УДК 621.3.015.532

Ю.М. Кайгородов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРОННОГО РАЗРЯДА

Коронный разряд лежит в основе большинства современных электронно-ионных технологий (электрогазоочистка, электросепарация, пылеподавление, электроокраска). Коронный разряд возникает в газовой среде при подаче на электроды высокого напряжения. При этом коронирующий электрод выполняется в виде иглы или тонкого провода, что позволяет создать на нем зону ионизации. Как правило, на коронирующий электрод подается отрицательный потенциал. Электроны из зоны ионизации при движении к аноду прилипают к нейтральным атомам и молекулам газа, образуя отрицательные ионы. Ионы, сталкиваясь с частицами аэрозоля, оседают на них, сообщая им электрический заряд. В разрядном промежутке создается трехфазная среда: ионы, заряженные частицы аэрозоля и нейтральный газ. Носители зарядов под воздействием электрического поля высокого напряжения при движении к аноду,сталкиваясь с нейтральными молекулами, сообщают нейтральному газу скорость *V*. Движение ионов и заряженных частиц аэрозоля создает ток коронного разряда.

В настоящее время расчеты и проектирование установок электрогазодинамики в значительной мере базируется на данных эксперимента. Значительным шагом в теоретическом осмыслении проблем электрогазодинамики явилась монография [1], где дана теоретическая постановка и анализ общей задачи электрогазодинамики. В работе рассматривается одномерная модель течения газа (жидкости), поэтому полученные результаты лишены анизотропных свойств. Кроме того, в работе не учитывается неоднородность плотности энергии электростатического поля в зоне ионизации. Вследствие этого не представляется возможным использовать результаты работы для расчета конкретных устройств.

В связи с вышеизложенным ставится задача: разработать математическую модель коронного разряда как функцию параметров газовой среды, напряжения питания и конструктивных параметров коронноразрядного узла.

При разработке модели приняты допущения:

- газовая среда считается несжимаемой;
- силы тяжести, вязкость и теплопроводность среды не учитываются;
- коронирующий электрод – игольчатый;
- осадительный электрод – плоский, аэродинамически-прозрачный (сетка);
- режим коронного разряда – стационарный.

На рис.1 приведена схема теоретической модели коронного разряда, на которой отражены параметры:

x_0 – зона ионизации коронирующего электрода;

S_A - площадь осадительного анода;

V – скорость потока газа;

L_a - линии напряженности электрического поля;

E_a - вектор напряженности электрического поля;

L_0 – межэлектродное расстояние;

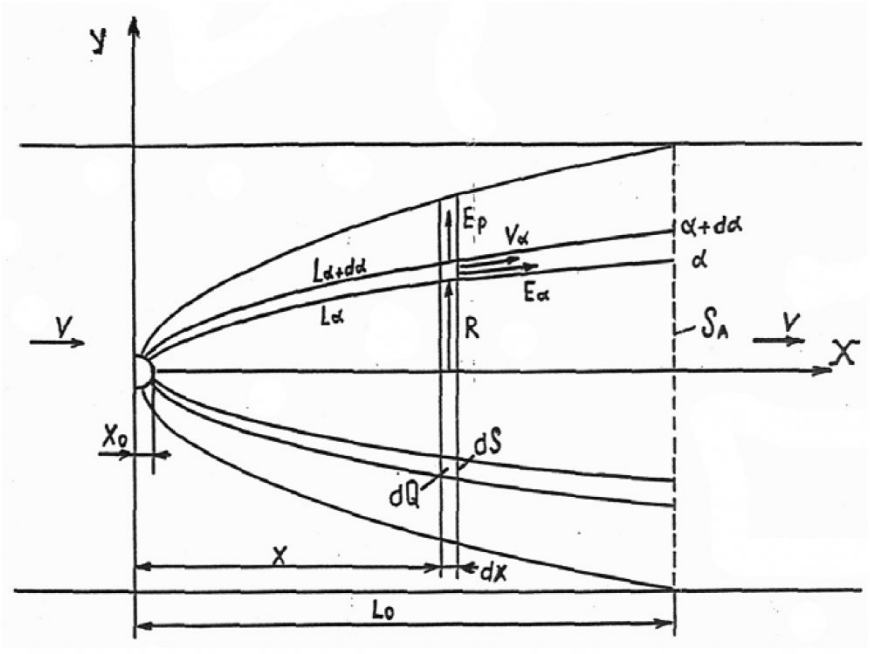

Рис.1. Схема теоретической модели коронного разряда

E_p – поперечная напряженность, создаваемая заряженными частицами и взаимно скомпенсированная соседними разрядными узлами.

Линии напряженности электрического поля L_a аппроксимируются семейством парабол $y^2=2ax$ с параметром a:

На схеме в межэлектродном промежутке выделен элемент потока напряженности объемом dQ, ограниченный параболоидами вращения с параметрами a и $(a+da)$.

Рассмотрим основные факторы,определяющие процесс коронного разряда.

Средняя скорость движения ионов и заряженных частиц аэрозоля

$$V_{ia} = V + bE_a, \qquad (1)$$

где b - среднее значение коэффициента подвижности заряженных частиц.и ионов. В реальных условиях определение b производится инструментально на основе предложенного способа [2].

Распределение потенциала электрического поля в разрядном промежутке определяется плотностью пространственного заряда согласно уравнению Гаусса: .

$$divE_a = \frac{dF}{dQ} = \frac{d(E_a dS)}{2\pi x da dx} = \frac{\rho_a}{\varepsilon}, \qquad (2)$$

где F – поток напряженности,

ρ_a -плотность электрических зарядов,

ε - электрическая постоянная.

Интенсивность образования ионов в зоне ионизации зависит от уровня объемной плотности энергии электрического поля:

$$W = \varepsilon \frac{E^2}{2}.$$

В зоне ионизации максимальное значение напряженность имеет место при $a=0$, т.е. E_0 . В качестве меры распределения ионов по параметру a в зоне ионизации принят коэффициент ионизации:

$$k_a = \frac{E_a^2}{E_0^2}.$$

Учитывая, что для напряжения U и напряженности в зоне ионизации справедливы отношения

$$E_0 \equiv \frac{U}{L_0} \quad \text{и} \quad E_a \equiv \frac{U}{L_a},$$

коэффициент ионизации можно выразить как

$$k_a = \frac{L_0^2}{L_a^2} \qquad (3)$$

На интенсивность процесса ионизации, как показывают эксперименты, оказывают влияние также радиус острия коронирующего электрода r и начальное напряжение коронного разряда U_0 . Отразить влияние этих факторов можно посредством коэффициента c. С учетом вышеизложенного, уравнение тока I_a в выделенном элементе рассматриваемой модели будет иметь вид

$$I_a = ck_a\rho_a V_{ia} dS.$$

Принимая во внимание, что силовые линии описываются параболой,

$$dS = 2\pi y dy = 2\pi\sqrt{2ax}\sqrt{\frac{x}{2a}}a = 2\pi x da.$$

В результате уравнение тока примет вид

$$I_a = 2\pi ck_a\rho_a V_{ia} x da.$$

Условием стационарности режима является уравнение неразрывности тока

$$\frac{dI_a}{dx} = \frac{d(2\pi ck_a\rho_a V_{ia} x dx)}{dx} = 0. \qquad (4)$$

Для решения поставленной задачи имеются уравнения (1-4). Уравнения (2) и (4) содержат две независимые переменные x и a. Будем решать систему уравнений по одному аргументу x, а значения параметров a и da ,будем считать постоянными. В этом случае система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} V_{ia} = V_a + bE_a, \\ \dfrac{d(E_a x)}{x dx} = \dfrac{\rho_a}{\varepsilon}, \ k_a = \dfrac{L^2{}_0}{L^2{}_a}, \\ \dfrac{2\pi da ck_a d(\rho_a V_{ia} x)}{dx} = 0. \end{cases}$$

Подставив первое и второе уравнения системы в четвертое, получим уравнение

$$\frac{2\pi da ck_a d\left[\varepsilon(V_a + bE_a)\dfrac{d(E_a x)}{dx}\right]}{dx} = 0.$$

Последнее уравнение является уравнением неразрывности тока. В результате его интегрирования получено выражение напряженности

$$E_a = \left[\frac{V_{Aa}^2}{4b^2} + \frac{J_{Aa}L_a}{ck_a\varepsilon b}\right]^{0.5} - \frac{V_{Aa}}{2b},$$

где V_{Aa} - скорость газа в плоскости анода,

J_{Aa} - плотность тока в плоскости анода.

Интегрирование последнего уравнения позволяет определить величину напряжения, приложенного к электродам коронноразрядного узла

$$U = \int_0^{La} E_a dL_a = \left[\frac{V_{Aa}^2}{4b^2} + \frac{J_{Aa}L_0}{ck_a\varepsilon b}\right]^{0.5} L_0 - \frac{V_{Aa}}{2b}L_a. \qquad (5)$$

Уравнения (5) и (3) позволяют оценить плотность тока на осадительном электроде

$$J_{Aa} = c\varepsilon bL_0\left[\frac{U^2}{L_a^4} + \frac{UV_{Aa}}{L_a b}\right], \qquad (6)$$

$$L_a = \frac{1}{2}\sqrt{2L_0(2L_0+a)} +$$

где

$$+\frac{a}{2}\ln\left[2\sqrt{L_0}+\sqrt{2(2L_0+a)}\right].$$

Уравнение (6) содержит неизвестный коэффициент c. Для его определения этого использованы результаты экспериментальных исследований [3], в которых предложено эмпирическое уравнение плотности тока по оси игла-плоскость

$$J_{A0} = \frac{b\varepsilon}{L_0^3}\frac{0{,}81\left(1+{}^{0{,}042}\!/_{L_0}\right)}{(1-150r_0)^3}U(U-U_0).$$

Сопоставление последнего равенства и (6) показывает их структурную общность и поэтому

$$c = c_1\frac{U-U_0}{U}.$$

Подставив последнее выражение в (6), получим уравнение плотности тока в плоскости осадительного электрода для коронного разряда

$$J_{A0} = c_1\varepsilon b L_0(U-U_0)\left[\frac{U}{L_a^4}+\frac{V_{Aa}}{L_a^3 b}\right], \quad (7)$$

где $$c_1 = \frac{0{,}81\left(1+{}^{0{,}042}\!/_{L_0}\right)}{(-150r_0)^3}.$$

В уравнении (7) остается неопределенным начальное напряжение коронного разряда. U_0 . Для установления зависимости U_0 от геометрических параметров коронноразрядного узла использован метод планирования многофакторных экспериментов. В качестве факторов приняты параметры:

r_0 - радиус острия коронирующего электрода,

L_0 - межэлектродное расстояние,

D - диаметр осадительного электрода.

Для области реально применяемых значений параметров получена зависимость

$$U_0 = 8000 + 2500\frac{\left(r_0-4\cdot10^{-4}\right)}{2\cdot10^{-4}} + 200\frac{\left(L_0-6\cdot10^{-2}\right)}{10^{-2}}.$$

Теперь, после определения всех компонентов уравнения тока J_{Aa} , можно найти суммарную величину тока коронного разряда по параметру a. Параметр a лишен наглядности, поэтому целесообразно его выразить через радиус R в плоскости осадительного электрода с помощью уравнения параболы $R^2=2aL_0$, откуда $a= R^2/2L_0)$.

Теперь уравнение (7) будет иметь вид

$$J_{AR} = c_1\varepsilon b L_0(U-U_0)\left[\frac{U}{L_R^4}+\frac{V_{AR}}{L_R^3 b}\right],$$

где

$$c_1 = \frac{0{,}81\left(1+{}^{0{,}042}\!/_{L_0}\right)}{(1-150r_0)^3}.$$

Суммарный ток разряда определяется численным методом. Для этого осадительный электрод представляется совокупностью M колец шириной ΔR каждый ($R=M\cdot\Delta R$).

Нумерация колец от центра осадительного электрода m=1,…,M. Радиус средней линии кольца определяется выражением

$$R_m = (m-0{,}5)\Delta R$$

Суммарный ток разряда

$$I = 2\pi\sum_{m=1}^{M} J_{Am}R_m\Delta R,$$

где $$J_{Am} = c_1\varepsilon k_m L_0(U-U_0)\left[\frac{U}{L_m^4}+\frac{V_{Am}}{L_m^3 b}\right],$$

$$c_1 = \frac{0{,}81\left(1+{}^{0{,}042}\!/_{L_0}\right)}{(1-150r_0)}, \qquad k_m = \frac{L_0^2}{L_m^2},$$

$$L_m = \frac{1}{2}\sqrt{4L_0^2+R_m^2}+\frac{R_m^2}{4L_0}\ln\left[2\sqrt{L_0}+\sqrt{\frac{4L_0^2+R_m^2}{L_0}}\right].$$

Экспериментальными исследованиями подтверждена адекватность теоретической модели реальным процессам коронного разряда. Методики расчета электрофильтров и ионизаторов, созданные на основе математической модели, использовались при проектировании этих установок для промышленных предприятий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рубашов И.Б. Бортников Ю.С.* Электрогазодинамика. -М.: Атомиздат, 1971. 167 с.

2. А.С. №1605181 СССР, G1 №27/62 Способ определения коэффициента подвижности заряженных частиц газовой среды / *Ю.М. Кайгородов, Л.А. Фукс, П.Т. Пономарев, Н.Н. Петров.* - № 4275858/25-25; Заявл. 13.05.87; Опубл. 07.11.90, Бюл. №41.

3. Дымовые электрофильтры / Под ред. В.И. Левитова. – М.: Энергия, 1980. 440 с.

Автор статьи:

Кайгородов
Юрий Миронович
- канд.техн.наук, доц. каф. общей электротехники КузГТУ
Тел. 8-3842-39-63-63