□ Автор статьи:
Кажикенова
Сауле Шарапатовна
- канд/техн/ наук, доц/ каф/«Высшая математика» (Карагандинский государственый технический университет).
Тел. 8 701 292 9613.
Email: sauleshka555@mail.ru

УДК 519. 21

А.В. Бирюков

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Рассмотрим дисперсную систему с частицами случайного размера. Пусть x- диаметр (наибольший линейный размер)частицы, который как случайная величина распределен с плотностью $f(x)$ - моментами M_k и неполными моментами $M_k(x)$ /

Моменты и неполные моменты получаются интегрированием произведения $x^k f(x)$ в границах соответственно от нуля до бесконечности и от нуля до x. Гранулометрическую функцию определим отношением $F(x,k)=M_k(x)/M_k$.

Каждой частице дисперсной системы поставим в соответствие некоторую количественную характеристику, равную $r=t\,x^k$, $t=const$. Тогда значение гранулометрической функции $F(x,k)$ равно содержанию в дисперсной системе фракции с диаметрами частиц от нуля до x по суммарной r - характеристике.

Для гранулометрической функции $F(x,k) > F(x,k+1)$ причем наибольшее значение разности $F(x,k)$ - $F(x,k+1)$ достигается при $x = M_k(x)/M_k$. Обозначим это наибольшее значение через $\Delta(k)$ и назовем максимальным расхождением.

В r - характеристике реальных частиц коэффициент t является случайной величиной, независимой от диаметра частиц. Так, например, для площади поверхности частицы s и объема v отношения s/x^2 и v/x^3 является случайными величинами с незначительной вариацией и центрами рассеяния соответственно 2 и 0,25.

Однако замена случайной величиной t ее средним значением может привести к ошибке в гранулометрических расчетах. Оценить величину этой ошибки можно следующим образом.

Используя независимость t от диаметра частиц, найдем верхнюю границу искомой ошибки. Если w - коэффициент вариации случайной величины t, а n - число частиц дисперсной системы, то верхняя граница ошибки составляет $3w\sqrt{M_{2k}}\,/\,M_k\sqrt{n}$.

Отсюда видно, что для достаточно больших значений n (как и бывает в действительности) искомая ошибка становится пренебрежимо малой. Это и оправдывает постулирование постоянства коэффициента t в гранулометрических расчетах.

Приведем примеры вычисления гранулометрических характеристик дисперсной системы для некоторых вероятностных законов. Простейшим из них является степенное распределение с плотностью $f(x)=mx^{m-1}/\,x_0^{\,m}$, $x\in(0,x_0)$ моментами $M_k=m\cdot x_0^{\,k}/(m+k)$ и гранулометрической функцией $F(x,k)=(x/x_0)^{m+k}$.

Для этого распределения максимальное расхождение составляет

$$\Delta(k) =(m+k)^{m+k}\,/\,(m+k+1)^{\,m+k+1}$$

Параметр распределения $m=M_1/(x_0-M_1)$. При $m=1$ степенное распределение становится равномерным.

Многие эмпирические распределения хорошо аппроксимирует симметричное бета–распределение с плотностью

$$f(x)=6x(1-x),\ x\in(0,1)$$

моментами $M_k=6/\,(k+2)\ \ (k+3)$ и гранулометрической функцией $F(x,k) =x^{k+2}(1-x)$.

Поскольку

$$M_{k+1}/M_k=(k+2)(k+4),$$

то

$$\Delta(k) =[(k+2)/(k+4)]^{k+2}\,[1-(k+2)/(k+4)]\ .$$

□ Автор статьи:
Бирюков
Альберт Васильевич
- докт.техн.наук, проф.каф. высшей математики КузГТУ.
Тел. 8(3842)39-63-19