

ной нагрузки на выемочный участок.

Исходя из количества воздуха и предельно допустимой концентрации метана в исходящей струе, рассчитаем допустимое метановыделение из отбитого угля по формуле

$$I_{\text{o.y.d.}} = \frac{100 \cdot I_{\text{пл}} - C_d \cdot I_{\text{пл}} - C_d Q_{\text{исх}}}{C_d - 100}, \text{ м}^3/\text{мин}, \quad (4)$$

где $I_{\text{пл}}$ – метановыделение с плоскости забоя, $\text{м}^3/\text{т}$; C_d – предельно допустимая концентрация метана в исходящей струе участка, %; $Q_{\text{исх}}$ – количество исходящего воздуха из очистного забоя, $\text{м}^3/\text{мин}$.

Зная предельно допустимое количество метана, выделяющееся из отбиваемого и транспортируемого угля в исходящей струе воздуха, найдем допускаемую скорость движения комбайна

$$v_{\text{к.д.}} = \frac{I_{\text{o.y.d.}}}{m_b l_{cm} \rho_y \Gamma_{\Delta \cdot o.y.} \cdot (1 - 1,34 C_3 (1 + t_x)^{C_3 - 1})}, \text{ м/мин}, \quad (5)$$

Результаты расчетов с различным коэффициентом предварительной дегазации пласта $K_d=0,3$ и $K_d=0,5$ представлены на рис. 4 и 5. Видим, что повышение коэффициента дегазации позволит значительно повысить допускаемую рабочую скорость комбайна. Однако такое значение коэффициента предварительной дегазации может быть достигнуто лишь с применением технологий гидроразрыва пласта.

Сравнение графиков на рис. 4 и 5 показывает, что для производительной работы очистного забоя необходимы инвестиции в разработку технологий высокоеффективной дегазации угольных пластов, которые обеспечивают возврат вложений за счет повышения темпов ведения горных работ.

Таким образом, метановыделение из отбитого угля при его транспортировании соответствует газокинетическим показателям распада остаточного газосодержания твердого углекислового раствора. Установленные на этой основе зависимости обеспечивают определение основных характеристик процесса с учетом горно-геологических условий и технологического режима работы забоя: глубины стружки, рабочей скорости комбайна, скорости подвигания очистного забоя, времени транспортирования угля в пределах выемочного участка. Разработанный алгоритм расчета метановыделения из отбитого угля обеспечивает определение его параметров с погрешностью не более 17 %. Появляется возможность корректировать скорость комбайна для исключения превышения максимально допустимой концентрации метана в исходящей струе воздуха.

Работа выполнена при финансовой поддержке интеграционного проекта СО РАН № 60 и грантов РФФИ №№ 10-05-90001-Бел_a, 10-05-98009-p_сибирь_a.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малышев, Ю.Н. Фундаментально-прикладные методы решения проблемы угольных пластов / Ю.Н. Малышев, К.Н. Трубецкой, А.Т Айруни - М.:ИАГН, 2000. – 516 с.
2. Руководство по проектированию вентиляции угольных шахт. – Макеевка-Донбасс: Ротапринт МакНИИ, 1989. – 319 с.

□ Авторы статьи:

Полевщиков Геннадий Яковлевич - докт.техн.наук, проф., зав. лабораторией газодинамики и геомеханики угольных месторождений Института угля СО РАН, E-mail: Gas_coal@icc.kemsc.ru .	Шинкевич Максим Валерьевич - канд. техн. наук, м. н. с лаборатории газодинамики и геомеханики угольных месторождений Института угля СО РАН, E-mail: Gas_coal@icc.kemsc.ru .
---	---

УДК 622.235(088.8): 519.21

Д.Ю. Сирота, В.В Иванов

ЗАВИСИМОСТЬ ПОТЕНЦИАЛА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ГОРНЫХ ПОРОД ОТ ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЕМОГО ДАВЛЕНИЯ

Введение

В работах [1,2,3] Б.Г. Тарасов, В.В. Дырдин, В.В. Иванов, Д.В. Алексеев экспериментально, а затем теоретически установили взаимосвязь между градиентом среднего напряжения в горных породах Земли и напряженностью электрического поля (далее ЭП):

$$\vec{E} = \frac{\vec{\Omega}}{q} \nabla P, \quad (1)$$

где $\vec{\Omega} \sim 10^{-29}$ – дилатация кристаллической решетки, м^3 ; $q \sim e \approx 1,602 \cdot 10^{-19}$ – заряд вакансии,

Кл; \vec{E} – напряженность ЭП, В/м; ∇P – градиент механических напряжений, Па/м.

Как показал Д.В. Алексеев в [3] зависимость (1) получается в результате решения системы дифференциальных уравнений (непрерывности тока, амбиполярной диффузии, Пуассона):

$$\frac{\partial n^\pm}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{i}_\pm, \quad (2)$$

$$\vec{i}_\pm = \pm \frac{qn^\pm D^\pm}{kT} \vec{E} - D^\pm \nabla n^\pm - \frac{D^\pm n^\pm \Omega^\pm \nabla P}{kT}, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{q(n^+ - n^-)}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (4)$$

где q – заряд точечных дефектов (катионных и анионных вакансий), Кл; n^\pm, Ω^\pm – соответственно концентрация и дилатация для каждого типа носителей, м⁻³, м³; D^\pm – коэффициент самодиффузии дефектов положительного и отрицательного знака, м²/с; \vec{E} – напряженность поля проводимости, В/м; P – среднее давление в каждой точке кристалла, Па; $\varepsilon \varepsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость кристалла, Ф/м; \vec{i}_\pm – вектор потока точечных дефектов положительного и отрицательного знаков.

В уравнениях (2 – 4) предполагается, что напряжение, а следовательно, и его градиент не изменяются во времени.

Данная статья посвящена обобщению зависимости (1) на случай периодически изменяемого напряжения.

§1. Основные закономерности

В случае периодически изменяемого напряжения, его величина будет определяться следующим образом: $P \cos(f \cdot t)$, где f – частота изменения давления. Если частота $f = 0$, то периодически изменяемое напряжение переходит в стационарный режим.

Запишем систему (2,3) с учетом дефектов структуры образца по Schottky и Френкелю относительно новых переменных $N = n^+ + n^-$ и $\delta N = n^+ - n^-$.

Для случая дефектов структуры по Schottky:

$$\begin{cases} (\delta N)'_t = -A_2 \delta N + D \nabla^2 (\delta N) + \beta D \nabla^2 N \\ \quad - \beta A_3 \nabla^2 P \cos(f \cdot t) \\ (N)'_t = -\beta A_2 \delta N + D \nabla^2 N + \beta D \nabla^2 (\delta N) \\ \quad - A_3 \nabla^2 P \cos(f \cdot t) \end{cases} \quad (5)$$

для дефектов структуры по Френкелю:

$$\begin{cases} (\delta N)'_t = -A_2 \delta N + D \nabla^2 (\delta N) + \beta D \nabla^2 N \\ \quad + A_3 \nabla^2 P \cos(f \cdot t) \\ (N)'_t = -\beta A_2 \delta N + D \nabla^2 N + \beta D \nabla^2 (\delta N) \\ \quad + \beta A_3 \nabla^2 P \cos(f \cdot t) \end{cases}, \quad (6)$$

где

$$A_2 = 2/(\rho \varepsilon \varepsilon_0), \quad A_3 = 2\Omega/(\rho q^2),$$

$$1/\rho = q^2 n D/(kT), \quad \beta = [D^+ - D^-]/[D^+ + D^-], \\ D = (D^+ + D^-)/2.$$

Применим к системам (5, 6) преобразование Fourier по пространственным координатам x, y, z . Учитывая, что оператор ∇^2 преобразуется в $-\omega^2$, где $\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2$ – параметр Fourier-преобразования, получим следующие системы дифференциальных уравнений:

Для дефектов структуры по Schottky:

$$\begin{cases} (\delta N)'_t = -(A_2 + D\omega^2)\delta N - \beta D\omega^2 N + \\ \quad + \beta A_3 \omega^2 P \cos(f \cdot t) \\ (N)'_t = -\beta(A_2 + D\omega^2)\delta N - D\omega^2 N + \\ \quad + A_3 \omega^2 P \cos(f \cdot t) \end{cases} \quad (7)$$

для дефектов структуры по Френкелю:

$$\begin{cases} (\delta N)'_t = -(A_2 + D\omega^2)\delta N - \\ \quad - \beta D\omega^2 N - A_3 \omega^2 P \cos(f \cdot t) \\ (N)'_t = -\beta(A_2 + D\omega^2)\delta N - \\ \quad - D\omega^2 N - \beta A_3 \omega^2 P \cos(f \cdot t) \end{cases} \quad (8)$$

Преобразуем систему (7) к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка.

$$(\delta N)''_{tt} + \mu \cdot (\delta N)'_t + \eta \cdot \delta N = -f \beta A_3 \omega^2 P \sin(f \cdot t) \quad (9)$$

где

$$\mu = A_2 + 2D\omega^2,$$

$$\eta = (1 - \beta^2)D\omega^2(A_2 + D\omega^2).$$

Отметим, что неоднородное дифференциальное уравнение (9) при частоте $f = 0$ преобразуется к однородному уравнению, рассмотренному в работе [4].

Запишем общее решение уравнения (9) в виде суммы решения однородного уравнения и частного решения, соответствующего правой части уравнения (9).

$$\delta N(t, \omega) = c_1 \exp(k_1 t) + c_2 \exp(k_2 t) + (\delta N)^*, \quad (10)$$

$$\text{где } k_{1,2} = 0,5 \left(-A_2 - 2D\omega^2 \pm \sqrt{A_2^2 + 4\beta^2 D\omega^2 (A_2 + \omega^2 D)} \right)^{1/2},$$

c_1, c_2 – константы интегрирования.

Выражение для $(\delta N)^*$ в случае дефектов структуры по Schottky будет иметь вид:

$$\begin{aligned} (\delta N)^* = & \frac{\beta A_3 \mu f^2 \omega^2}{[\eta - f^2]^2 + \mu^2 f^2} P \cos(f \cdot t) - \\ & - \frac{[\eta - f^2] f \beta A_3 \omega^2}{[\eta - f^2]^2 + \mu^2 f^2} P \sin(f \cdot t) \end{aligned} \quad (11)$$

Рассмотрим случай дефектов по Френкелю и систему уравнений (8).

Обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка в этом случае имеет вид:

$$\begin{aligned} (\delta N)''_{tt} + \mu \cdot (\delta N)'_t + \eta \cdot \delta N = & \\ = & (\beta^2 - 1) D \omega^4 A_3 P \cos(f \cdot t) + f A_3 \omega^2 P \sin(f \cdot t) \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \mu &= A_2 + 2D\omega^2, \\ \eta &= (1 - \beta^2) D \omega^2 (A_2 + D \omega^2). \end{aligned}$$

Отличие (12) от (9) только лишь в правой части, а следовательно, в частном решении $(\delta N)^*$.

Выражение для $(\delta N)^*$ в случае дефектов структуры по Френкелю будет иметь вид:

$$\begin{aligned} (\delta N)^* = & \\ = & \frac{(\eta - f^2)(\beta^2 - 1) D \omega^2 - \mu f^2}{[\eta - f^2]^2 + \mu^2 f^2} \omega^2 A_3 P \cos(f \cdot t) + \\ + & \frac{(\eta - f^2) + \mu(\beta^2 - 1) D \omega^2}{[\eta - f^2]^2 + \mu^2 f^2} f A_3 \omega^2 P \sin(f \cdot t) \end{aligned} \quad (13)$$

§ 2. Некоторые частные случаи

Дальнейшее решение задачи заключается в обратном преобразовании Fourier выражений (11, 13) с дальнейшей подстановкой полученных выражений в (4). Однако, рассмотрение этой задачи в общем случае весьма затруднительно. Поэтому рассмотрим несколько частных случаев, в которых можно достаточно просто установить требуемую взаимосвязь между градиентом механических напряжений и напряженностью ЭП.

Рассмотрим следующие случаи: 1) $D^+ \approx D^-$ и 2) $D^+ \gg D^-$, $D^+ \ll D^-$. В зависимости от соотношений между коэффициентами самодиффузии D^\pm изменяется значение параметра β . А именно, если $D^+ \approx D^-$, то $\beta \approx 0$; если $D^+ \gg D^-$, то $\beta \approx 1$; если $D^+ \ll D^-$, то $\beta \approx -1$.

Пусть $\beta \approx 0$. В этом случае выражение (11) обратится в нуль, что будет означать независимость величины потенциала ЭП от периодического давления в случае дефектов структуры по Schottky.

Выражение (13) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} (\delta N)^* = & \frac{(f^2 - \eta) D \omega^2 - \mu f^2}{[\eta - f^2]^2 + \mu^2 f^2} \omega^2 A_3 P \cos(f \cdot t) + \\ + & \frac{(\eta - f^2) - \mu D \omega^2}{[\eta - f^2]^2 + \mu^2 f^2} f A_3 \omega^2 P \sin(f \cdot t) \end{aligned} \quad (14)$$

при этом

$$\eta = (1 - \beta^2) D \omega^2 (A_2 + D \omega^2) \approx D \omega^2 (A_2 + D \omega^2)$$

Сделаем некоторые порядковые оценки величин, входящих в выражение (14). Величину D оценим из выражения [5]:

$$D = D_0 \exp(-U_0 / k_B T), \quad (15)$$

где $D_0 \approx 2,0 \cdot 10^{-4}$, м²/с; U_0 – энергия активации, Дж; $k_B \approx 1,3805 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, Дж/K; $T=293$ К – температура.

Энергия активации по данным работы [5] для LiF, LiCl, LiBr варьируется в пределах $U_0 \approx (0,496 \sim 1,5) \cdot 10^{-19}$ Дж. Тогда величина $D \approx [9,46 \cdot 10^{-12} \sim 15,74 \cdot 10^{-23}]$, м²/с.

Так как $\varepsilon \varepsilon_0 \approx 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, то при

$$\rho = 10^2 \sim 10^{10} \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$A_2 = \frac{2}{\rho \varepsilon \varepsilon_0} \approx 2,2589 \cdot (10 \sim 10^9).$$

Следовательно, вкладом в общую сумму $A_2 + D \omega^2$ произведения $D \omega^2$ по сравнению с A_2 , при условии значимости только первого десятка гармоник, можно пренебречь. Тогда выражения для η и μ преобразуются к виду: $\eta \sim D \omega^2 A_2$, $\mu \sim A_2$. Преобразуем (14) с учетом полученных упрощений:

$$\begin{aligned} (\delta N)^* = & \frac{(f^2 - D \omega^2 A_2) D \omega^2 - A_2 f^2}{[D \omega^2 A_2 - f^2]^2 + A_2^2 f^2} \omega^2 A_3 P \cos(f \cdot t) + \\ + & \frac{(D \omega^2 A_2 - f^2) - A_2 D \omega^2}{[D \omega^2 A_2 - f^2]^2 + A_2^2 f^2} f A_3 \omega^2 P \sin(f \cdot t) = \\ = & \frac{(f^2 - D \omega^2 A_2) D \omega^2 - A_2 f^2}{[D \omega^2 A_2 - f^2]^2 + A_2^2 f^2} \omega^2 A_3 P \cos(f \cdot t) + \\ + & \frac{-f^2}{[D \omega^2 A_2 - f^2]^2 + A_2^2 f^2} f A_3 \omega^2 P \sin(f \cdot t). \end{aligned}$$

Дальнейшие упрощения можно произвести, сделав предположения о частоте приложения внешнего давления на образец.

Если внешнее приложение нагрузки является высокочастным, например, с периодом $T=1$ с, то $f^2 \approx 39,47$.

Произведение же $D \omega^2 A_2$ варьируется в пределах $3,557 \cdot 10^{-19} \sim 2,138$, поэтому им можно пренебречь.

Получим следующее:

$$\begin{aligned} (\delta N)^* &= \frac{f^2 D \omega^2 - A_2 f^2}{f^4 + A_2^2 f^2} \omega^2 A_3 P \cos(ft) + \\ &+ \frac{-f^2}{f^4 + A_2^2 f^2} f A_3 \omega^2 P \sin(ft) = -\frac{-A_2}{f^2 + A_2^2} \times \\ &\times \omega^2 A_3 P \cos(ft) + \frac{-1}{f^2 + A_2^2} f A_3 \omega^2 P \sin(ft) \end{aligned}$$

Обратное преобразование Fourier дает:

$$\begin{aligned} \delta N(x, y, z) &= \frac{A_2}{f^2 + A_2^2} A_3 \cos(ft) \nabla^2 P(x, y, z) + \\ &+ \frac{1}{f^2 + A_2^2} f A_3 \sin(ft) \nabla^2 P(x, y, z) \end{aligned}$$

Подставляя полученное выражение в (4), получим уравнение для потенциала φ :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= -\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} [A_2 \cos(ft) + f \sin(ft)] \times \\ &\times \frac{A_3}{f^2 + A_2^2} \nabla^2 P(x, y, z) \end{aligned}$$

Простейшее решение последнего уравнения имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi &= -\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} \times [A_2 \cos(f \cdot t) + f \sin(f \cdot t)] \times \\ &\times \frac{A_3}{f^2 + A_2^2} \times P(x, y, z) \end{aligned} \quad (17)$$

и определяет зависимость между потенциалом ЭП и давлением в случае дефектов структуры по Френкелю.

Пусть теперь $\beta = \pm 1$. Тогда $\eta = 0$ и учитывая, что $\mu \sim A_2$, (11) преобразуется к виду:

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарасов, Б. Г. Применение метода электрометрии для контроля за состоянием горных выработок в условиях рудника «Октябрьский» [Текст] / Б. Г. Тарасов и др. – В сб. «Вопросы рудничной аэрогеологии». – Кемерово, КузПИ, 1976, вып 4. – с. 250 – 257.
2. Тарасов, Б. Г. Геотектонические процессы и аномалии квазистационарного электрического поля в земной коре [Текст] / Б. Г. Тарасов, В. В. Дырдин, В. В. Иванов // ДАН СССР 1990. Т. 312. №5. – с. 1092 – 1095.
3. Алексеев, Д. В. Баротоки в твердых телах с диффузионным механизмом проводимости [Текст] / Д. В. Алексеев // ФТТ 1991, т. 33, №10 – с. 1456 - 1476
4. Тарасов, Б. Г. Физический контроль массивов горных пород [Текст] / Б. Г. Тарасов, В. В. Дырдин, В. В. Иванов, А. Н. Фокин. – М.: Недра, 1994. – 238 с.
5. Киттель, Ч. Введение в физику твердого тела [Текст] / Ч. Киттель. – М.:Наука, 1978. – 789 с.

□ Авторы статьи:

<p>Сирота Дмитрий Юрьевич - ст. преп. каф. математики КузГТУ e-mail: sirotadm@kuzbass.net</p>	<p>Иванов Вадим Васильевич - докт. техн. наук., проф. каф. теоретической и горной механики КузГТУ E-mail: raen@kuzstu.ru</p>
---	--