

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК: 687.016:515.2

С.В. Павлова, Т.В. Аюшеев

ЗАДАНИЕ УЧАСТКА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ИЗДЕЛИЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ИЗ ЛИСТОВОГО МАТЕРИАЛА

Одной из основных задач проектирования и конструирования изделий сложной формы, в частности в индустрии моды, является получение разверток и поверхностей – основы плоских шаблонов (деталей) изделий, изготавливаемых из листовых материалов. Приближенная развертка заданного участка поверхности двойной кривизны складывается из элементарных геометрических фигур – условных разверток элементов поверхности, полученных в результате членения ее различным образом. Членение поверхности на отдельные участки обычно осуществляется с помощью системы плоскостей, геодезических кривых, служащих исходными линиями развертывания и др. Дальнейшее развертывание полученных в результате членения участков производится с помощью аппроксимации исходной поверхности сложной формы плоскостью либо другой, развертывающейся поверхностью. В тех случаях, когда форма исходной поверхности не позволяет выполнение обычного членения на элементарные участки геодезическими линиями (например, в местах сочле-

нения разных по форме поверхностей), необходим другой подход [2, 3]. Ранее авторами было предложено теоретическое обоснование [2] и вычислительное экспериментирование [4] метода построения развертки для некоторого участка поверхности на основе построения негеодезической кривой и аппроксимации исходной поверхности торсовым посредником.

Указанный способ включает задачи моделирования поверхности сложной формы путем задания составной поверхности из непрямоугольных порций [5], проектирования кривой сложной конфигурации на смоделированной поверхности, построения контуров участка поверхности вдоль полученной негеодезической кривой с помощью геодезических параллелей, задания и развертывания на плоскость вспомогательной торсовой поверхности, огибающей исходную поверхность по заданной кривой сложной конфигурации.

Поверхности объектов сложной формы не могут быть точно развернуты на плоскость, для них выполняют построение так называемых условных

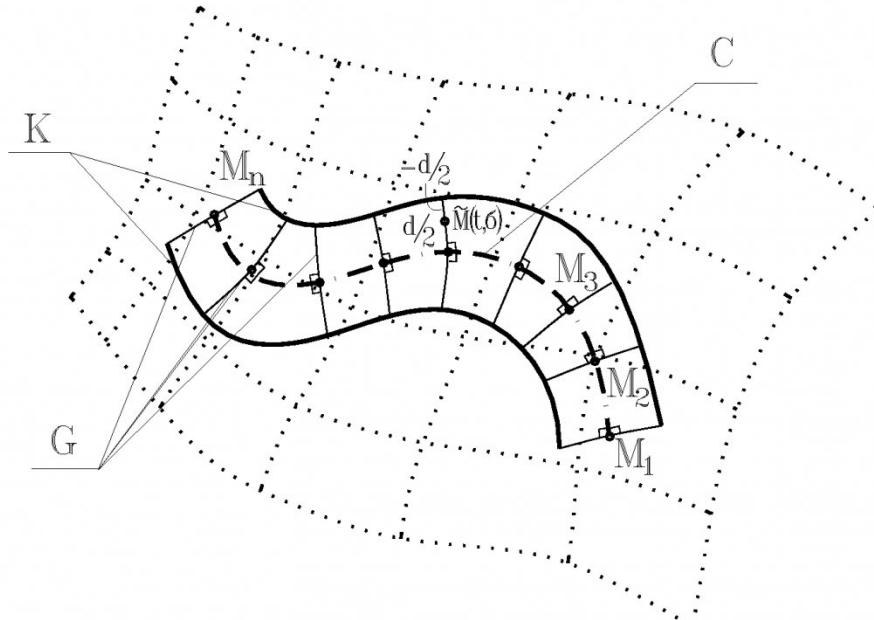


Рис. 1. C – базовая линия развертывания; M_1, M_2, \dots, M_n – узловые точки исходной кривой C; G – геодезические линии из узловых точек M_i , перпендикулярные кривой C; K – геодезические параллели – контуры участка вокруг базовой кривой L; d – ширина участка

разверток. Особенno сложно строить развертки для кривых поверхностей «переменного вида», как в случае изделий индустрии моды. Для построения подобных разверток используются различные методы, преимущественно путем кусочной аппроксимации исходных поверхностей развертывающимися. Общий прием развертывания сложных по форме поверхностей состоит в том, что заданную поверхность разбивают на отдельные элементы и аппроксимируют их элементами вспомогательных поверхностей (преимущественно многогранников), которые затем и развертывают.

Предложенный в работе способ позволяет производить развертывание участков на основе проектирования на исходной поверхности изделия линий, не являющихся геодезическими линиями поверхности. Указанная кривая является осевой или базовой линией некоторого участка поверхности, подлежащего развертыванию.

Конструирование базовой кривой на заданной поверхности изделия выполнено с помощью кубического параметрического сплайна в наклонах (4) по цифровому массиву ее узловых точек.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_k(t) = & \alpha'_{i,j-1}(j-t)^2(t-j+1) - \\ & - \alpha'_{i,j}(t-j+1)^2(j-t) + \\ & + \delta'_{i,j-1}(j-t)^2(2(t-j+1)+1) + \\ & + \delta'_{i,j}(t-j+1)^2(2(j-t)+1) \end{aligned} \quad (1)$$

для $j-1 \leq t \leq j$, $j=1, 2, \dots, l$, δ_{ij} – символ Кронекера.

Контуры участка вокруг базовой кривой задаются путем построения ее геодезической параллели (рисунок 1). Геометрическая модель геодезической параллели на поверхности, заданной методом непрямоугольных порций, определена следующим образом. Из узловых точек базовой кривой проводятся геодезические линии.

Уравнения геодезической линии на поверхности имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_\Gamma}{ds^2} + \Gamma_{11}^1 \left(\frac{du_\Gamma}{ds} \right)^2 + 2\Gamma_{12} \frac{du_\Gamma}{ds} \cdot \frac{dv_\Gamma}{ds} + \Gamma_{11}^2 \left(\frac{dv_\Gamma}{ds} \right)^2 = 0 \\ \frac{d^2 v_\Gamma}{ds^2} + \Gamma_{11}^2 \left(\frac{du_\Gamma}{ds} \right)^2 + 2\Gamma_{12} \frac{du_\Gamma}{ds} \cdot \frac{dv_\Gamma}{ds} + \Gamma_{22}^2 \left(\frac{dv_\Gamma}{ds} \right)^2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Здесь через Γ_{ij}^k обозначены символы Кристоффеля, вычисляемые по формуле

$$\Gamma_{ij}^k = (-1)^k \frac{\langle \vec{r}_{3-k}, \vec{r}_{i,j} [\vec{r}_1, \vec{r}_2] \rangle}{[\vec{r}_1, \vec{r}_2]^2}, \quad i, j, k = 1, 2$$

(квадратные скобки обозначают векторное произведение двух векторов, угловые скобки – смешанное произведение трех векторов).

Геодезическая линия должна проходить через точку M и должна быть перпендикулярна заданной на поверхности кривой, т.е.

$$\vec{r}_\Gamma(0) = \vec{r}_k(t)$$

и

$$\left(\frac{d\vec{r}_\Gamma(0)}{ds}, \frac{d\vec{r}_k(t)}{dt} \right) = 0 \quad (3)$$

Эти равенства представляют собой начальные условия для системы уравнений (2). Условия (3) в явном виде имеют вид

$$u_\Gamma(0) = u_k(t), \quad v_\Gamma(0) = v_k(t) \quad (4)$$

$$\frac{du_\Gamma(0)}{ds} = \pm \left(\frac{\vec{r}_2, \frac{d\vec{r}_k(t)}{dt}}{\sigma \left| \frac{d\vec{r}_k(t)}{dt} \right|} \right)$$

и

$$\frac{dv_\Gamma(0)}{ds} = \mp \left(\frac{\vec{r}_1, \frac{d\vec{r}_k(t)}{dt}}{\sigma \left| \frac{d\vec{r}_k(t)}{dt} \right|} \right)$$

Найдя решение $u_\Gamma(s)$, $v_\Gamma(s)$ системы уравнений (3), удовлетворяющее условиям (4), и подставив в него необходимое значение ширины искомого участка $s=\delta$, получим уравнение геодезической параллели, соответствующей этому δ

$$u_\Pi(t, \delta) = u_\Gamma(\delta), \quad v_\Pi(t, \delta) = v_\Gamma(\delta) \quad (5)$$

и

$$\vec{r}_\Pi(t, \delta) = \vec{r}(u_\Pi(t, \delta), v_\Pi(t, \delta))$$

$$t_0 \leq t \leq t_K, \quad -d/2 \leq \delta \leq d/2$$

Это есть уравнение математической модели задания геодезической параллели базовой кривой, т.е. контуров искомого участка в способе построения разверток сложных поверхностей в индустрии моды [2, 4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кривошапко, С.Н. Торсовые поверхности и оболочки: Справочник [Текст] / С.Н. Кривошапко – М.: УДН, 1991. – 280 с.
2. Найханов, В.В. Построение разверток при проектировании одежды [Электронный ресурс] / В.В. Найханов, С.В. Павлова // Тр. междунар. конф. по компьютерной графике и ее приложениям «Графикон-98»/ 7–11 сентября 1998 г. – М., 1998. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM): цв.; 12 см.
3. Павлова, С.В. Моделирование процесса геометрического проектирования кривых и поверхностей

изделий индустрии моды. [Текст] / С.В. Павлова // Естественные и технические науки, 2008. – № 5 (37) – С. 321-323.

4. Павлова, С.В. К вопросу геометрического проектирования изделий индустрии моды [Текст] / С.В. Павлова, Т.В. Аюшеев, В.В. Найханов // Вестник ВСГТУ. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2009. – № 3 – С.77-83.

5. Павлова, С.В. Описание виртуальной модели изделия в индустрии моды с позиции геометрического моделирования формы. [Текст] / С.В. Павлова, Аюшеев Т.В. // Вестник ВСГТУ. – Улан-Удэ, 2007. – № 3 – С.32-35.

□ Авторы статьи:

Аюшеев

Тумэн Владимирович
- докт.техн.наук., зав.
каф.«Инженерная и компьютерная
графика» Восточно-Сибирского го-
сударственного технологического
университета, г. Улан-Удэ
E-mail: atv_a@mail.ru

Павлова

Светлана Владимировна
- ст. преп. каф. «Технология изделий
легкой промышленности» Восточно-
Сибирского государственного тех-
нологического университета, г.
Улан-Удэ,
E-mail: tasvepa@mail.ru

УДК: 687.016:515.2

С.В. Павлова, Т.В. Аюшеев

К ВОПРОСУ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Как известно, одной из основных задач автоматизированного проектирования изделий индустрии моды является получение плоских шаблонов – деталей изделий со сложной поверхностью, к которым относятся одежда, обувь, головные уборы. Приближенная развертка заданного участка поверхности двойной кривизны складывается из элементарных геометрических фигур – условных разверток элементов поверхности, полученных в результате членения ее различным образом. Членение поверхности на отдельные участки осуществляется с помощью геодезических кривых, служащих исходными линиями развертывания. Дальнейшее развертывание полученных в результате членения участков производится с помощью аппроксимации исходной поверхности сложной формы плоскостью либо другой, развертывающейся поверхностью. Известно, что наилучшим посредником при подобном геометрическом моделировании являются торсовые поверхности [1].

В тех случаях, когда форма исходной поверхности не позволяет выполнение обычного членения на элементарные участки геодезическими линиями (например, в местах сочленения разных по форме поверхностей), необходим другой подход [2, 3]. Ранее авторами было предложено теоретическое обоснование [2] и вычислительное проектирование [4] метода построения развертки для некоторого участка поверхности на основе построения негеодезической кривой и аппроксимации исходной поверхности торсовым посредником. Указанный способ включает задачи построения вспомогательной торсовой поверхности, огибающей исходную поверхность по заданной кривой сложной конфигурации, и, далее, развертывания на плоскость торсового посредника [3, 5].

Вычислительный эксперимент, рассмотрен-

ный в работе [4], позволил выделить из конгруэнции линейчатых поверхностей искомый вспомогательный торс, аппроксимирующий заданный участок поверхности. Завершить процесс получения искомой развертки – плоского шаблона детали изделия – позволит решение задачи построения развертки выделенного линейчатого посредника. Последовательность геометрического процесса развертывания участка поверхности сложной формы представлена на рисунке.

Решение задачи развертывания торсовой оболочки, в свою очередь, основано на свойстве инвариантности коэффициентов первой квадратичной формы поверхности. Развертывание должно производиться с непрерывным уменьшением кручения и при сохранении кривизны развертываемой линии. В этом случае стрикционная линия торса вырождается в плоскую кривую с нулевым кручением. Прямолинейные образующие торса, касательные к ребру возврата, останутся касательными и к плоской кривой. Таким образом, под разверткой торса обычно понимают его ребро возврата после изгиба поверхности на плоскость.

В дальнейшем оно может использоваться как базовая линия для построения кривых на развертке. Указанные кривые ограничивают отсек торса в пространстве, т.е. определяют некоторый участок поверхности, далее модифицируемый в искомый шаблон детали изделия. При задании уравнения ребра возврата вспомогательного торса в параметрической форме, с длиной дуги s в качестве параметра уравнение торсовой поверхности [1], будет

$$r_T = \bar{r}_T(v, s) \quad (1)$$

где v – параметр, величина которого определяет расстояние от точки касания образующей до произвольной точки на ней. Если выразить v как некоторую непрерывную функцию параметра, то