

весьма значительным. Часто упругие колебания создают прямую угрозу прочности валам, балкам и другим конструкциям, подверженным механическим колебаниям. Нагрузки, вызванные колебательным процессом, суммируясь с рабочими нагрузками системы, увеличивают их неравномерность, повышают цикличность, что приводит к снижению срока службы деталей. В результате участились поломки, заметно снизился гарантированный срок службы деталей, возросло число аварийных отказов. Проблема повышения прочности, безаварийности работы при высоких скоростях движения стала одной из актуальных.

Для определенности рассмотрим парциальную одномассовую крутильную систему, состоящую из сосредоточенной массы с моментом инерции  $J_1$  и безынерционного вала рис 1.

В момент приложения или снятия нагрузок внешние массы упругой системы приходят в колебательное движение. Без учета демпфирования при постоянных величинах внешних моментов движение представляет собой незатухающие гармонические колебания

$$\varphi = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где  $\varphi$  – угол закручивания вала;

$A$  – амплитуда волны;

$\omega$  – собственная частота крутильных колебаний системы, определяемая зависимостью

$$\omega = \sqrt{c_{\sigma} / J_1}.$$

Соответственно период  $T = 2\pi/\omega$  и частота колебаний  $\nu = \omega / 2\pi$ ,

где  $c_{\sigma} = \frac{GJ_{p\sigma}}{L}$  – приведенная жесткость вала;

$G$  – модуль сдвига;

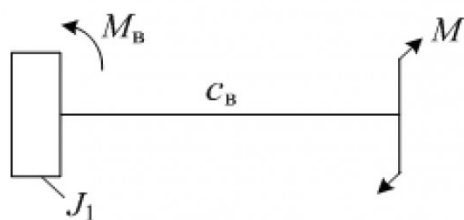


Рис. 1. Динамическая схема вала:  $J_1$  – приведенный момент инерции масс рабочих звеньев машины;  $M_{\sigma}$  – момент сил упругости в связи;  $c_{\sigma}$  – приведенная жесткость вала

$J_{p\sigma}$  – полярный момент инерции сечения вала, равный  $\pi d^4 / 32$ ;

$d, L$  – диаметр и длина вала.

Напряжения кручения вала при действии максимальных нагрузок и отсутствии концентраторов напряжений

$$\tau_{кр} = \frac{M_{\sigma}}{W_p} = \frac{M_{\sigma} d}{2J_{p\sigma}} \quad (2)$$

Выразив диаметр вала через момент инерции  $J_{p\sigma}$ , находим

$$\tau_{кр} = M_{\sigma} \sqrt[4]{\frac{2}{\pi J_{p\sigma}^3}} \quad (3)$$

Таким образом, для снижения загруженности вала необходимо увеличение момента инерции сечения  $J_{p\sigma}$ . Однако, если длина вала остается прежней, возрастает его жесткость и момент сил упругости.

Так при сохранении внешних условий согласно равенству энергетических режимов

$$E_n = \frac{c_{\sigma l} \varphi_l^2}{2} = \frac{c_{\sigma i} \varphi_i^2}{2} \quad (4)$$

находим

$$M_{\sigma i} = \varphi_i c_{\sigma i} = M_{\sigma l} \sqrt{c_{\sigma i} / c_{\sigma l}}, \quad (5)$$

т.е. момент нагрузки возрастает, но напряжения при этом снизятся

$$\tau_{кр i} = M_{\sigma i} \sqrt[4]{\frac{2}{\pi J_{p i}^3}} = M_{\sigma l} \sqrt{n} \sqrt[4]{\frac{2}{\pi J_{p l}^3 n^3}} = \tau_{кр l} / \sqrt[4]{n} \quad (6)$$

где  $n = c_{\sigma i} / c_{\sigma l} > 1$ .

При работе в циклическом режиме без учета масштабного фактора величина напряжений составит

$$\tau_{\text{эkv.кр} i} = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^r \left( \tau_{кр l}^m / \sqrt[4]{n^m} \right) \nu_i}. \quad (7)$$

Так как с увеличением жесткости вала частота нагружения  $\nu_i \sim \omega_i$ ,  $\omega_i = \omega_1 \sqrt{n}$  изменяется пропорционально  $\sqrt{n}$  ( $\nu_i = \nu_1 \sqrt{n}$ ), то расчетные напряжения составят

$$\tau_{\text{эkv.кр} i} = \tau_{\text{эkv.кр} l} n^{\frac{1-m/2}{2m}} \quad (8)$$

Здесь  $m$  – степень приведения нагрузок, согласно кривой усталости.

Характер изменения напряжений представлен на рис. 2, откуда видно, что повышение жесткости вала при соответствующем увеличении его диаметра и степени приведения  $m$  приводит к снижению расчетных напряжений. Наиболее интенсивное снижение нагрузок имеет место при увеличении диаметра вала менее чем в 1,5-1,6 раза (значениях  $n \leq 5-6$ ). Далее процесс стабилизируется и приближается к линейной зависимости.

*Ограничение динамических нагрузок.* Общепринятыми и широко распространенными способами ограничения динамических нагрузок является снижение жесткости упругих связей, а также

уменьшение масс движущихся элементов машины. Обратим внимание на особенности данных средств. Снижение жесткости в системе за счет

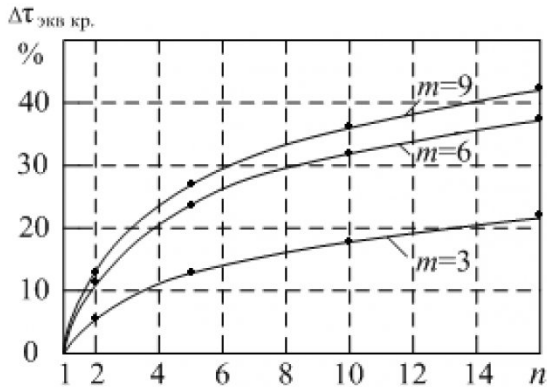


Рис. 2. Снижение расчетных напряжений при повышении жесткости вала и степени приведения нагрузки

уменьшения диаметра вала приводит к увеличению рабочих напряжений. Снижение жесткости за счет увеличения длины трансмиссий, как правило, ограничено допустимой длиной валов. Рассмотрим эффективность этих способов.

В соответствии с динамической моделью свободных колебаний

$$J\varphi'' + c\varphi = 0$$

(первое слагаемое уравнения определяет динамические свойства системы, второе – статические).

Если нагрузки связаны с переходными процессами, то амплитуда колебаний зависит от величины динамического момента  $A = J\varphi''/c$ . Эффективным способом снижения динамичности нагрузок, как следует из выражения, является уменьшение момента инерции движущихся деталей, либо ускорения их перемещения. Оба способа равнозначны. Однако снижение момента инерции предполагает изменение конструктивных свойств механизма и его возможности могут быть ограничены.

Если колебания вызваны изменением статических нагрузок  $M_c$ , то амплитуда волны  $A = M_c/c$  не зависит от динамических процессов. Снижение момента инерции приведет к увеличению частоты колебаний, а следовательно, и расчетных нагрузок.

Практический интерес представляет возможность увеличения диаметра вала при сохранении его жесткости. В данном случае момент сил упругости останется прежним  $M_{\text{вн}} = M_{\text{вн}}$ . Снижение напряжений составит

$$\tau_{\text{кр}i} = \tau_{\text{кр}1} / \sqrt[4]{n^3}, \quad (9)$$

где  $n$  – коэффициент увеличения момента инерции вала.

При сохранении жесткости элементов напряжения не зависят от условий приведения нагрузок.

При снижении напряжений на 40 %, момент инерции вала увеличится в два раза, а не в 16, как следует в выше рассмотренных примерах. Необходимая жесткость соединений в данном случае может быть выдержана соответствующим подбором длины вала, улучшением технических характеристик материала, увеличением демпфирующей способности связей и пр.

Проанализируем изгиб балки при действии сосредоточенной силы и упругих колебаний.

На рис.3 представлена схема упругой деформации консольной, безынерционной балки при нагружении сосредоточенной силой тяжести. С изменением уровня энергии в данной системе могут развиваться гармонические колебания около положения ее равновесия  $y_0$

$$y = A \cdot \sin(pt + \varphi_0), \quad (10)$$

где  $A = y_{\text{max}}$  – амплитуда колебаний;

$p$  – собственная частота колебаний системы, определяемая зависимостью

$$p = \sqrt{c/m};$$

$c_0$  – жесткость балки относительно прикладываемого усилия. Для балки одинакового сечения  $c = 3EJ/L^3$ .

Напряжения, возникающие при изгибе балки

$$\sigma_{u1} = \frac{M_u}{W_u} = \frac{(Q + Q_{\text{ynpl}})L}{J_1/r_1} \quad (11)$$

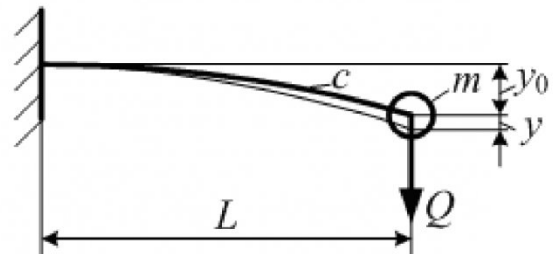


Рис. 3. Деформация изгиба консольной балки:  $c$  – жесткость балки;  $m$  – приведенная масса системы

где  $J$  – момент инерции сечения балки;

$r$  – расстояние от нейтральной оси до наиболее удаленной горизонтальной плоскости.

Для снижения рабочих напряжений увеличим момент инерции балки.

С учетом повышения жесткости и сил упругости формула (11) примет вид

$$\sigma_u = \frac{(Q + Q_{\text{ynpl}} \sqrt{c/c_1})L}{J/r} \quad (12)$$

Таким образом, с увеличением момента инерции нагруженность балки составит

$$\sigma_u = \sigma_{u1} \frac{(Q + Q_{\text{ynpl}} \sqrt{c/c_1})J_1 r}{(Q + Q_{\text{ynpl}})J r_1} \quad (13)$$

Из приведенного выражения следует, что с увеличением момента инерции и соответствующим

увеличением момента сопротивления напряжения снижаются. Наибольший эффект обеспечивается, если сечение балки увеличивается за счет ее ширины, т.е. расстояние  $r$  и длина  $L$  остаются прежними, равными  $r_1, L_1$ . При этом

$$\sigma_u = \sigma_{u1} \frac{(Q + Q_{\text{ynpl}} \sqrt{J/J_1}) J_1}{(Q + Q_{\text{ynpl}}) J}. \quad (14)$$

Снижение жесткости балки за счет увеличения длины в данном случае привело бы к росту момента нагрузки и действующих напряжений.

В циклическом режиме работы напряжения без учета масштабного фактора, полагая  $J/J_1 = n$ , будут равны

$$\sigma_{\text{экр.и.и}} = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^r \left( \sigma_{ui} \frac{1 + (Q_{\text{ynpl}}/Q) \sqrt{n}}{1 + Q_{\text{ynpl}}/Q} (1/n) \right)^m} v_i \quad (15)$$

Учитывая, что  $v_i = v_1 \sqrt{n}$ , найдем

□ Авторы статьи:

Егоров  
Владимир Федорович  
- канд.техн.наук, доц. каф. механического оборудования металлургических заводов Сибирского государственного индустриального университета, г. Новокузнецк.  
Тел. 8(3843) 46-48-01.  
E-mail: evf@zaoproxy.ru

Егоров  
Сергей Владимирович  
- начальник участка автоматизированных систем управления сталеплавильного производства ОАО «ЗСМК».  
Тел 8(3843) 59-01-85.  
E-mail: ecv@zaoproxy.ru.

УДК 622.817: 621.311

В.Н. Матвеев, А.М. Микрюков, В.Е. Беков

## АНАЛИЗ СТРУКТУР СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОСИСТЕМ С ПОЗИЦИЙ БЕЗОПАСНОСТИ И ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЯ

Эффективность исследования сложных распределенных систем электроснабжения во многом зависит от принятой математической модели, разработка которой является весьма трудоемкой задачей. Авторами предлагается один из возможных подходов ее решения, основанный на использовании структурных, стоимостных и информационных показателей.

В настоящее время существует большое разнообразие структур электрических сетей (городских, сельских, шахтных, промышленных и др.): незамкнутые (радиальные, магистральные, смешанные, одиночные и двойные, встречная магистраль); замкнутые (кольцевые, ячеичные). Причинами этого являются: особенности изменения (расширение, изменение местоположения и др.) объекта электроснабжения, параметры используе-

$$\sigma_{\text{экр.и.и}} = \sigma_{\text{экр.и.и1}} \frac{1 + (Q_{\text{ynpl}}/Q) \sqrt{n}}{1 + Q_{\text{ynpl}}/Q} / (n)^{\frac{2m-1}{2m}} \quad (16)$$

Значения напряжений зависят от постоянной  $Q$  и упругой  $Q_{\text{ynpl}}$  составляющих нагрузок. Постоянная нагрузка уменьшает влияние упругих сил. В случае только динамической нагруженности соотношение напряжений составит

$$\sigma_{\text{экр.и.и}} = \sigma_{\text{экр.и.и1}} / (n)^{\frac{m-1}{2m}}. \quad (17)$$

### Выводы

При наличии колебательных процессов влияние жесткости связей на нагрузки следует оценивать по напряжениям в упругих элементах.

С увеличением поперечных размеров упругих звеньев величина расчетных напряжений снижается при увеличении их жесткости.

Если колебания вызваны изменением статических нагрузок, то амплитуда волны не зависит от динамических процессов. Снижение момента инерции в этом случае сопровождается увеличением частоты колебаний и приведенных нагрузок.

мого электротехнического оборудования, субъективные факторы.

В связи с непрерывным развитием (расширением) электрических сетей и связанным с этим изменением их топологии, а также неснижающейся опасностью эксплуатации электрооборудования возникает задача оценки различных вариантов структур с помощью безопасностных и стоимостных показателей.

Разветвленность структур, большое разнообразие внутренних связей, их изменение позволяют отнести данные электрические сети к сложным системам, для которых в работе [1] предложены следующие структурные показатели:

- коэффициент структуры  $k_{cm} = p_M / s_M$ , учитывающий разветвленность связей, где  $s_M$  - общее число элементов системы;  $p_M$  - общее ко-