Рассмотрим дисперсную систему из частиц случайных размеров и формы. Обозначим через x, s, v диаметр, площадь поверхности и объём частицы, а через *x(k), s(k), v(k)* – средние значения *k*-ой степени этих величин.

Форму частицы определим её мерами сферичности $p=s/x^2$, $q=v/x^3$ со средними значениями p(1), q(1). Тогда суммарные площадь поверхности и объём частиц равны $n\times S(1) = n\times p(x)x(2)$, $n\times V(1) = n\times q(1)x(3)$, где n – число частиц.

В продуктах дробления диаметр частиц распределён либо по экспоненциальному закону с плотностью /$x(1)$ и моментами $x(k)$= , либо по треугольному с плотностью и моментами $x(k)$= , где *c* - правая граница наблюдаемых значений диаметра.

В первом случае

$n\times S(1)=$,

$n\times V(1) =$,

а во втором случае

$n\times S(1) =$,

$n\times V(1) =$ /10.

Операция усреднения состоит в воображаемой замене реальной дисперсной системы такой, в которой все частицы имеют одинаковый диаметр z, называемый средним диаметром. При этом инвариантами усреднения являются либо n и $ns(1)$, либо n и $nv(1)$. Для экспоненциального закона либо z = x(1), либо z . Для треугольного закона либо z= , либо z= .

Другой конструкцией среднего диаметра является средневзвешенный диаметр , где весами служат значения *k*-ой степени диаметра. В частности, при *k*= 2 и 3 имеем для экспоненциального закона либо z = $x(1)$, либо z= . Для треугольного закона *z*=0/6 или 1.5 c..

Авторы статьи:

Бирюков Альберт Васильевич, д.т.н., проф. каф. математики КузГТУ, тел. 8-3842-58-46-80;

Жирнова Татьяна Сергеевна, к.т.н., доцент каф. математики КузГТУ, email: zhirnova.tatyana2013@yandex.ru.

УДК 519.21

А. В. Бирюков, С. И. Протасов, П. А. Самусев

ДИСПЕРСНЫЕ СИСТЕМЫ ГОРНОГО ДЕЛА

Эффективность открытых горных работ в значительной степени определяется качеством дробления горных пород при ведении массовых взрывов. Результатом дробления горных пород является совокупность частиц случайных размеров и формы. Назовем ее дисперсной системой.

Размер частицы определяет ее диаметр , распределенный с плотностью и начальными моментами , а форму – меры сферичности, равные отношениям площади поверхности и объема частицы к квадрату и кубу ее диаметра.

Если *S, V, C, P* - математические ожидания площади поверхности, объема и мер сферичности частицы, то

(1)

Отношение S/V равно суммарной площади поверхности частиц в единичном объеме и является основным параметром динамики процесса дробления.

У породного массива, рассеченного трещинами на структурные блоки, отношение S/V характеризует трещинную пустотность массива и его фильтрационные свойства.

Каждая частица дисперсной системы имеет геометрическую или физическую характеристику, пропорциональную *k*-ой степени диаметра.

Интегрируя отношение в границах от нуля до x, получим гранулометрическую функцию $t(x, k)$, которая дает описание фракционного состава дисперсной системы по заданной суммарной характеристике частиц. В частности, при *k=3* эта функция дает описание фракционного состава по суммарному объему частиц, что чаще всего востребовано инженерной практикой.

Дисперсные системы горного дела обладают тем свойством, что плотность распределения диаметра частиц монотонно убывает, а вероятностной моделью в большинстве случаев является треугольный закон с плотностью

(2)

где за масштабную единицу принята правая граница наблюдаемых значений диаметра.

Для этого закона

$$m(k)=2 / \{(k+1)(k+2)\} \quad (3)$$

$$t(x,k)= (k+2)x^{k+1} -(k+1)x^{k+2} \quad (4)$$

Анализом результатов измерения мер сферичности частиц установлено, что центры их рассеяния составляют

$$C=3\ ,\ P=1/3 \quad (5)$$

Таким образом, на основе (3) и (5) имеем

$$S/V = 5/\ m(1) \quad (6)$$

Среднюю крупность частиц дисперсной системы можно оценить их средневзвешенным диаметром, равным

(7)

Отсюда имеем, что при k=3 средневзвешенный по объему частиц диаметр в три раза превосходит среднеарифметический.

Основой поиска закона распределения диаметра является репрезентативная выборка, содержащая результаты измерений. Однако измерения обычно производят на поверхности дисперсной системы, например, на поверхности взорванной породы или на фотопланограмме.Это не дает репрезентативную выборку, поскольку мелкие частицы просеиваются во внутреннюю часть дисперсной системы. В связи с этим возникает необходимость установления соответствующей взаимосвязи.

Обозначим через
плотность и моменты распределения диаметра всех частиц дисперсной системы и частиц на ее поверхности.

Очевидно, существует такое значение диаметра , для которого при и
при .

Этому условию удовлетворяет равенство

(8)

Интегрируя его по всем значениям диаметра, получим искомую взаимосвязь в виде

(9)

(10)

где есть среднее гармоническое диаметров частиц на поверхности. В частности,
т.е. средний диаметр частиц на поверхности в полтора раза превышает средний диаметр всех частиц.

Частицы могут быть погружены в твердую среду, как при петрографическом анализе шлифов.

В этом случае измерениям доступны лишь их сечения плоскостью.

Если – моменты распределения диаметра частиц и их сечений, то

, (11)

Формулы (11) являются результатом регрессионного анализа лабораторных исследований.

Отметим, что восстановление геометрических свойств трехмерных объектов по их случайным сечениям является нерешенной математической проблемой.

В массивах осадочных пород угольных месторождений обычно развиты три системы трещин, включая трещины между слоями осадконакопления.

Сейсмическая волна при переходе через трещину теряет свою скорость и амплитуду. Эта потеря будет максимальной в направлении наибольшей частоты трещин. Назовем это направление в анизотропном массиве осью анизотропии.

Пусть - векторы, ортогональные системам трещин и по модулю равные частоте трещин в системах в направлении этих векторов.

Рассмотрим комбинацию

(12)

Выберем из векторов (12) вектор с наибольшим модулем. Этот вектор и определяет направление оси анизотропии, а его модуль равен частоте трещин в этом направлении.

В полевых условиях измерения обычно проводят в сферических координатах, от которых легко перейти к декартовым, более удобным для вычислений..

Если число систем трещин в массиве больше трех, то он становится практически изотропным.

В изотропном массиве диаметр структурных блоков по данным измерений распределен по экспоненциальному закону, т.е.

(13)

Меры сферичности блоков обладают небольшой вариацией и имеют центры рассеяния

$$C=3\ ,\ P=0.25 \quad (14)$$

Из (13) и (14) следует, что

$$S/V=4/\ m(1) \quad (15)$$

Этот полученный эмпирически результат совпадает с результатом исследований математиком Майлзом разбиения пространства на многогранники пуассоновским полем плоскостей [1].

Представленные исследования позволяют характеризовать гранулометрический состав взорванной горной массы и устанавливать рациональных параметры буровзрывных работ, обеспечивающие оптимальные технико-экономические показатели открытых горных работ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сантало, Л.* Интегральная геометрия и геометрические вероятности. – М.: Наука, 1983. – 358 с.

Авторы статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич,
докт. техн. наук, проф. каф.
высшей математики КузГТУ
Email: bav.vm@kuzstu.ru

Протасов
Сергей Иванович,
канд. техн. наук, проф. каф. открытых горных работ КузГТУ.
Email: protasov@kuzbass-niiogr.ru

Самусев
Павел Александрович,
канд. техн. наук, доц. каф. каф. открытых горных работ КузГТУ.
Email: spa.rmpio@kuzstu.ru