

□ Автор статьи:

Кажикенова
Сауле Шарапатовна
- канд/техн/ наук, доц/ каф/«Высшая
математика» (Карагандинский
государственный технический университет).
Тел. 8 701 292 9613.
Email: sauleshka555@mail.ru

УДК 519. 21

А.В. Бирюков

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Рассмотрим дисперсную систему с частицами случайного размера. Пусть x - диаметр (наибольший линейный размер) частицы, который как случайная величина распределен с плотностью $f(x)$ - моментами M_k и неполными моментами $M_k(x)$.

Моменты и неполные моменты получаются интегрированием произведения $x^k f(x)$ в границах соответственно от нуля до бесконечности и от нуля до x . Гранулометрическую функцию определим отношением $F(x,k)=M_k(x)/M_k$.

Каждой частице дисперсной системы поставим в соответствие некоторую количественную характеристику, равную $r=t x^k$, $t=const$. Тогда значение гранулометрической функции $F(x,k)$ равно содержанию в дисперсной системе фракции с диаметрами частиц от нуля до x по суммарной r - характеристике.

Для гранулометрической функции $F(x,k) > F(x,k+1)$ причем наибольшее значение разности $F(x,k) - F(x,k+1)$ достигается при $x = M_k(x)/M_k$. Обозначим это наибольшее значение через $\Delta(k)$ и назовем максимальным расхождением.

В r - характеристике реальных частиц коэффициент t является случайной величиной, независимой от диаметра частиц. Так, например, для площади поверхности частицы S и объема V отношения S/x^2 и V/x^3 является случайными величинами с незначительной вариацией и центрами рассеяния соответственно 2 и 0,25.

Однако замена случайной величиной t ее средним значением может привести к ошибке в гранулометрических расчетах. Оценить величину этой ошибки можно следующим образом.

Используя независимость t от диаметра частиц, найдем верхнюю границу искомой ошибки. Если w - коэффициент вариации случайной вели-

чины t , а n - число частиц дисперсной системы, то верхняя граница ошибки составляет $3w\sqrt{M_{2k}} / M_k \sqrt{n}$.

Отсюда видно, что для достаточно больших значений n (как и бывает в действительности) искомая ошибка становится пренебрежимо малой. Это и оправдывает постулирование постоянства коэффициента t в гранулометрических расчетах.

Приведем примеры вычисления гранулометрических характеристик дисперсной системы для некоторых вероятностных законов. Простейшим из них является степенное распределение с плотностью $f(x)=mx^{m-1}/x_0^m$, $x \in (0,x_0)$ моментами $M_k=m \cdot x_0^k/(m+k)$ и гранулометрической функцией $F(x,k)=(x/x_0)^{m+k}$.

Для этого распределения максимальное расхождение составляет

$$\Delta(k) = (m+k)^{m+k} / (m+k+1)^{m+k+1}$$

Параметр распределения $m=M_1/(x_0-M_1)$. При $m=1$ степенное распределение становится равномерным.

Многие эмпирические распределения хорошо аппроксимирует симметричное бета-распределение с плотностью

$$f(x)=6x(1-x), x \in (0,1)$$

моментами $M_k=6/(k+2)$ ($k+3$) и гранулометрической функцией $F(x,k)=x^{k+2}(1-x)$.

Поскольку

$$M_{k+1}/M_k=(k+2)(k+4),$$

то

$$\Delta(k) = [(k+2)/(k+4)]^{k+2} [1-(k+2)/(k+4)] .$$

□ Автор статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич
- докт.техн.наук, проф.каф. высшей
математики КузГТУ.
Тел. 8(3842)39-63-19