УДК 621.91.01

Д.А. Малышкин, А.А. Клепцов

КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД К ВОПРОСУ ФОРМИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО-СЛОЖНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

При моделировании процесса формирования шероховатости необходимо учитывать, что микропрофиль обработанной поверхности образуется векторным сложением двух составляющих [1]:

$$\vec{h} = \vec{h}_1 + \vec{h}_2, \qquad (1)$$

где h_1 – высота микронеровностей, получаемая в процессе копирования режущей части инструмента с учетом кинематических характеристик его движения; h_2 – высота микронеровностей, определяемая колебаниями элементов режущего инструмента.

При определении составляющей h_1 необходимо знать то, что при фрезеровании производящие линии получают методом «следа» (рис. 1), причем направляющая линия поверхности детали состоит из дуг (дискрет), периодически профилируемых зубьями фрезы с частотой, определяемой частотой вращения фрезы.

На рис. 2–5 показаны расчетные схемы обработки выпуклых и вогнутых участков ПСП для различных вариантов движения инструмента относительно заготовки и приведены аналитические зависимости для вычисления высоты гребней микронеровностей h_1, которые получались путем следующих вычислений:

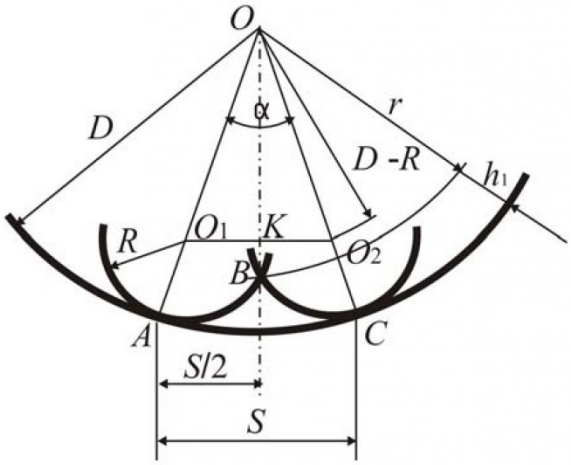

Рис. 1 Вогнутая поверхность. Подача S реализуется поворотом оси фрезы OA на угол α в положение OC

Вывод формулы расчета высоты гребней микронеровностей согласно схеме на рис. 1:

$$h_1 = \rho - r;\ \frac{\alpha}{2} = arcsin\left(\frac{S}{2\rho}\right);\ r = \hat{I}\hat{E} + \hat{E}B;$$

$$OK = (\rho - R)cos\frac{\alpha}{2};\ KB = \sqrt{R^2 - (O_1K)^2};$$

$$O_1K = (\rho - R)sin\frac{\alpha}{2};$$

$$KB = \sqrt{R^2 - \left[(\rho - R)sin\frac{\alpha}{2}\right]^2};$$

$$r = (\rho - R)cos\frac{\alpha}{2} + \sqrt{R^2 - \left[(\rho - R)\sin\frac{\alpha}{2}\right]^2};$$

$$r = (\rho - R)cos(arcsin\ \frac{S}{2\rho}) + \sqrt{R^2 - \left[(\rho - R)sin(arcsin\frac{S}{2\rho})\right]^2}$$

или

$$r = (\rho - R)cos(arcsin\frac{S}{2\rho}) + \sqrt{R^2 - \left[(\rho - R)(\frac{S}{2\rho})\right]^2}$$

$$h_1 = \rho - (\rho - R)cos(arcsin\frac{S}{2\rho}) - \sqrt{R^2 - \left[(\rho - R)(\frac{S}{2\rho})\right]^2}. \qquad (2)$$

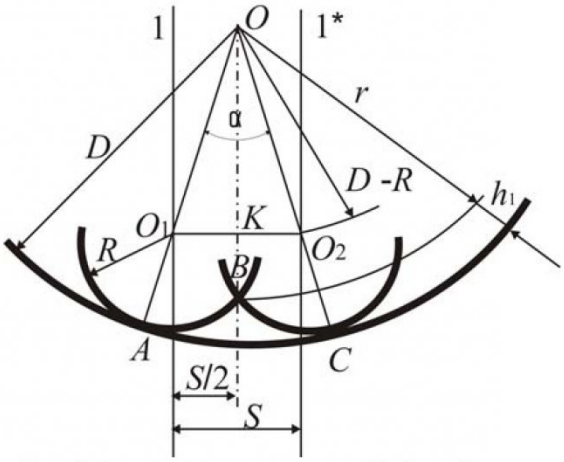

*Рис. 2 Вогнутая поверхность. Подача S реализуется поступательным перемещением оси фрезы 1-1**

Вывод формулы для расчета высоты гребней микронеровностей согласно расчетной схеме на рис. 2:

$$h_1 = \rho - r;\ r = OK + KB;$$

$$KB = \sqrt{(O_1B)^2 - (O_1K)^2};$$

$$O_1K = \frac{S}{2};\ O_1B = R;$$

$$KB = \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\ ;\ OK = \sqrt{(\rho - R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\ ;$$

$$r = \sqrt{(\rho - R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} + \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\ ;$$

$$h_1 = \rho - \left[\sqrt{(\rho - R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} + \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\right]$$

или

$$h_1 = \rho - \sqrt{(\rho - R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} \quad (3)$$

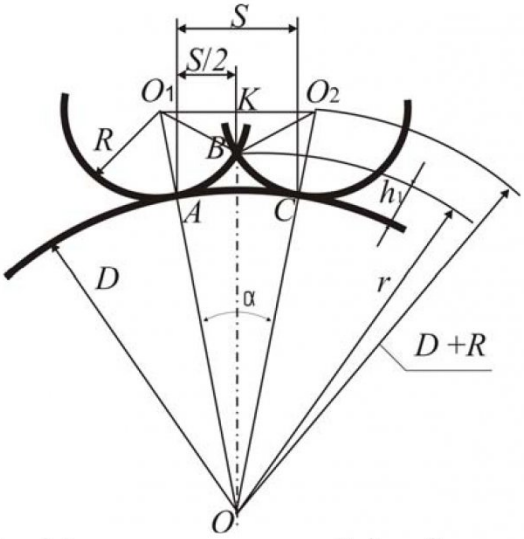

Рис. 3 Выпуклая поверхность. Подача S реализуется поворотом оси фрезы ОА на угол α в положение ОС

Вывод формулы для расчета высоты гребней микронеровностей согласно расчетной схеме на рис. 3:

$$h_1 = r - \rho\ ;\ r = OK - KB\ ;$$

$$KB = \sqrt{(O_1B)^2 - (O_1K)^2}\ ;$$

$$O_1K = (\rho - R)\sin\frac{\alpha}{2}\ ;\ O_1B = R\ ;$$

$$KB = \sqrt{R^2 - (\rho + R)^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}\ ;$$

$$OK = (\rho + R)cos\frac{\alpha}{2};$$

$$r = (\rho + R)cos\frac{\alpha}{2} - \sqrt{R^2 - (\rho + R)^2 sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$h_1 = (\rho + R)cos(arcsin\frac{S}{2\rho}) - \sqrt{R^2 - (\rho + R)^2\left(\frac{S}{2\rho}\right)^2} - \rho\ . \quad (4)$$

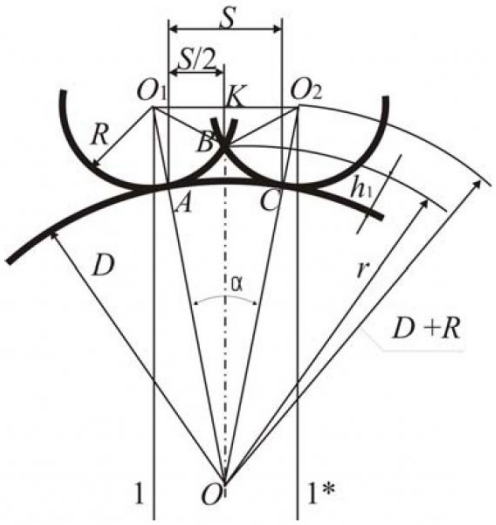

*Рис. 4 Выпуклая поверхность. Подача S реализуется поступательным перемещением оси фрезы 1-1**

Вывод формулы расчета высоты гребней микронеровностей согласно схеме на рис. 4:

$$h_1 = r - \rho\ ;\ r = OK - KB\ ;$$

$$OK = \sqrt{(\rho + R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\ ;\ KB = \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\ ;$$

$$r = \sqrt{(\rho + R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}\ ;$$

$$h = \sqrt{(\rho + R)^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} - \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} - \rho$$

или

$$OK = O_1Ocos\frac{\alpha}{2} = (\rho + R)cos\frac{\alpha}{2};$$

$$\frac{\alpha}{2} = arcsin\left(\frac{S}{2(\rho + R)}\right);$$

$$OK = (\rho + R)cos\left[arcsin\left(\frac{S}{2(\rho + R}\right)\right];$$

$$r = (\rho + R)cos\left[arcsin\left(\frac{S}{2(\rho + R)}\right)\right] - \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2}$$

$$h_1 = (\rho + R)cos\left[arcsin\left(\frac{S}{2(\rho + R)}\right)\right] - \sqrt{R^2 - \left(\frac{S}{2}\right)^2} - \rho\ . \quad (5)$$

Предложенные зависимости учитывают влияние на величину среднего арифметического отклонения профиля *Ra* величины подачи на зуб фрезы (S_z), размера радиусной части инструмента (*R*), радиуса кривизны поверхности заготовки (ρ)

и закон движения инструмента относительно заготовки. Они дают возможность оценить влияние конструктивно-геометрических параметров режущего инструмента и режимов резания на качество обработанной поверхности (шероховатость).

Для расчета составляющей h_2, учитывающей влияние колебаний технологической системы на величину микронеровностей, сборный режущий инструмент представляется в виде двухмассовой системы (рис. 5). Система имеет две степени свободы, характеризующиеся двумя независимыми между собой параметрами (обобщенными координатами x_1 и x_2). Для получения дифференциальных уравнений движения элементов режущего инструмента используется теорема об изменении кинетической энергии в обобщенных координатах (уравнениями Лагранжа 2-го рода) [3]. Уравнения составлены по обобщенным параметрам x_1 и x_2 (рис. 5). При этом оси координат, относительно которых происходит движение, проводились из положения статического равновесия тел, входящих в систему.

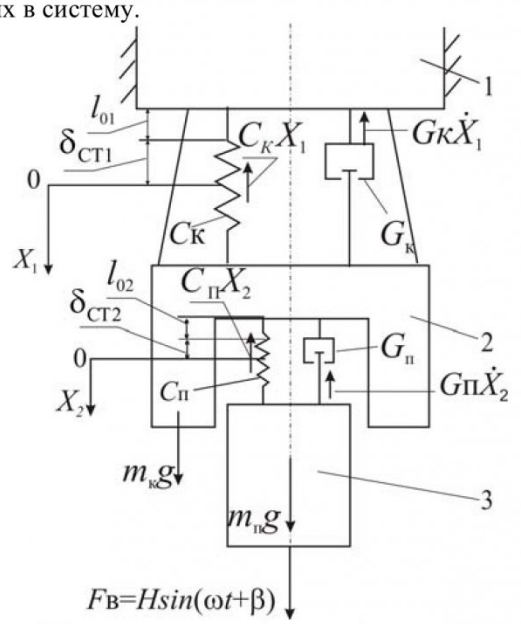

Рис. 5 Расчетная схема для определения составляющей h_2:1-шпиндельный узел; 2 - корпус фрезы; 3 - режущая пластинка

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_{x1} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = Q_{x2} \end{aligned}\right\}, \qquad (6)$$

где T – кинетическая энергия данной диссипативной системы; $\dot{x}_1$ и $\dot{x}_2$ - обобщенные скорости вдоль соответствующих осей; x_1 и x_2 - обобщенные координаты; Q_{x_1} и Q_{x_2} - обобщенные силы, вычисленные по соответствующим обобщенным координатам.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{m_к \dot{x}_1^2 + m_п(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2}{2}, \qquad (7)$$

где $m_к$ и $m_П$ - соответственно массы корпуса фрезы и режущей пластинки.

Частная производная от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}_1$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_{\hat{e}}\dot{x}_1 + m_{\ddot{i}}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2). \qquad (8)$$

Полная производная по времени от частной производной по обобщенной скорости $\dot{x}_1$:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) = m_{\hat{e}}\ddot{x}_1 + m_{\ddot{i}}(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2). \qquad (9)$$

Обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x_1:

$$Q_{x1} = \frac{\sum \delta A_{x1}}{\delta x_1}, \qquad (10)$$

где в числителе сумма элементарных работ консервативных сил и сил сопротивления на обобщенной координате x_1.

$$Q_{x_1} = \frac{\left[-C_к(x_1 + \delta_{стк}) - G_к\dot{x}_1 + (m_к + m_п)g\right]\delta x_1}{\delta x_1} \qquad (11)$$

где $C_к$ и $G_к$ – соответственно коэффициент жесткости и коэффициент сопротивления (демпфирования) корпуса; $\delta_{стк}$ – статическая деформация корпуса.

Сокращая постоянные слагаемые (силу упругости пружины, соответствующую положению статического равновесия массы $m_к$, $-c_к\delta_{стк}$ и вес системы $(m_к+m_п)g$, получаем:

$$Q_{x_1} = -C_к x_1 - G_к \dot{x}_1. \qquad (12)$$

Частная производная по $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = m_{\ddot{i}}(\dot{x}_1 + \dot{x}_2). \qquad (13)$$

Полная производная по времени от частной производной по $\dot{x}_2$:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = m_п(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2). \qquad (14)$$

Обобщённая сила, соответствующая x_2

$$Q_{x2} = \frac{\sum \delta A_{x2}}{\delta x_2}, \qquad (15)$$

где в числителе сумма элементарных работ консервативных сил, силы сопротивления и возмущающей силы $P_{\hat{A}} = H\sin(\omega\tau + \beta)$, где H, p – амплитуда и частота возмущающей силы.

$$Q_{x_2} = \frac{\begin{bmatrix} -C_п(\delta_{стп} + x_2) - G_п\dot{x}_2 + \\ + m_п g + H\sin(\omega\tau + \beta) \end{bmatrix}\delta x_2}{\delta x_2}, \qquad (16)$$

где $C_П$ и $G_к$ – соответственно коэффициенты жёсткости и демпфирования режущей пластинки;

$\delta_{стп}$ – статическая деформация режущей пластинки.

Сокращая постоянные слагаемые (силу упругости – $C_п\delta_{стп}$, соответствующую положению статического равновесия массы $m_П$ и вес режущей пластинки $m_п g$), получаем:

$$Q_{x_2} = -C_п x_2 - G_п \dot{x}_2 + H\sin(\omega\tau + \beta). \quad (17)$$

Подставляя найденные значения производных и обобщенных сил в систему уравнений (2.5), окончательно получаем следующие дифференциальные уравнения движения данной диссипативной системы.

$$\left.\begin{aligned} &(m_к + m_п)\ddot{x}_1 + m_п\ddot{x}_2 + C_к x_1 + G_к\dot{x}_1 = 0 \\ &m_п(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + C_п x_2 + G_п\dot{x}_2 = H\sin(\omega\tau + \beta) \end{aligned}\right\} \quad .(18)$$

Первое уравнение системы (18) является уравнением свободных колебаний данной технологической системы. Второе уравнение системы (18) является уравнением вынужденных колебаний вышеназванной системы.

Расчетная схема, представленная на рис. 5, содержит в себе колеблющиеся массы корпуса фрезы $m_к$ и режущей пластинки $m_п$, причем колебания режущей пластинки демпфируются упругим элементом $G_{пл}$, а колебания корпуса – за счет поглощающих свойств материала, из которого он изготовлен $G_к$.

Динамическая модель данной диссипативной системы представлена моделью, которая построена при следующих допущениях:

- вынужденные колебания данной системы рассматриваются как линейные колебания малых величин;
- массы корпуса фрезы и режущей пластинки являются сосредоточенными в их центрах масс;
- учитываются колебания только в осевом направлении, в котором формируется шероховатость обработанной поверхности;
- колебаниями остальных элементов станка пренебрегаем, в связи с их незначительным влиянием на формирование параметров качества поверхности;
- исходя из линейной постановки задачи, будем считать, что в данной системе демпфирование прямо пропорционально скорости колебаний;
- сила резания изменяется периодически с частотой, равной частоте вращения фрезы;
- упругие деформации элементов технологической системы рассматриваются в пределах выполнения закона Гука.

Сила резания, в системе уравнений (18), рассчитанная по зависимости В. И. Гузеева [2] для случая концевого фрезерования, учитывающей нестабильность процесса фрезерования ПСП (изменение толщины срезаемого слоя во времени), представляется в виде гармоники с амплитудой H, круговой частотой ω и начальной фазой β.

Входы модели: режимы резания (частота вращения фрезы n, подача на зуб фрезы Sz, скорость резания V, ширина фрезерования B), интенсивность напряжений в движущемся объеме деформируемого металла σ_i, угол контакта зуба фрезы ψ, угол сдвига β, угол между линией среза и направлением равнодействующей среза β_1, угол профиля в рассматриваемой точке режущей кромки φ, величина фаски затупления $l_з$, длина элементарного участка активной части режущей кромки dL), динамические коэффициенты ($m_к$, $C_к$, $G_к$, $m_п$, $C_п$, $G_п$).

Выходы модели: значения виброперемещений x_1 и x_2 элементов режущего инструмента и параметра Ra.

Данная модель была проверена на адекватность реальному процессу по критерию Фишера [4].

Ее использование на практике позволит прогнозировать значения параметра Ra на этапах подготовки технологической операции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Малышкин, Д.А.* Повышение производительности обработки пространственно-сложных поверхностей путем управления процессом формирования шероховатости: дис. канд. техн. наук. – Барнаул, 2003. – 139 с.

2. *Гузеев, В. И.* Теория и методика расчета производительности контурной обработки деталей различной точности на токарных и фрезерных станках с ЧПУ: Автореф. дис. …д-ра. техн. наук. – Челябинск : ЧГТУ, 1994. – 33 с.

3. *Яблонский А.А.*,. Курс теории колебаний / А.А. Яблонский, С.С Норейко. Учебн. для втузов.– 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Высш.шк., 1966.- 258 с.

4. *Вентцель Е. С.* Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учеб. пособие для студ. втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 5-е изд., испр. – М.: Издательский центр «Академия», 2003.

Авторы статьи

Малышкин
Дмитрий Александрович
канд. техн. наук, доц каф. технологии машиностроения КузГТУ
e-mail: dmi y01022007@yandex.ru

Клепцов
Александр Алексеевич
канд. техн. наук, доц. зав. каф. технологии машиностроения КузГТУ
e-mail: kleptsoff@mail.ru