирующих характеристик, смещению общей нормали контакта из плоскости симметрии, что является причиной возникновения осевой составляющей в радиальном подшипнике и обуславливает осевое нагружение всей опоры.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трение, износ и смазка (трибология и триботехника)/А.В. Чичинадзе, Э.М. Берлинер, Э.Д. Браун и др.; Под общей ред. А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 2003. – 576с.
2. Бейзельман Р.Д. Подшипники качения. Справочник. / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Цыпкин, Л.Я. Перель// Изд. 6-е, перераб. и допол. М., Машиностроение, 1975, 572 с.
3. <http://www.smazka.ru>

□ Авторы статьи:

Котурга

Владимир Петрович

- канд.техн.наук, зав. каф. прикладной механики КузГТУ,  
e-mail: pm\_kuzstu@mail.ru

Бородин

Дмитрий Андреевич

- студент гр.ТМ-061 КузГТУ,  
e-mail: Master-MJ@yandex.ru

Смылова

Ирина Васильевна

- ст. преподаватель каф. прикладной механики КузГТУ, e-mail:  
smuslova@bk.ru