

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ГОРНОГО ПРОИЗВОДСТВА

УДК 622.235(088.8): 519.21

Д. Ю. Сирота, А.И. Евдокимова

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ОДНОГО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО УГОЛЬНОГО ПЛАСТА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Введение.

В работах [1,2] производился расчет естественных квазистационарных электрических полей (далее ЕЭП) для модельной среды, которая состояла из трех слоев: нижний первый слой коренных горных пород, второй слой – увлажненных приповерхностных пород наносного типа, верхний слой – атмосфера. Увлажненные приповерхностные породы обладают удельным электросопротивлением (далее УЭС) в десятки и сотни раз меньшим, чем у неувлажненных. Наличие промежуточного слоя таких пород создаёт экранирующий эффект, который состоит в том, что величина потенциала ЕЭП φ на земной поверхности оказывается меньше, чем в пространстве без указанного промежуточного слоя. Однако, в работах [1,2] не учитывалось влияние угольных пластов, УЭС которых выше, чем у коренных горных пород.

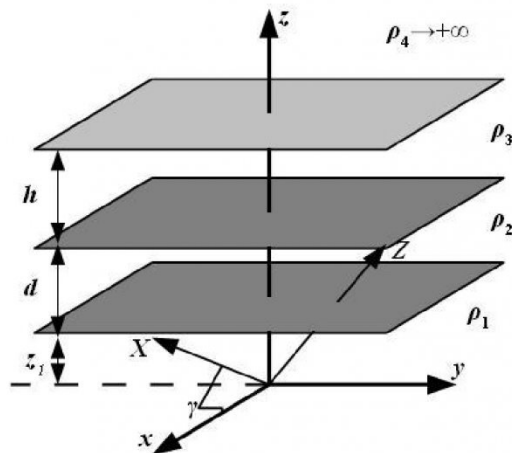


Рис.1

Приведем качественное рассмотрение модельной задачи. Рассмотрим четырехслойное однородное, изотропное пространство с плоскопараллельными границами с УЭС слоев $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4 \rightarrow \infty$. Ом·м (нумерация слоев идет снизу вверх). Заглубленный точечный источник тока расположен на расстоянии z_1 от границы первого и второго слоев. Мощности второго и третьего слоев равны d и h соответственно (рис. 1). Требуется определить величину потенциала ЕЭП на земной

поверхности.

Напомним, что величина потенциала φ , которую мы можем вычислить теоретически, это работа ЭП по перемещению единичного заряда в бесконечность. Так как УЭС угольного пласта (второго слоя) больше, чем УЭС коренных пород, то при наличии угольного пласта величина потенциала φ на глубине $z_1 + d$ будет больше, чем на той же глубине, но при отсутствии пласта. Далее, так как УЭС третьего слоя много меньше, чем УЭС второго слоя, то возникнет мощный экранирующий эффект, по величине больший, чем при отсутствии угольного пласта.

Возникает вопрос: как изменится величина потенциала φ на земной поверхности при наличии промежуточного угольного пласта, по сравнению с более простой трехслойной моделью.

§ 1 Потенциал ЭП точечного источника.

Рассмотрим вышеуказанную модельную среду. Запишем уравнение Лапласа:

$$\nabla^2 \varphi = 0, \quad (1)$$

с предельными и граничными условиями распределения стационарного электрического поля

$$\begin{aligned} (\varphi_i)_{z=z_i} &= (\varphi_{i+1})_{z=z_{i+1}}, \\ \frac{\partial \varphi_i}{\rho_i \partial z} \Big|_{z=z_i} &= \frac{\partial \varphi_{i+1}}{\rho_{i+1} \partial z} \Big|_{z=z_{i+1}}, \quad (\varphi_{2,3,4})_{R \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad (2) \end{aligned}$$

$$(\varphi_1)_{R \rightarrow 0} \rightarrow \frac{\rho_1 I}{4\pi R}, \quad R^2 = r^2 + z^2.$$

Решение (1, 2) для потенциала в верхнем слое имеет вид:

$$\varphi_4 = \frac{I \cdot \rho_3}{2\pi} \cdot \aleph, \quad (3)$$

где

$$\aleph = \int_0^{+\infty} A(m) J_0(mr) \exp(-mz) dm,$$

$$A(m) = \frac{(1 - K_1) \cdot (1 - K_2)}{1 + K_1 \cdot K_2 \cdot q + K_1 \cdot q \cdot s + K_2 \cdot s};$$

$q = \exp(-2md)$, $s = \exp(-2mh)$, I – величина

тока точечного источника, A ; ρ_i – УЭС i -го слоя, Ом·м; $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ – полярный радиус, м; h, d – мощности промежуточных слоев, м; φ_4 – величина потенциала в четвертом слое, В; $K_i = (\rho_{i+1} - \rho_i) \cdot (\rho_{i+1} + \rho_i)^{-1}$ – коэффициенты отражения границ между слоями i и $i+1$;

Для дальнейших вычислений, следуя работе [1], введем новую систему координат $OXYZ$, которая будет повернута вокруг оси Oy на угол γ (рис. 1). Уравнения перехода от старой системы к новой и обратно имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= X \cos \gamma - Z \sin \gamma, \quad y = Y, \\ z &= X \sin \gamma + Z \cos \gamma, \end{aligned} \quad (4)$$

и

$$\begin{aligned} X &= x \cos \gamma + z \sin \gamma, \quad Y = y, \\ Z &= -x \sin \gamma + z \cos \gamma. \end{aligned} \quad (5)$$

§ 2. Потенциал равномерно заряженного эллипсоида.

Для вычисления потенциала равномерно заряженного эллипсоида необходимо проинтегрировать выражение (3) по объему эллипсоида с полуосями $A > B > C$, повернутого под углом γ (см. рис. 1), с учетом (4), (5):

$$\Phi_4 = \frac{\rho_3 \vec{j}}{2\pi} \int_{V_p} \mathfrak{N} dV_p, \quad (6)$$

где \vec{j} – объемная плотность токов, А/м³.

Перейдем в (6) к безразмерным координатам по формулам: $s/A = s^*$. Тогда в (3) можно сделать замену вида $m \cdot R = M$, и тогда $dm = dM/A$, а в выражении (6) $dV_p = A^3 dV_p^*$. Далее при вычислении интегралов будем иметь дело только с безразмерными величинами, поэтому знак «звездочка» использовать не будем. Таким образом (6) будет иметь вид:

$$\Phi_4 = \frac{d_\varphi}{2\pi} \int \mathfrak{N} dV_p, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} r &= [(xm - xp)^2 + (ym - yp)^2]^{1/2} = \\ &= [Am + (Ym - Yp)^2]^{1/2}, \end{aligned}$$

$$Am = XX \cos^2 \gamma - XZ \sin(2\gamma) + ZZ \sin^2 \gamma,$$

$$XX = (Xm - Xp)^2, \quad ZZ = (Zm - Zp)^2,$$

$$XZ = (Xm - Xp) \cdot (Zm - Zp),$$

$$zm - zp = (Xm - Xp) \sin \gamma + (Zm - Zp) \cos \gamma,$$

xm, ym, zm, Xm, Ym, Zm и xp, yp, zp, Xp, Yp, Zp – координаты точек измерения и точек эллипсоида в старой и новой системе координат соответственно;

$d_\varphi = \rho_3 A^2 \vec{j}$ – размерный коэффициент.

ент.

Расчеты показали, что методика из работы [2] малоприменима в случае четырехслойного пространства (при вышеуказанном соотношении УЭС слоёв), что ставит под сомнение вообще применимость теории аппроксимирующих полиномов для вычислительных задач геоэлектрики. Поэтому численную реализацию формулы (7), а также вычисление внутреннего несобственного интеграла будем производить на основе квадратурной формулы Гаусса (алгоритм взят из библиотеки открытых алгоритмов БЧА НИВЦ МГУ). Для реализации этого алгоритма необходимо преобразовать эллипсоид к параллелепипеду с помощью следующей замены координат:

$$Xp = r \cos \alpha \cos \beta, \quad Zp = Cr \sin \beta, \quad (8)$$

$$Yp = Br \sin \alpha \cdot \cos \beta, \quad |J| = BCr^2 \cos \beta,$$

где $\alpha \in [0; 2\pi]$, $\beta \in [-\pi/2; \pi/2]$, $r \in [0; 1]$.

§ 3. Расчет объемной плотности токов и величины перепадов механических напряжений.

Приведем расчет размерного коэффициента

$d_\varphi = \rho_3 A^2 \vec{j}$. Предварительно вычислим объемную плотность тока \vec{j} . Общая система уравнений Максвелла в системе единиц Си имеет вид [3]:

$$\overset{\rightarrow}{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \overset{\rightarrow}{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (9)$$

$$\overset{\rightarrow}{div} \vec{B} = 0, \quad \overset{\rightarrow}{div} \vec{D} = \delta,$$

где \vec{E}, \vec{H} – соответственно векторы напряженности электрического и магнитного поля, В/м и А/м; \vec{D}, \vec{B} – соответственно векторы электрического смещения и магнитной индукции, Кл/м² и Тл; \vec{j} – вектор плотности токов, обусловленных перемещением электрических зарядов в рассматриваемой точке среды; δ – объемная плотность зарядов, Кл/м³.

В работе [4] было получено выражение для плотности тока \vec{j} :

$$\vec{j} = \frac{\Omega \nabla \sigma_{cp}}{\rho q} \quad (10)$$

где Ω – дилатация кристаллической решетки основных породообразующих минералов при возникновении катионной вакансии, м³; $\sigma_{cp} = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$ – среднее напряжение в зоне концентраций, Па; q – заряд вакансии, Кл; ρ – УЭС горной породы, Ом·м.

Из системы уравнений Максвелла (9) следует, что $\overset{\rightarrow}{div} \vec{D} = \delta$, где $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, $\epsilon \epsilon_0$ – абсолют-

ная диэлектрическая проницаемость вмещающего пространства, $\Phi/\text{м}$; \vec{E} – напряженность электрического поля, В/м , δ – объемная плотность электрических зарядов, Кл/м^3 . Тогда можно выполнить следующие преобразования:

$$\text{div } \vec{D} = \text{div} \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0 \rho}{\rho} \vec{E} \right) = \text{div} \left(\varepsilon \varepsilon_0 \rho \vec{j} \right) = \delta \quad (11)$$

где $\vec{j} = \rho^{-1} \vec{E}$ – плотность тока, А/м^2 , ρ – УЭС породы, $\text{Ом}\cdot\text{м}$.

Если $\varepsilon \varepsilon_0 \rho = \text{const}$, то получаем следующую связь между плотностью тока в единице объема и плотностью заряда:

$$\text{div } \vec{j} = \frac{\delta}{\varepsilon \varepsilon_0 \rho}. \quad (12)$$

Проинтегрируем левую и правую часть выражения (12) по объему, в котором распределен заряд:

$$\int_V \text{div } \vec{j} dV = \int_S (\vec{j} \cdot \vec{n}) dS = I$$

и

$$\frac{1}{\rho \varepsilon \varepsilon_0} \int_V \delta dV = \frac{Q}{\rho \varepsilon \varepsilon_0} = I,$$

где Q – полный заряд в объеме V , Кл ; I – полный ток, вытекающий из замкнутого объема через замкнутую поверхность S , А .

Полученное равенство означает, что если из какого-то объема V вытекает ток I , то в этом объеме возникает стационарный заряд Q , причем данное равновесие динамическое: релаксация заряда в объеме V за счет токов проводимости компенсируется возникновением сторонних токов и зарядов, обусловленных каким-либо механизмом возникновения зарядов в объеме V . Таким динамическим механизмом является микротрещинообразование, либо диффузия точечных заряженных

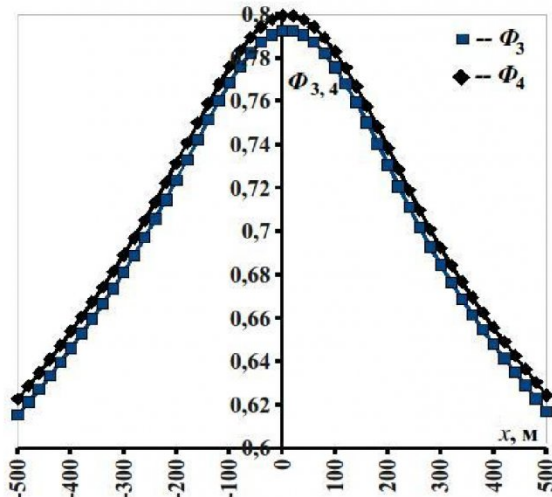


Рис. 2. Значения потенциала ЕЭП $\Phi_{3,4}$, мВ для $K_1 = 0.6$; $K_2 = -0.998$.

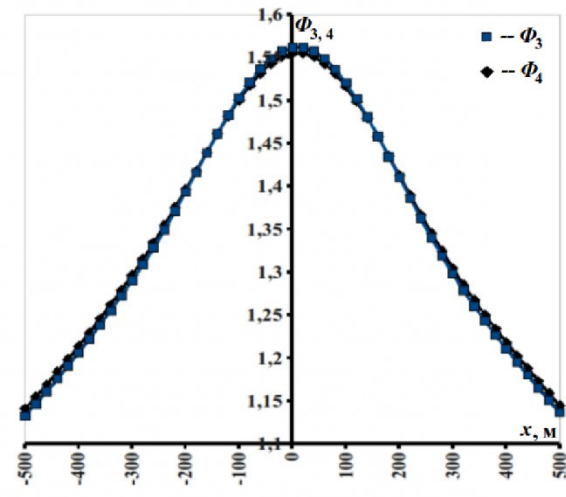


Рис. 3. Значения потенциала ЕЭП $\Phi_{3,4}$, мВ для $K_1 = 0.818$; $K_2 = -0.998$.

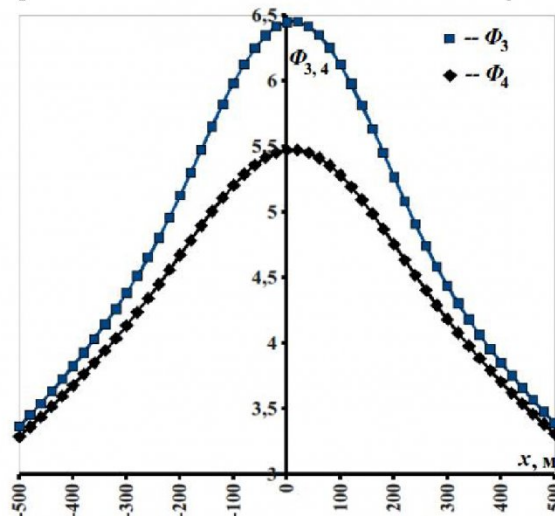


Рис. 4. Значения потенциала ЕЭП $\Phi_{3,4}$, мВ для $K_1 = 0.980$; $K_2 = -0.998$.

дефектов структуры в зонах перепада механических напряжений.

Согласно механизму диффузии точечных дефектов [5] напряженность электрического поля определяется из соотношения:

$$\vec{E} = \frac{\Omega \nabla \sigma_{kk}}{3q} = \Omega \nabla \sigma_{cp} q^{-1}.$$

Предполагая, что в выбранном объеме $\text{div } \vec{j} = \text{const}$, $\vec{E} = \text{const}$, а сам объем имеет форму эллипсоида вращения с полуосями A и C , имеем

$$\oint_S (\vec{j} \cdot \vec{n}) dS = E \times P \times \rho_1^{-1} = \Omega \times \nabla \sigma_{cp} \times P \times (q \cdot \rho_1)^{-1}$$

$$\text{и } \int_V \text{div } \vec{j} dV = \frac{4}{3} \pi A C^2 \text{div } \vec{j}, \text{ где } P - \text{ площадь}$$

поверхности эллипсоида вращения: $P = 2\pi \cdot C \cdot M$, где

$$M = C + W^{-1} \times A^2 \arcsin(A^{-1}W), \\ W = (A^2 - C^2)^{1/2}.$$

Отсюда получаем формулу для $\text{div } \vec{j}$:

$$\text{div } \vec{j} = \frac{3 \cdot \Omega \cdot M}{2 \cdot q \cdot \rho_1 \cdot A \cdot C} \nabla \sigma_{cp} \quad (13)$$

где A, C – длина полуосей эллипсоида вращения, м; $\Omega \sim 10^{-29}$, м³ – дилатация кристаллической решетки; $q \sim e \approx 1.602 \cdot 10^{-19}$, Кл – заряд вакансии; ρ_1 – УЭС 1 слоя, Ом·м; $\nabla \sigma_{cp}$ – среднее напряжение в очаге, Па/м.

Запишем формулу для размерного коэффициента:

$$d_\varphi = \frac{3 \cdot \Omega \cdot M \cdot \rho_3 \cdot A}{2 \cdot q \cdot \rho_1 \cdot C} \nabla \sigma_{cp}. \quad (14)$$

§ 4. Результаты расчета, анализ, обсуждение

Для численных расчетов положим $A = 100.0$; $B = 50.0$; $C = 10.0$; $h = 50.0$; $d = 1.0$; $z_I = 120.0$ м; $K_1 = (0.6; 0.818; 0.980)$; $K_2 = -0.998$; $\gamma = 45^\circ$; $\nabla \sigma_{cp} = 5 \cdot 10^6$ Па/м. Результаты расчетов см. на рис. 2 - 4.

На основании приведенных рисунков можно сделать следующие выводы:

1) значение величины потенциала φ для четырехслойного пространства превосходит аналогичное значение потенциала для трехслойного пространства при $K_1 \in [0,0; 0,9]$, а для $K_1 \in [0,9; 1,0]$ наоборот. Найдем для этих интервалов соотношения между УЭС слоев: $\rho_1 = [0,05 \cdot \rho_2; \rho_2]$ и $\rho_1 = [0,0; 0,05 \cdot \rho_2]$;

2) Влияние угольного пласта мощностью 1 метр пренебрежимо мало для соотношения УЭС из первого случая и поэтому применять более сложную модель нет необходимости. Если же соотношение УЭС слоев из второго случая, то угольный слой мощностью уже 1 метр существенно влияет на значение потенциала φ , при этом использование более простой трехслойной модели приведет к завышенным значениям потенциала;

3) произведенные расчеты ставят под сомнение практическую возможность раннего диагностирования перепадов механических напряжений на основе измерений ЕЭП, поскольку использование только диффузионного механизма образования ЕЭП не позволяет получить значения потенциала φ сильно отличающегося от фона и помех.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов, В. В. Геодинамические процессы в земной коре и возмущения электромагнитного поля при образовании разломов [Текст] / В. В. Иванов, В. А. Хмяляйнен, Д. Ю. Сирота, Р. В. Бузук // ГИАБ. – 2008. – №2. – С. 122 – 132.
2. Иванов, В. В. Оценка напряжений в разрабатываемых угольных массивах по измерениям потенциала естественного электрического поля на земной поверхности [Текст] / В. В. Иванов, Д. Ю. Сирота // Изв. ВУЗов Горный журнал, – 2009, № 2, – с. 97 – 101.
3. Сирота, Д. Ю. Повышение скорости вычислений для одной задачи электроразведки [Текст] / Д. Ю. Сирота // Вестник КузГТУ. – 2008. № 1. – С. 81-85.
4. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 621 с.
5. Тарасов, Б. Г. Геотектонические процессы и аномалии квазистационарного электрического поля в земной коре [Текст] / Б. Г. Тарасов, В. В. Дырдин, В. В. Иванов // ДАН СССР 1990. Т. 312. №5. – с. 1092 – 1095.

□ Авторы статьи:

Сирота
Дмитрий Юрьевич
- канд.техн.наук, доцент каф. теоретической и горной механики КузГТУ
e-mail: sirotadm@gmail.com
web-page: www.sirotadm.narod.ru

Евдокимова
Алина Игоревна
студентка 5-го курса КузГТУ специальности ФП
e-mail: sirotadm@gmail.com