

УДК 622.272: 516.02

С.В. Черданцев

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОНТОНОВ В ЗУМПФАХ УГОЛЬНЫХ РАЗРЕЗОВ

Во избежание затопления забоев угольных разрезов грунтовыми и подземными водами предусматривают зумпфы, сооружаемые в окрестности забоев. По мере их заполнения воду откачивают с помощью водоотливного оборудования, находящегося на понтонах, которые помещают непосредственно в зумпфы.

Понтоны, в зависимости от производительности водоотливного оборудования, состоят из трех-пяти металлических труб-поплавков, герметически заваренных с торцов и расположенных параллельно друг другу, на которые настилают палубу из металлических пластин, обшитых досками, и боковые ограждения. Затем на палубу устанавливают водоотливное оборудование с электроприводом (рис. 1).

Единственным требованием при проектировании понтонов на разрезах является обеспечение их плавучести. Однако заметим, что в ходе эксплуатации понтонов неизбежно возникают внешние возмущения, которые могут привести к опрокидыванию понтонов, не обладающих необходимой устойчивостью.

Частично проблема устойчивости понтонов обсуждалась в работе [1], где расчетная схема понтона, представляющая собой трехсвязную плавующую область, заменена эквивалентной односвязной областью, устойчивость которой выявлена на основе теорем Дюпена [2].

Кроме непосредственного воздействия на понтон, внешние возмущения являются причиной появления на поверхности воды волн малой амплитуды, приводящие понтон в движение, которое при определенных условиях может быть неустойчивым, в результате чего понтон также может опрокинуться.

Задача о движении понтона в зумпфах угольных разрезов еще нигде не обсуждалась. Нам эта

задача представляется актуальной. Цель данной работы состоит в получении разрешающих уравнений, описывающих движение понтона как твердого тела, обладающего 6 степенями свободы.

Положение понтона в зумпфе, заполненного водой, будем описывать в двух декартовых системах координат: неподвижной $O\xi\eta\zeta$ и подвижной $Oxyz$, жестко связанной с понтоном. В состоянии покоя понтона подвижная и неподвижная системы совпадают, а начало координат O обеих систем в этом случае расположено в центре масс понтона (точка C).

В качестве подвижной системы координатных осей $Oxyz$ будем применять оси, используемые в теории корабля [3]: ось Ox направим вдоль труб-поплавков, Oy – на левый борт, ось Oz – вверх и будем считать их главными осями инерции понтона, причем плоскость Oxy будет совпадать с плоскостью ватерлинии понтона.

Положение центра масс понтона в неподвижной системе координат будем фиксировать перемещениями ξ, η, ζ . Положение понтона на взволнованной поверхности воды зафиксируем углами поворота θ, ψ, χ , в качестве которых примем углы относительно подвижных осей $Oxyz$. Угол поворота θ относительно оси Ox назовем креном, угол поворота ψ относительно оси Oy назовем дифферентом, а угол поворота χ вокруг оси Oz – рысканьем, и будем считать их положительными, если они происходят против хода часовой стрелки [3].

Заметим, что при малом изменении первоначально прямого угла между осями $O\eta$ и Oz , крен и дифферент также остаются малыми. Если же использовать эйлеровы углы [2], то малым можно считать лишь угол нутации, тогда как углы прецессии и чистого вращения могут принимать произвольные значения [4]. Поэтому выбранные нами

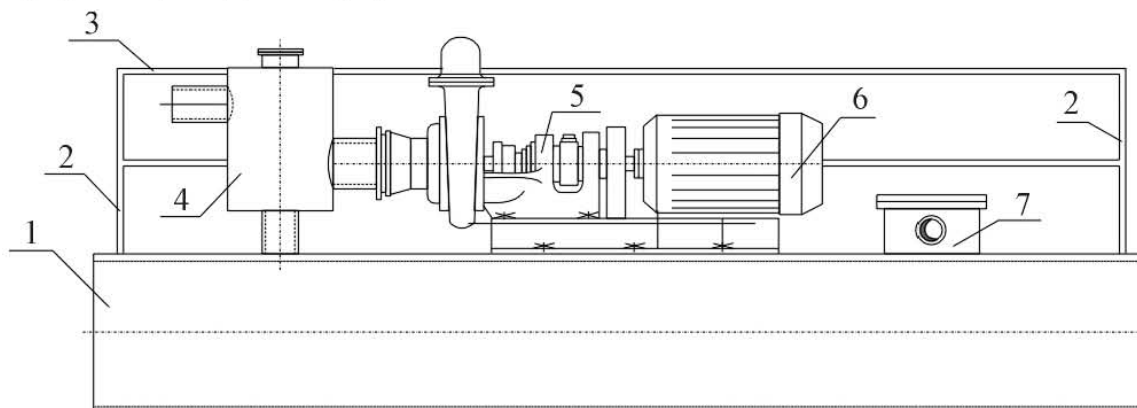


Рис. 1. Плавучая водоотливная установка (вид сбоку)

1 – металлические трубы-поплавки; 2 – ограждения; 3 – поручни; 4 – бак-запасник воды; 5 – насос; 6 – электродвигатель; 7 – ящик для кабеля

подвижные оси $Oxyz$ и углы поворота существенно предпочтительнее углов Эйлера.

В общем случае поворот понтона как твердого тела вокруг мгновенной оси, проходящей через его центр масс, можно представить как последовательность трех поворотов [4]. Рассмотрим вначале поворот подвижной системы $Oxyz$ относительно оси Ox , совпадающей с осью $O\xi$ (рис. 2).

В этом случае зависимости между подвижными и неподвижными координатами представляются формулами

$$y = \eta \cos \theta + \zeta \sin \theta, \quad z = \zeta \cos \theta - \eta \sin \theta,$$

на основании которых построим матрицу перехода

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Рассматривая далее два других поворота, построим еще две матрицы

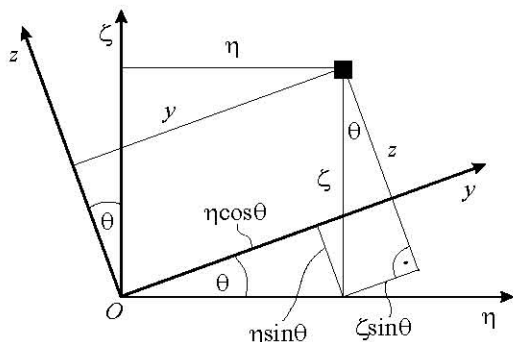


Рис. 2. К составлению матрицы перехода

$$L_2 = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix},$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} \cos \chi & \sin \chi & 0 \\ -\sin \chi & \cos \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Общая матрица при повороте подвижных осей относительно неподвижных, называемая матрицей перехода, равна произведению матриц в любом порядке. Более удобной матрица перехода получается в результате перемножения матриц L_1, L_2, L_3 в следующем порядке

$$L = L_3 L_1 L_2 = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы L являются направляющими косинусами и представляются в виде

$$l_{11} = \cos \chi \cos \psi + \sin \chi \sin \psi \sin \theta$$

$$l_{12} = \sin \chi \cos \theta$$

$$l_{13} = \cos \psi \sin \chi \sin \theta - \cos \chi \sin \psi$$

$$l_{21} = \cos \chi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \chi$$

$$l_{22} = \cos \chi \cos \theta$$

$$l_{23} = \sin \chi \sin \psi + \cos \chi \cos \psi \sin \theta$$

$$l_{31} = \sin \psi \cos \theta, \quad l_{32} = -\sin \theta$$

$$l_{33} = \cos \psi \cos \theta$$

Таким образом, переход от системы координат $O\xi\eta\zeta$ к системе $Oxyz$ выражается формулой

$$\vec{x} = L \cdot \vec{\xi} \quad (2)$$

а переход от системы $Oxyz$ к системе $O\xi\eta\zeta$ –

$$\vec{\xi} = L^T \cdot \vec{x}, \quad (3)$$

где \vec{x} и $\vec{\xi}$ являются какими-либо векторами (силой, скоростью и т.д.) соответственно в системах координат $Oxyz$ и $O\xi\eta\zeta$, а L^T является транспонированной матрицей по отношению к матрице L .

Будем далее полагать, что движение жидкости в зумпфе представляет собой малое возмущение ее поверхности относительно состояния покоя. Следовательно, амплитуды волн на поверхности жидкости в зумпфе малы, в силу чего малыми будут и углы поворота θ, ψ, χ . В связи с этим, будем полагать косинусы этих углов равными единице, а синусы – равными самим углам. Поэтому мы можем пренебречь углами θ, ψ, χ (а тем более их произведениями) как малыми величинами по сравнению с единицей. По этой причине формулы (1) упрощаются

$$l_{11} \approx 1 + \chi \cdot \psi \cdot \theta \approx 1, \quad l_{12} \approx \chi,$$

$$l_{13} \approx 1 \cdot \chi \cdot \theta - \psi \approx -\psi, \quad l_{21} \approx \psi \cdot \theta - \chi \approx -\chi,$$

$$l_{22} \approx 1, \quad l_{23} \approx \chi \cdot \psi + \theta \approx \theta,$$

$$l_{31} \approx \psi, \quad l_{32} \approx -\theta, \quad l_{33} \approx 1,$$

а матрица перехода L приобретает вид

$$L \approx \begin{pmatrix} 1 & \chi & -\psi \\ -\chi & 1 & \theta \\ \psi & -\theta & 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Движение понтона на взволнованной поверхности жидкости определим как поступательное движение его центра масс и относительное вращение понтона вокруг мгновенной оси, проходящей через центр масс (рис. 3).

Поэтому для составления уравнений движения понтона используем теорему о движении его центра масс [2]

$$m \cdot \vec{a}_c = \vec{R} \quad (5)$$

и теорему об изменении главного момента количества движения [2] в неподвижной системе координат $O\xi\eta\zeta$

$$\frac{d\vec{K}_o}{dt} = \vec{m}_o. \quad (6)$$

В формулах (5) и (6): m – масса понтона, \vec{a}_C – ускорение его центра масс, \vec{K}_O – главный момент количества движения понтона относительно точки O , \vec{R} – главный вектор, а \vec{m}_O – главный момент всех внешних сил относительно точки O (рис. 3)

Поскольку главный момент \vec{m}_O мы можем выразить как

$$\vec{m}_O = \vec{m}_C + \vec{r}_C \times \vec{R},$$

где \vec{r}_C – радиус-вектор, соединяющий точку O и точку C (рис. 3), \vec{m}_C – главный момент внешних сил относительно точки C , а кинетический момент в виде

$$\vec{K}_O = \vec{K}_C + \vec{r}_C \times (M \cdot \vec{v}_C),$$

то равенство (6) представляется следующим образом

$$\frac{d[\vec{K}_C + \vec{r}_C \times (M \cdot \vec{v}_C)]}{dt} = \vec{m}_C + \vec{r}_C \times \vec{R}. \quad (7)$$

Раскрывая скобки в (7) и учитывая, что

$$\frac{d\vec{r}_C}{dt} = \vec{v}_C, \quad \frac{d(M \cdot \vec{v}_C)}{dt} = \vec{R},$$

равенство (7) приобретает вид

$$\frac{d\vec{K}_C}{dt} + \vec{v}_C \times M \cdot \vec{v}_C + \vec{r}_C \times \vec{R} = \vec{m}_C + \vec{r}_C \times \vec{R} \quad (8)$$

и поскольку из определения векторного произведения следует, что

$$\vec{v}_C \times M \cdot \vec{v}_C = 0,$$

то (8) будет выглядеть следующим образом

$$\frac{d\vec{K}_C}{dt} = \vec{m}_C. \quad (9)$$

Таким образом, теорема об изменении главного момента количества движения сохраняет свой вид и в относительном движении по отношению к центру масс системы.

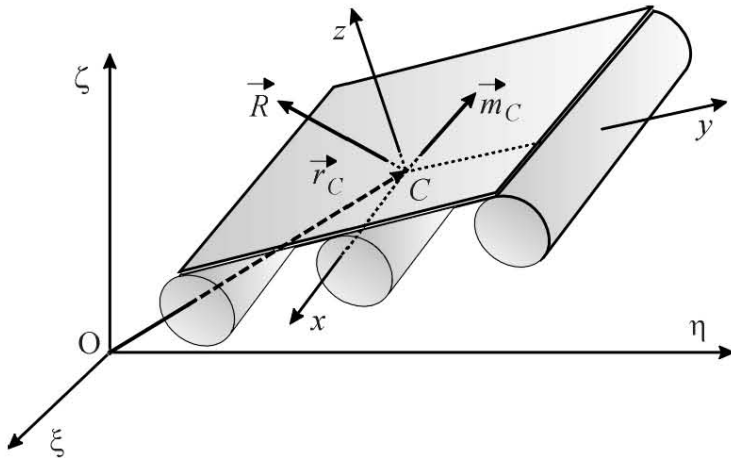


Рис. 3. Положение понтона на взволнованной поверхности жидкости (водоотливное оборудование, размещаемое на понтоне, условно не показано)

Спроецировав уравнение (5) на оси неподвижной системы $O\xi\eta\zeta$, а уравнение (9) на оси подвижной системы $Oxyz$, получим шесть уравнений движения понтона в координатной форме

$$m \cdot a_{C\xi} = R_\xi, \quad m \cdot a_{C\eta} = R_\eta, \quad m \cdot a_{C\zeta} = R_\zeta, \quad (10)$$

$$\frac{dK_x}{dt} = m_x, \quad \frac{dK_y}{dt} = m_y, \quad \frac{dK_z}{dt} = m_z \quad (11)$$

Поскольку составляющие вектора ускорения $a_{C\xi}, a_{C\eta}, a_{C\zeta}$ определяются как

$$a_{C\xi} = \ddot{\xi}, \quad a_{C\eta} = \ddot{\eta}, \quad a_{C\zeta} = \ddot{\zeta},$$

составляющими главного момента K_x, K_y, K_z являются выражения

$$K_x = J_x \omega_x, \quad K_y = J_y \omega_y, \quad K_z = J_z \omega_z,$$

в которых J_x, J_y, J_z – моменты инерции понтона относительно осей Ox, Oy, Oz , а компоненты угловой скорости суть

$$\omega_x = \dot{\theta}, \quad \omega_y = \dot{\psi}, \quad \omega_z = \dot{\chi},$$

то системы уравнений (10) и (11) представляются в виде

$$\begin{cases} m\ddot{\xi} = R_\xi, \\ m\ddot{\eta} = R_\eta, \\ m\ddot{\zeta} = R_\zeta, \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} J_x \ddot{\theta} = m_x, \\ J_y \ddot{\psi} = m_y, \\ J_z \ddot{\chi} = m_z. \end{cases} \quad (13)$$

В процессе эксплуатации водоотливной установки, мы можем утверждать, что в плоскости ватерлинии понтона не возникают внешние моменты ($m_z = 0$). Полагая, что в начальный момент времени понтон находился в покое, мы получаем однородную задачу Коши для последнего уравнения системы (13)

$$\ddot{\chi} = 0, \quad \dot{\chi}|_{t=0} = 0, \quad \chi|_{t=0} = 0,$$

решение которого тривиально

$$\chi = 0. \quad (14)$$

Кроме этого отметим, что находящийся на взволнованной поверхности понтон не перемещается в направлении осей ξ, η и, следовательно, составляющие скорости

$$v_\xi = \dot{\xi} = 0, \quad v_\eta = \dot{\eta} = 0,$$

откуда вытекает, что

$$\ddot{\xi} = 0, \quad \ddot{\eta} = 0 \text{ и поэтому}$$

$$R_\xi = 0, \quad R_\eta = 0, \quad (15)$$

в силу чего первые два уравнения системы (12) исключаются из рассмотрения.

Внешние силы и моменты, действующие на любое тело, находящееся на взволнованной поверхности жидкости, имеют гидродинамическую природу, поскольку являются результатом взаимодействия этого тела с волнами малой амплитуды. Поэтому более удобно определять силы и моменты в системе координат $Oxuz$, связанной с телом и движущейся вместе с ним. В системе (13) моменты, действующие на понтон, уже представлены в подвижной системе координат, а силу R_z выразим через R_ζ с помощью формулы (2)

$$R_z = R_\zeta \cdot \psi - R_\eta \cdot \theta + R_\xi$$

и учитывая (15), получаем

$$R_z = R_\zeta. \quad (16)$$

Таким образом, в силу формул (14-16), системы (12) и (13) можно объединить и представить

одной системой

$$\begin{cases} m\ddot{\zeta} = R_z, \\ J_x\ddot{\theta} = m_x, \\ J_y\ddot{\psi} = m_y, \end{cases} \quad (17)$$

исковыми функциями в которой являются вертикальное перемещение ζ и углы поворота θ , ψ .

В заключение отметим, что неизвестными в системе (17) являются также сила R_z и моменты m_x , m_y , для определения которых в работе [5] сформулирована краевая задача о гравитационных волнах жидкости в зумпфах угольных разрезов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кучер, Н. А. Условия безопасного применения плавучих водоотливных установок / С. В. Черданцев, С. И. Протасов, С. Н. Подображин, В. В. Билибин // Безопасность труда в промышленности. – 2003, – № 1. – С. 12 – 14.
2. Жуковский, Н. Е. Теоретическая механика. – М.: Гостехиздат, 1952. – 811 с.
3. Ремез, Ю. В. Качка корабля. – Л.: Судостроение, 1983. – 328 с.
4. Лурье, А. И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
5. Черданцев, С. В. Постановка задачи о гравитационных волнах жидкости в зумпфах угольных разрезов // Вестник КузГТУ, 2012, № 6. – С. 10-12.

□ Автор статьи

Черданцев
Сергей Васильевич,
докт. техн. наук, проф. каф.
математики КузГТУ.
E-mail: svch01@yandex.ru

УДК 622.831.32

К. Л. Дудко, А.И. Шиканов

ОЦЕНКА УДАРООПАСНОСТИ МАССИВА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПОДЗЕМНОГО ЭЛЕКТРОПРОФИЛИРОВАНИЯ НА ТАШТАГОЛЬСКОМ РУДНИКЕ

Железорудные месторождения Горной Шории и Хакасии разрабатываются на больших глубинах в условиях действия высоких тектонических напряжений и нарушенности массива горных пород. Руды и породы прочные, хрупко разрушаются под нагрузкой, способны накапливать значительную упругую энергию деформаций; около 90 % пород удароопасны. Развитие горных работ связано с ростом объемов проведения капитальных, подготовительных и очистных выработок, которые расположены как в шахтном поле, так и в лежачем боку месторождения, их длина на руднике изменяется от сотен до тысяч метров [1].

Динамические проявления горного давления в форме стреляний горных пород на Таштагольском месторождении отмечены с глубины 300 м, а на глубине 600 м и более имеют место проявления

горных и горно-тектонических ударов большой разрушительной силы. С 1959 года по 2011 год на месторождении зарегистрировано 18 тыс. динамических явлений, в том числе 20 горных ударов, из которых 7 - горно-тектонического типа.

Контроль степени удароопасности в выработках, пройденных вне зоны влияния очистных работ (рудворы, квершлагги, полевые штреки), проводится путем электропрофилеирования согласно методике [2] не реже 1 раза в полугодие.

Для проведения электропрофилеирования используется симметричная 4-х электродная установка АМНВ, которая перемещается вдоль профиля с шагом 20-25 м. Расстояние между приемными электродами MN составляет 1 м. Результаты измерений передаются в службу прогнозирования горных ударов для дальнейшей обработки, внесе-