его центра (пересечение диагоналей) обозначим через m, $m = (z^2 + v^2)/2$.

Рассмотрим критические случаи: $x \le z/2$ и $x \ge m$. В первом случае $p = \pi x^2 / zv$, т.е. $0 < p \le \pi z / 4v$. Во втором случае p=1.

Если же $z/2 < x \le m$, то линейная аппроксимация вероятности имеет вид $p=k/ (x-m)+1$, где $k = \dfrac{4v - \pi z}{2m - z}$.. В частности для квадратной сетки скважин примем длину стороны квадрата за единицу масштаба. Тогда

$$m = \sqrt{2}/2\,,\ k = \frac{4-\pi}{\sqrt{2}-1} \approx 2{,}1.$$

Как и прежде, имеем два критических варианта: $0 < x \le 0{,}5$ и $x \ge \sqrt{2}/2$. В первом случае $0 < p \le \pi/4 \approx 0{,}78$, во втором $p = 1$.

Если же $0{,}5 < x < \sqrt{2}/2$, то линейная аппроксимация вероятности имеет вид

$$p = 2{,}1(x - \sqrt{2}/2) + 1 \approx 2x - 0{,}4.$$

Ниже приведен фрагмент таблицы значений вероятностей в зависимости от радиуса круга.

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
p	0,03	0,12	0,28	0,50	0,78	0,87

Автор статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич,
д.т.н., проф. каф. математики
КузГТУ,
тел. 8-3842-58-46-80

УДК 519.21

А.В. Бирюков, Т.С. Жирнова

АНИЗОТРОПИЯ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД И УСРЕДНЕНИЕ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ

В осадочных породах угольных месторождений обычно развиты три системы трещин, включая трещины между слоями осадконакопления.

Сейсмическая волна при переходе через трещину теряет часть своей скорости и амплитуды. Эта потеря будет максимальной в направлении наибольшей частоты трещин, равной числу трещин на единицу длины. Задача состоит в поиске этого направления, которое назовём осью анизотропии.

Обозначим через векторы, ортогональные системам трещин и по модулю равные частоте трещин в системах по направлению этих векторов.

Рассмотрим векторы

Остальные комбинации получаются при одновременном изменении направлений векторов на противоположные, что не изменяет модулей векторов N_k

Частота трещин в заданном направлении равна проекции вектора N_k на это направление. Поэтому наибольшая частота трещин достигается в том случае, когда заданное направление совпадает с направлением вектора N_k.

Таким образом, все направления в пространстве разбиваются на четыре конуса, в каждом из которых локальный максимум частоты трещин достигается в направлении векторов N_k и равен модулю этих векторов. Следовательно, выбирая N_k с наибольшим модулем, получим искомое направление оси анизотропии.

В геометрической интерпретации эта картина представляет собой симметричное тело, у которого поверхность состоит из частей сфер. При этом расстояние от центра до точки поверхности равно частоте трещин в направлении радиус-вектора этой точки.

Пример. Пусть векторы имеют координаты:

.

Тогда векторы N_k имеют координаты

.

Модули векторов N_k равны соответственно . Наибольший модуль имеет вектор N_4 который и направляет искомую ось анизотропии. Частота трещин в этом направлении равна

В полевых условиях для каждой системы трещин измеряют значения трёх параметров: частоту трещин системы R, угол наклона системы к горизонтальной плоскости α и азимут простирания системы При этом декартовы координаты векторов имеют вид

$y = R$ $z = R$

Рассмотрим дисперсную систему из частиц случайных размеров и формы. Обозначим через x, s, v диаметр, площадь поверхности и объём частицы, а через *x(k), s(k), v(k)* – средние значения *k*-ой степени этих величин.

Форму частицы определим её мерами сферичности $p=s/x^2$, $q=v/x^3$ со средними значениями p(1), q(1). Тогда суммарные площадь поверхности и объём частиц равны $n\times S(1) = n\times p(x)x(2)$, $n\times V(1) = n\times q(1)x(3)$, где n – число частиц.

В продуктах дробления диаметр частиц распределён либо по экспоненциальному закону с плотностью /$x(1)$ и моментами $x(k)$= , либо по треугольному с плотностью и моментами $x(k)$= , где c - правая граница наблюдаемых значений диаметра.

В первом случае

$n\times S(1)=$,

$n\times V(1) =$,

а во втором случае

$n\times S(1) =$,

$n\times V(1) =$ /10.

Операция усреднения состоит в воображаемой замене реальной дисперсной системы такой, в которой все частицы имеют одинаковый диаметр z, называемый средним диаметром. При этом инвариантами усреднения являются либо n и $ns(1)$, либо n и $nv(1)$. Для экспоненциального закона либо z = x(1), либо z . Для треугольного закона либо z= , либо z= .

Другой конструкцией среднего диаметра является средневзвешенный диаметр , где весами служат значения k-ой степени диаметра. В частности, при k= 2 и 3 имеем для экспоненциального закона либо z = $x(1)$, либо z= . Для треугольного закона z=0/6 или 1.5 с..

Авторы статьи:

Бирюков Альберт Васильевич, д.т.н., проф. каф. математики КузГТУ, тел. 8-3842-58-46-80;

Жирнова Татьяна Сергеевна, к.т.н., доцент каф. математики КузГТУ, email: zhirnova.tatyana2013@yandex.ru.

УДК 519.21

А. В. Бирюков, С. И. Протасов, П. А. Самусев

ДИСПЕРСНЫЕ СИСТЕМЫ ГОРНОГО ДЕЛА

Эффективность открытых горных работ в значительной степени определяется качеством дробления горных пород при ведении массовых взрывов. Результатом дробления горных пород является совокупность частиц случайных размеров и формы. Назовем ее дисперсной системой.

Размер частицы определяет ее диаметр , распределенный с плотностью и начальными моментами , а форму – меры сферичности, равные отношениям площади поверхности и объема частицы к квадрату и кубу ее диаметра.

Если *S, V, C, P* - математические ожидания площади поверхности, объема и мер сферичности частицы, то

(1)

Отношение S/V равно суммарной площади поверхности частиц в единичном объеме и является основным параметром динамики процесса дробления.

У породного массива, рассеченного трещинами на структурные блоки, отношение S/V характеризует трещинную пустотность массива и его фильтрационные свойства.

Каждая частица дисперсной системы имеет геометрическую или физическую характеристику, пропорциональную k-ой степени диаметра.

Интегрируя отношение в границах от нуля до x, получим гранулометрическую функцию $t(x, k)$, которая дает описание фракционного состава дисперсной системы по заданной суммарной характеристике частиц. В частности, при $k=3$ эта функция дает описание фракционного состава по суммарному объему частиц, что чаще всего востребовано инженерной практикой.

Дисперсные системы горного дела обладают тем свойством, что плотность распределения диаметра частиц монотонно убывает, а вероятностной моделью в большинстве случаев является треугольный закон с плотностью

(2)

где за масштабную единицу принята правая граница наблюдаемых значений диаметра.

Для этого закона

$$m(k)=2 / \{(k+1)(k+2)\} \quad (3)$$

$$t(x,k)= (k+2)x^{k+1} -(k+1)x^{k+2} \quad (4)$$

Анализом результатов измерения мер сферичности частиц установлено, что центры их рассеяния составляют

$$C=3 , P=1/3 \quad (5)$$