

УДК 621.313.84

А.В. Липин

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОСТОЯННОГО МАГНИТА И ЭЛЕКТРОМАГНИТА

В настоящее время, в связи с созданием мощных постоянных магнитов на основе редкоземельных металлов (неодим, самарий), открылись новые возможности в сфере разработки двигателей.

Такие двигатели состоят из статора, который имеет обмотки, и ротора, содержащего постоянные магниты. Чередующиеся полюса ротора имеют прямолинейную форму и расположены параллельно оси двигателя. Благодаря намагниченности ротора, в таких двигателях обеспечивается больший магнитный поток и, как следствие, больший момент, чем у двигателей с переменным магнитным сопротивлением.

Данная статья посвящена разработке математической модели специализированного двигателя для манипуляторов и исполнительных органов роботизированных механизмов. Согласно принципу его работы, пространственная ориентация ротора определяется конфигурацией магнитного поля статора, что при отсутствии ограничивающих механических связей между ними, обуславливает наличие нескольких степеней свободы.

Конструкция двигателя представляет собой две сферы с электромагнитами на внешней (статоре), и постоянными магнитами на внутренней (роторе). Схематичный вид двигателя представлен на рис.1.

Система управления, коммутируя ключи в определенной последовательности, подает на полюса статора напряжение, создавая магнитное поле.

Для формирования требуемой конфигурации поля, число полюсов статора должно существенно превышать число полюсов ротора.

Для определения основных параметров двигателя необходима математическая модель, позволяющая рассчитать направление и модуль сил, возникающих при взаимодействии электромагнита и постоянного магнита при их произвольном размещении в пространстве. Так как магнитное поле неоднородно, необходимо вывести формулу расчета магнитной индукции, создаваемой прямоугольным витком в произвольной точке пространства.

Воспользуемся законом Био-Саварра-Лапласа [1].

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3};$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, \vec{r} – радиус вектор, $d\vec{l}$ – вектор элемента контура.

Поместим катушку в прямоугольную систему координат с началом координат в ее центре. Пу-

тем интегрирования и геометрических преобразований получим формулу для расчета индукции создаваемой в произвольной точке пространства аналогично для обеих пар противоположных сторон.

Для пары проводников, параллельной оси ОХ:

$$B_{r0}^{y1} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi\sqrt{(r_{y1} - r_{0y})^2 + r_{0z}^2}} \times \left(\frac{\sqrt{(r_{x2} - r_{0x})^2}}{\sqrt{(r_{x2} - r_{0x})^2 + (r_{y1} - r_{0y})^2 + r_{0z}^2}} - \frac{\sqrt{(r_{x1} - r_{0x})^2}}{\sqrt{(r_{x1} - r_{0x})^2 + (r_{y1} - r_{0y})^2 + r_{0z}^2}} \right)$$

$$B_{r0}^{y2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi\sqrt{(r_{y2} - r_{0y})^2 + r_{0z}^2}} \times \left(\frac{\sqrt{(r_{x1} - r_{0x})^2}}{\sqrt{(r_{x1} - r_{0x})^2 + (r_{y2} - r_{0y})^2 + r_{0z}^2}} - \frac{\sqrt{(r_{x2} - r_{0x})^2}}{\sqrt{(r_{x2} - r_{0x})^2 + (r_{y2} - r_{0y})^2 + r_{0z}^2}} \right);$$

Для пары проводников, параллельной оси ОУ:

$$B_{r0}^{x1} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi\sqrt{(r_{x1} - r_{0x})^2 + r_{0z}^2}} \times \left(\frac{\sqrt{(r_{y2} - r_{0y})^2}}{\sqrt{(r_{y2} - r_{0y})^2 + (r_{x1} - r_{0x})^2 + r_{0z}^2}} - \frac{\sqrt{(r_{y1} - r_{0y})^2}}{\sqrt{(r_{y1} - r_{0y})^2 + (r_{x1} - r_{0x})^2 + r_{0z}^2}} \right);$$

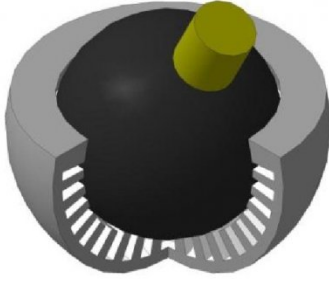


Рис.1. Схематичный вид двигателя

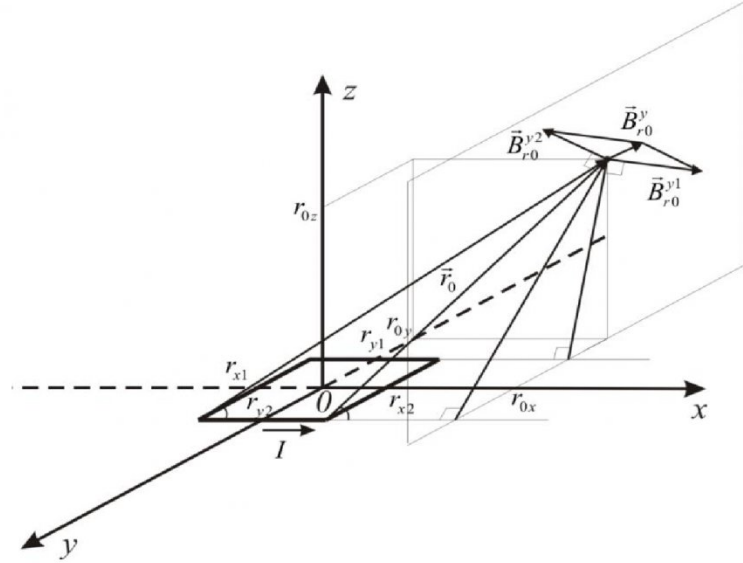


Рис.2. Поясняющая диаграмма

$$B_{r0}^{x2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi\sqrt{(r_{x2}-r_{0x})^2 + r_{0z}^2}} \times \left[\frac{\sqrt{(r_{y1}-r_{0y})^2}}{\sqrt{(r_{y1}-r_{0y})^2 + (r_{x2}-r_{0x})^2 + r_{0z}^2}} - \frac{\sqrt{(r_{y2}-r_{0y})^2}}{\sqrt{(r_{y2}-r_{0y})^2 + (r_{x2}-r_{0x})^2 + r_{0z}^2}} \right];$$

где r_{yi}, r_{xi} – координаты сторон рамки с током; r_{0x}, r_{0y}, r_{0z} – координаты точки, в которой рассчитывается магнитная индукция; I – ток, протекающий по рамке.

По принципу суперпозиции, используя теорему косинусов, складываем соответствующие вектора, получая две составляющие результирующего вектора магнитной индукции.

$$B_{r0}^y = \sqrt{\frac{(B_{r0}^{y1})^2 + (B_{r0}^{y2})^2 - 2B_{r0}^{y1}B_{r0}^{y2} \times \frac{r_{y1}r_{y2} - r_{y2}r_{0y} + r_{0y}^2 - r_{y1}r_{0y} + r_{0z}^2}{\sqrt{((r_{y2}-r_{0y})^2 + r_{0z}^2)((r_{y1}-r_{0y})^2 + r_{0z}^2)}}}{}};$$

$$B_{r0}^x = \sqrt{\frac{(B_{r0}^{x1})^2 + (B_{r0}^{x2})^2 - 2B_{r0}^{x1}B_{r0}^{x2} \times \frac{r_{x1}r_{x2} - r_{x2}r_{0x} + r_{0x}^2 - r_{x1}r_{0x} + r_{0z}^2}{\sqrt{((r_{x2}-r_{0x})^2 + r_{0z}^2)((r_{x1}-r_{0x})^2 + r_{0z}^2)}}}{}};$$

После геометрических преобразований получим проекции составляющих вектора магнитной индукции по трем осям.

$$\begin{aligned} B_{r0,y}^y &= B_{r0}^y \cos \theta; & B_{r0,y}^x &= 0; \\ B_{r0,x}^y &= 0; & B_{r0,x}^x &= B_{r0}^x \cos \Delta; \\ B_{r0,z}^y &= B_{r0}^y \sin \theta; & B_{r0,z}^x &= B_{r0}^x \sin \Delta; \end{aligned}$$

где $\angle \theta = B_{r0}^y \hat{OY}$, $\angle \Delta = B_{r0}^x \hat{OX}$.

Складываем составляющие для каждой из осей, получая проекции результирующего вектора.

$$\begin{aligned} B_{r0,y} &= B_{r0}^x \cos \theta; & B_{r0,x} &= B_{r0}^y \cos \Delta; \\ B_{r0,z} &= B_{r0}^x \sin \theta + B_{r0}^y \sin \Delta; \end{aligned}$$

В качестве примера, картина распределения составляющих вектора магнитной индукции по прямой, расположенной над единичным контуром прямоугольной формы представлена на рис.3.

Для проверки математической модели был проведен эксперимент. В поле электромагнита был помещен датчик холла. При его прямолинейном перемещении над поверхностью магнита, с датчика снимались данные, характеризующие модуль магнитной индукции. Полученные результаты представлены на рис.4.

Сравнив результаты эксперимента (рис.4) с расчетными данными (рис.5), делаем вывод об адекватности полученной математической модели.

Далее необходимо заменить постоянный магнит одновитковым контуром с эквивалентным током и рассчитать силу взаимодействия используя закон Ампера.

Для эквивалентного одновиткового контура, с площадью, равной площади постоянного магнита в плоскости XOY, эквивалентный ток определяется по формуле:

$$I_{\text{экв}} = \frac{JV}{S} = Jh;$$

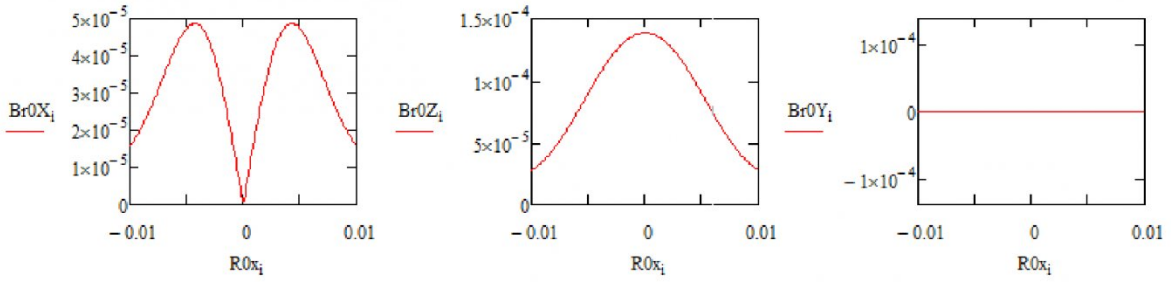


Рис.3. Картина распределения составляющих вектора магнитной индукции

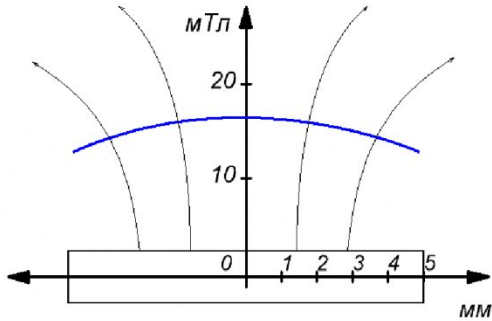


Рис.4. Модуль результирующего вектора магнитной индукции по результатам эксперимента

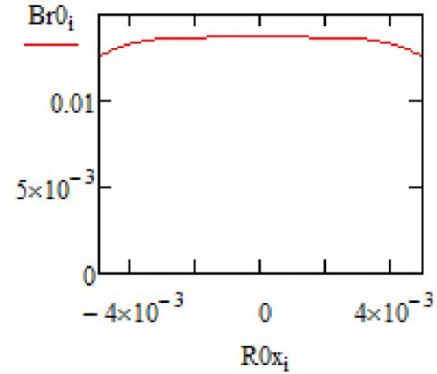


Рис.5. Модуль результирующего вектора магнитной индукции по результатам расчетов

где V – объем магнита, S – площадь эквивалентного контура, h – размер магнита по оси OZ , J – остаточная намагниченность магнита.

Для наиболее мощных на сегодняшний день магнитов – неодимовых (**NdFeB**) – величина остаточной намагниченности составляет в среднем 1.3 Тл, или 1040 кА/м.

Зная составляющие вектора магнитной индукции и эквивалентный ток, можно рассчитать составляющие силы Ампера, действующей на эквивалентный контур:

$$F_x = \int_{r_{0y1}}^{r_{0y2}} I_{\text{экв}} B_{r_0 z} dr_{0y} \Big|_{r_{0x2}}^{r_{0x1}} + I_{\text{экв}} \int_{r_{0y2}}^{r_{0y1}} B_{r_0 z} dr_{0y} \Big|_{r_{0x2}}^{r_{0x1}} ;$$

$$F_y = \int_{r_{0x1}}^{r_{0x2}} I_{\text{экв}} B_{r_0 z} dr_{0x} \Big|_{r_{0y2}}^{r_{0y1}} + I_{\text{экв}} \int_{r_{0x2}}^{r_{0x1}} B_{r_0 z} dr_{0x} \Big|_{r_{0y2}}^{r_{0y1}} ;$$

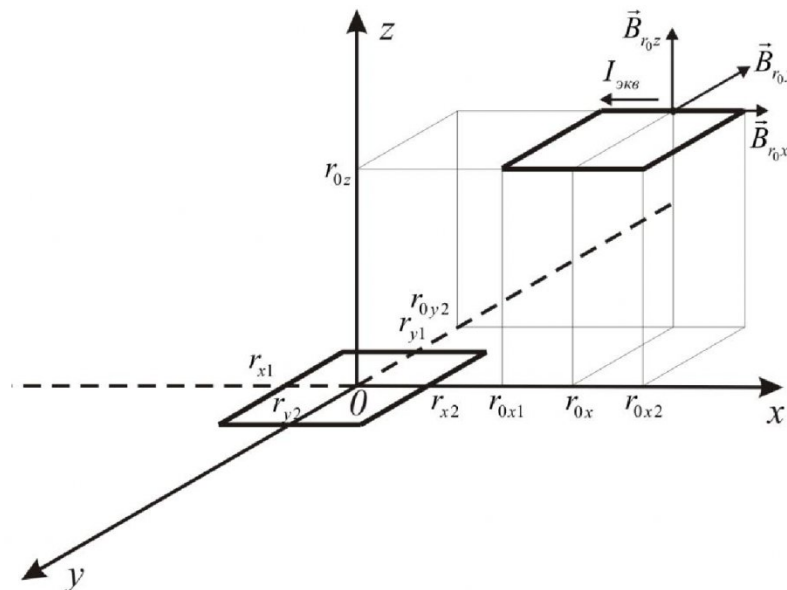


Рис.6 - Поясняющая диаграмма.

$$F_z = I_{\text{экв}} \int_{r_{0,y2}}^{r_{0,y1}} B_{r_0,x} dr_{0,y} \Big|_{r_{0,x2}}^{r_{0,x1}} + I_{\text{экв}} \int_{r_{0,x2}}^{r_{0,x1}} B_{r_0,y} dr_{0,x} \Big|_{r_{0,y1}}^{r_{0,y2}} + I_{\text{экв}} \int_{r_{0,y1}}^{r_{0,y2}} B_{r_0,x} dr_{0,y} \Big|_{r_{0,x1}}^{r_{0,x2}} + I_{\text{экв}} \int_{r_{0,x1}}^{r_{0,x2}} B_{r_0,y} dr_{0,x} \Big|_{r_{0,y2}}^{r_{0,y1}} ;$$

Пока центр эквивалентного контура находится непосредственно над центром контура электро-

магнита, силы в плоскости ХОУ скомпенсированы, суммарная сила направлена вдоль оси Z. При смещении возникает сдвигающий момент, формирующий полезное усилие.

Совершенство данный математический аппарат и адаптируя его для сложных магнитных систем можно получить не только суммарный полезный момент, но и тангенциальную составляющую силы взаимодействия полюсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики. – Изд. 4-е, стереотипное. – М.: Физматлит; Изд-во МФТИ, 2004. – Т. III. Электричество. – 656 с.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М., Наука, 1988. – 512 с..

□ Автор статьи:

Липин
Артем Вадимович,
аспиранта каф. электропривода и автоматизации КузГТУ Email: lipiav@mail.ru

УДК 621.313.84

А.В. Липин

АКТУАЛЬНОСТЬ И ПРИНЦИПЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УСТРОЙСТВА «МНОГОКООРДИНАТНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ».

В настоящее время в мире наметились тенденции качественного развития сферы робототехники как общепромышленного, так и специализированного направления. Прогресс наблюдается как в области систем управления и программного обеспечения, так и в совершенствовании конструкции механизмов. В частности, большое значение приобретает разработка новых манипуляторов – исполнительных органов, в связи с повышением требований, предъявляемых к их подвижности и функционалу. Это становится особенно важным при построении адаптивных систем, рассчитанных на работу с изменяющимися задачами.

Сервоприводы современных манипуляторов, при всех своих очевидных достоинствах, обладают только одной степенью свободы, что накладывает определенные ограничения на конструкцию установок, а именно ограниченную подвижность. На каждую необходимую степень свободы требуется установка отдельного привода, а то и нескольких, что ведет к усложнению и удорожанию конструкции в целом, а так же излишней нагрузке на систему управления.

Идея использования многокоординатного двигателя заключается в управлении положением рабочего органа посредством изменения конфигурации магнитного поля, аналогично принципу, применяемому в шаговых двигателях, однако перенесенному в трехмерную систему координат. Простейшей аналогией многокоординатного дви-

гателя является плечевой сустав. Так же корректно и название «Управляемый многокоординатный шарнир» Данная задача, несмотря на очевидную логичность, несет ряд трудностей, связанных с непосредственной реализацией.

Основные проблемы, связанные с реализацией данной идеи.

- Отсутствие возможности жесткой фиксации подвижных частей, т.к это ведет к потере степеней свобод.
- Необходимость работы с криволинейной сферической поверхностью, и связанные с этим проблемы с равномерным распределением и чередованием полюсов.
- Повышенные требования, применяемые к системе управления.
- Ограничения, накладываемые на полезный момент, развиваемый двигателем.
- Сложность расчета моментов и сил [1].

Интересную особенность приобретают механизмы с использованием многокоординатного двигателя. Анатомическое сходство с биологической конечностью позволяет использовать движения, интуитивно понятные оператору, что многообещающе выглядит в свете развития медицинских технологий протезирования. Снижение числа используемых приводов ведет к удешевлению и упрощению конструкции.

Для решения данных задач предполагаются следующие действия.