

УДК 681.3

Д. И. Назаров

ТЕОРИЯ КАТАСТРОФ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СОСТОЯНИЯ ГОРНОТЕХНИЧЕСКИХ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Теория катастроф [1], появившаяся во второй половине прошлого века, получила за последние пол века значительное развитие в математике, однако в прикладных науках не нашла должного отражения, только частична отражена в термодинамике [2], квантовой механике, климатологии и экономике. В механических моделях наиболее упоминаемы ферма Мизеса и машина катастроф Зимана.

Большинство горнотехнических зданий и сооружений в расчетных моделях представляются как шарнирно-стержневые конструкции, для расчета которых, успешно применяется метод конечных элементов (далее МКЭ).

Значительный научный прогресс метода конечных элементов в нелинейном анализе [3] с эффективным использованием в современном программном обеспечении (ANSYS, Algor, MSC/NASTRAN, UAI/NASTRAN, MARC и т.д.) создал мощный инженерно-технический аппарат с достаточно высокой достоверностью результатов вычислений. Однако, нелинейный метод конечных элементов, имея высокую точность для монотонных (квазилинейных) систем, не обеспечен математическим аппаратом для систем, имеющих, при аналитическом расчете или экспериментальном исследовании, бифуркации.

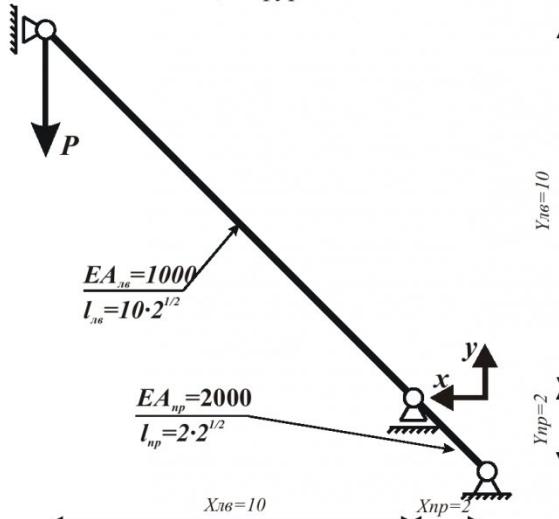


Рис. 1. Пример конструкции с двумя узлами бифуркации

Реализация в методе конечных элементах метода продолжения решения по параметру (в зарубежной литературе – arc-length), позволяет находить корректное решение в системах имеющих только один узел бифуркации. Реальные инженерные конструкции, в силу изначальной конст-

руктивной неопределенности, теоретически могут иметь множество узлов бифуркации. Пример простейшей конструкции, содержащей всего два элемента и две степени свободы (рис. 1.) в процессе деформации содержит две последовательно срабатывающих фермы Мизеса.

Аналитическое решение представленной конструкции:

$$y(x) = \sqrt{\left[\frac{EA_{np}}{EA_{lb}} \cdot \frac{x}{X_{lb} + X_{np} - x} \times \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + Y_{np}^2}} - \frac{1}{l_{np}} \right) + \frac{1}{l_{lb}} \right]^2 - (X_{lb} + X_{np} - x)^2} \quad (1)$$

где x – горизонтальная проекция правого элемента, а $y(x)$ – вертикальная проекция левого элемента,

$$Ry(x) = y(x) \cdot EA_{np} \cdot \frac{x}{X_{lb} + X_{np} - x} \times \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + Y_{np}^2}} - \frac{1}{l_{np}} \right) \quad (2)$$

где $Ry(x)$ – вертикальная реакция левого элемента (вертикальная проекция усилия в правом элементе).

Несложно убедиться, что все решение фактически зависит от одного параметра – горизонтальной проекции правого элемента (x).

Откладывая по оси абсцисс $y(x)$, а по оси ординат $Ry(x)$, строим график зависимости Ry от $\Delta y = (y - Y_{lb})$ (рис. 2.), для удобства анализа совместив с внешней силой (P).

На графике росту приложенной силы (P) соответствует кривая **A-B-E-F-H-I** (черная пунктирная линия), напомним, что нами рассматривается статическая внешняя сила, а она (по определению) растет от нуля до указанной расчетной величины.

Таким образом, сила, достигнув значения P_b , не уменьшается (если в бак накапало 95 литров, то меньше не станет).

Реакция левого элемента (Ry), в зависимости от перемещения узла (Δy), представлена кривой **A-B-C-D-E-F-G-H-I** (сплошная линия).

Подобное нелинейное поведение давно используется в быту (например, в выключателях, не допускающих искрового пробоя).

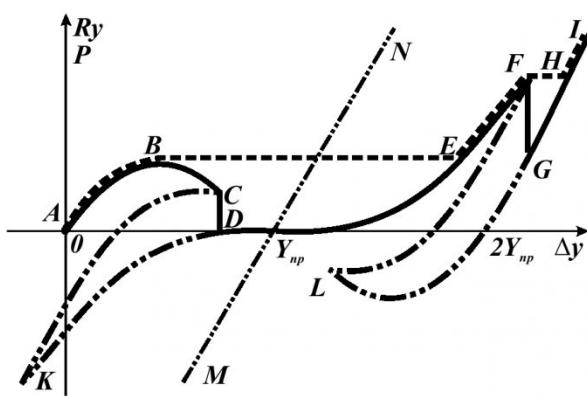


Рис. 2. График поведения конструкции

Очевидно, что на кривой ***C-K-D*** и ***F-L-G*** (штрих-пунктирная линия), конструкция оказаться не может, хотя бы по причине невозможности (после достижения внешней силой значения P_b) перемещения узла в обратном направлении (создавая отрицательную работу).

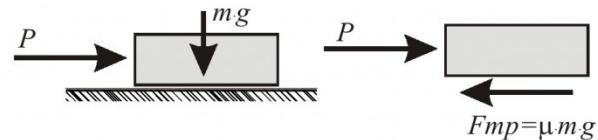
Соответственно, раз на участке ***B-E*** отсутствует статическое равновесие, то необходимо учитывать динамические составляющие, которые как раз в существующем методе конечных элементов отсутствуют.

В силу того, что приведенная модель является простейшей моделью нелинейной конструкции, мы вправе сделать вывод о невозможности корректного расчета нелинейных моделей программами конечно-элементного анализа в статической постановке задачи.

Объясняя подобные явления проще провести аналогию с классической задачей теоретической механики – равновесие/движение тела (рис. 3.) лежащего на поверхности.

Ранее [4] указывалось, что для изучения процесса перескока необходимо использовать дина-

мическую модель, которая, в силу сложности моделирования и громоздкости численного анализа, не применима для практических задач анализа состояния проектируемых горнотехнических здания и сооружений.

Рис. 3. Анализ воздействий на тело: процесс деформации при $P < F_{mp}$; процесс движения при $P > F_{mp}$

Однако для определения предельной несущей способности анализируемых конструкций горнотехнических зданий и сооружений вполне обоснованным может являться определение критического положения статического равновесия системы. Критерием критического положения статического равновесия системы, в данном случае, является локальный максимум функции статического равновесия любого узла системы.

В физическом представлении – точка бифуркации, что позволяет использовать известный математический метод [3] без учета инерционных характеристик системы, т.е. в нелинейной статической постановке задачи.

Дальнейшая модификация существующего метода конечных элементов в геометрически-нелинейной постановке, позволит добиться информирования о критическом положении деформируемой системы.

Для инженерно-технических задач данный подход к подобным задачам может считаться обоснованным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 128 с.;
2. Басин М.А. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 8. С. 30-33;
3. Григорюк Э.И., Шалашилин В.И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1988. 232 с.;
4. Назаров Д.И. Некоторые особенности геометрически-нелинейных задач// Автоматизация и информатизация машиностроения – 2000: Сб. тр. междунар. науч.-техн. конф. - ТулГУ, Тула, 2000. С. 96-99.

□ Автор статьи:

Назаров
Дмитрий Иванович
– доцент кафедры
«Строительство подземных
сооружений и шахт» КузГТУ.
E-mail: L01BDV@yandex.ru