

УДК 531.8 : 622.233

И.А. Жуков

## ИСХОДНЫЕ ОСНОВАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ВЛИЯНИЯ ФОРМ БОЙКОВ НА ФОРМУ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА В МАШИНАХ УДАРНОГО ДЕЙСТВИЯ

Всесторонний подход к исследованию процессов, происходящих в ударных машинах различного назначения – горных, строительных, металлообрабатывающих, предполагает изучение одной из важных особенностей явления удара – закономерности формирования упругой волны деформации, или ударного импульса. Эта закономерность не была замечена и не исследовалась в классических трудах по продольному удару (Баре де Сен-Венан [1], Буссинеск Ж. [2], Тимошенко С.П. [3], Кильчевский Н.А. [4] и др.). Физический факт влияния формы ударяющего тела на форму ударного импульса и соответственно на эффект разрушения при ударе был официально заявлен в открытии №13 в 1964г. Александровым Е.В. [5]. Некоторые исследования в развитие этой проблемы сделаны в 60-80-х годах XX века [6-10]. Накопленные к настоящему времени знания в области теории продольного удара требуют обобщения и уточнения.

Наиболее широкое применение при решении задачи оценки влияния формы ударяющего тела на форму ударного импульса получила волновая теория удара, построенная на следующих допущениях: 1) плоские, поперечные к оси стержня, сечения остаются плоскими в процессе распространения волн продольной деформации; 2) материал стержня подчиняется закону Гука, т.е. деформации остаются в пределах упругости; 3) соприкосновение соударяющихся тел происходит в один и тот же момент времени по всей площади ударного торца. Согласно этой теории процесс распространения волн продольных колебаний в стержнях переменного поперечного сечения описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где  $u_{x,t}$  – функция смещения поперечного сечения стержня с координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $a = \sqrt{E/\rho}$  – скорость распространения упругой волны продольной деформации в стержне с плотностью материала  $\rho$  и модулем упругости  $E$ .

Уравнение (1) приведено Сен-Венаном в примечании к §60, выполненного им перевода на французский язык книги Клебша [1]. Впервые использование (1) для исследования продольного соударения стержней применительно к технологическим машинам, в частности к штамповочным молотам, показано в 1965-1968 гг. в работах Гладилова Ю.С. [6].

Ударяющие тела – бойки, имеющие форму

стержней переменного поперечного сечения, были исследованы с помощью волновой теории удара в работах профессора Дворникова Л.Т. [7] и его учеников: Шапошникова И.Д. (боёк в виде усеченного конуса), Мясникова А.А. (гиперболический боёк), Тагаева Б.Т. (цилиндрогиперболический боёк), Жукова И.А. (полукатеноидальный боёк). В этих работах для исследования продольных колебаний стержней сложной формы, имеющих криволинейные образующие боковой поверхности, применяется уравнение

$$\frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 u_{x,t}}{\partial x^2} + a^2 \cdot \frac{1}{S_x} \cdot \frac{dS_x}{dx} \cdot \frac{\partial u_{x,t}}{\partial x}, \quad (2)$$

где  $S_x$  – функция площади поперечного сечения бойка.

Однако ни в одной из выше названных работ нет ссылок на источники, из которых были заимствованы уравнения, и не приведено явного доказательства достоверности и корректности применения дифференциальных уравнений (1) и (2) для решения задач формирования упругих волн деформаций в волноводах машин при ударе по ним бойками сложных геометрических форм. Спорность вопроса возникает в силу того, что при растяжении-сжатии в телах переменного поперечного сечения нормальные напряжения распределяются по сечению неравномерно, и с этой точки зрения рассмотрение бойков, поперечный размер которых существенно изменяется по длине, на основе гипотезы плоских сечений оказывается некорректным.

Анализ известных классических работ в областях механики деформируемого твердого тела и уравнений математической физики позволил автору настоящей статьи сформулировать исходные условия к решению задач анализа влияния форм бойков на форму ударного импульса и на результативность процесса разрушения или обработки среды машинами ударного действия.

Согласно утверждениям Г. Кольского [8], в конических стержнях при ударе распространяются продольные сферические волны, причем нормальное напряжение распределяется равномерно по каждой из сферических поверхностей. Волновое уравнение движения сечений в направлении параллельном оси конуса Г. Кольский записывает в виде

$$\rho r \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = Er \frac{\partial^2 u_1}{\partial r^2} + 2E \frac{\partial u_1}{\partial r}, \quad (3)$$

где  $r$  – радиус сферической волны;  $u_1$  – перемещение.

В то же время, рассматривая продольные колебания конического стержня, исходя из гипотезы плоских сечений, Кошляков Н.С. в работе [9], записывает формулу разности усилий, возникающих вследствие появления растягивающих или сжимающих напряжений в сечениях стержня,

$$E \frac{\partial}{\partial x} \left\{ S_x \frac{\partial u}{\partial x} \right\} dx. \quad (4)$$

Используя выражение (4) в соответствии с методикой вывода уравнения продольных колебаний конического стержня, изложенной Н.С. Кошляковым, согласно второму закону Ньютона, получается дифференциальное уравнение вида

$$E \frac{\partial}{\partial x} \left\{ S_x \frac{\partial u}{\partial x} \right\} dx = \rho \cdot S_x \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Рассмотрение в общем виде элементарной части бойка, ограниченной криволинейной боковой поверхностью и двумя поперечными сечениями, отстоящими на бесконечно малом расстоянии друг от друга, фактически представляющей собой форму усеченного конуса, позволяет сделать вывод, что путем несложных преобразований, вводя переменную  $a = \sqrt{E/\rho}$ , уравнения (3) и (5) могут быть представлены в виде (2).

В качестве рекомендации в своей монографии [10] Пановко Я.Г. записывает фразу: «В тех случаях, когда распределенная масса и сечение стержня переменны по его длине, следует ... исходить из

$$c^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( F \frac{\partial u}{\partial x} \right) = F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} .» \quad (6)$$

где  $c^2 = a^2$ ,  $F = S_x$ .

Результаты экспериментальных исследований по определению ударных импульсов, генерируемых бойками различных форм, изложены в работах Шапошникова И.Д. (для конического бойка) [11], Тагаева Б.Т. (для конического, гиперболического и цилиндрико-гиперболического бойков) [12], Дворникова Л.Т. и Жукова И.А. (для полукатеноидального) [13]. Все эти исследования отмечают удовлетворительную сходимость результатов вычисления ударных импульсов с помощью диф-

ференциальных уравнений (1), (2) и экспериментальных. В частности, результаты статистической обработки данных, полученных для бойка, имеющего форму полукатеноида, в котором радиальный размер нарастает быстрее, чем для любых других геометрических тел, свидетельствуют о том, что погрешность результатов составляет  $\Delta = (10,0 \pm 4,0)\%$ . Таким образом, можно сделать заключение о пригодности уравнения (2) для рассмотрения продольных колебаний стержней переменного поперечного сечения. Вполне очевидно, что погрешность вычислений может быть уменьшена при условии введения в рассмотрение наряду с продольными поперечные колебания, однако при этом волновые дифференциальные уравнения значительно усложняются, о чем свидетельствуют работы [9, 14-16].

На этом основании решение проблемы повышения эффективности воздействия на хрупкую среду при продольном ударе бойком по волноводу-инструменту путем рационального подбора форм бойков осуществляется с применением одномерной волновой теории удара. Для этого составляются уравнения движений сечений при продольном ударе для бойка (2) и для волновода (1). При этом волновод, как правило, считается полубесконечным стержнем постоянного поперечного сечения. Расчетная схема (рис. 1) составляется так, что начало системы координат совпадает с местом соударения бойка и волновода, а ось  $x$  направляется в сторону, противоположную направлению предупредной скорости бойка  $V_0$ .

Начальные условия:

– в момент начала взаимодействия смещения сечений бойка  $u_B(x, t)$  и волновода  $u_B(x, t)$

$$u_B(x, 0) = 0, \quad u_B(x, 0) = 0;$$

– скорость смещения сечений, определяемая частной производной по времени, для бойка равна его предупредной скорости  $V_0$ , а для волновода равна нулю:

$$\frac{\partial u_B(x, 0)}{\partial t} = V_0, \quad \frac{\partial u_B(x, 0)}{\partial t} = 0.$$

Граничные условия, определяющие состояние концов бойка и волновода:

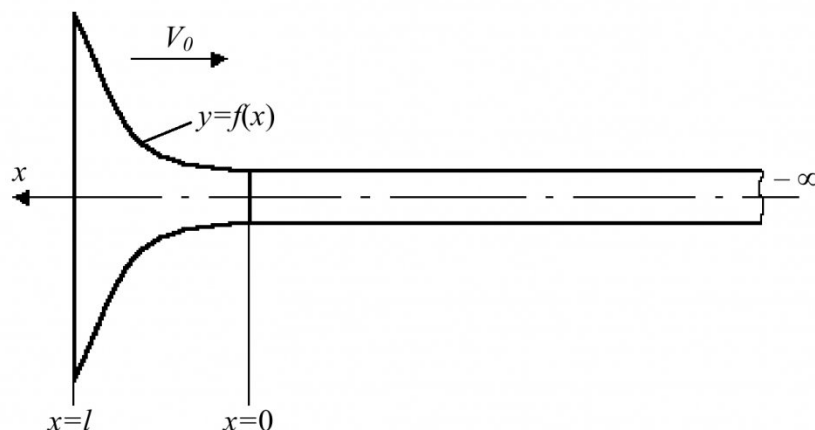


Рис. 1. Расчетная схема соударения бойка и волновода

– в процессе взаимодействия смещения на границе бойка и волновода равны:

$$u_B(0, t) = u_B(0, t);$$

– в процессе взаимодействия силы взаимодействия на границе бойка и волновода равны:

$$S(0) \frac{\partial u_B(0, t)}{\partial x} = S_0 \frac{\partial u_B(0, t)}{\partial x},$$

где  $S_0$  – площадь поперечного сечения волновода;

– неударный торец бойка свободен от деформаций:

$$\frac{\partial u_B(l, t)}{\partial x} = 0;$$

– в удаленных от ударного сечениях волновода деформации отсутствуют:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\partial u_B(x, t)}{\partial x} = 0.$$

Из системы дифференциальных уравнений (1) и (2) с учетом начальных и граничных условий определяется ударный импульс, который связан с

функцией смещения сечений волновода зависимостью:

$$F(x, t) = ES_0 \frac{\partial u_B(x, t)}{\partial x}.$$

Наличие аналитических выражений импульсов, генерируемых бойками различных форм позволяет сравнить их с целью выявления наиболее рациональных.

Таким образом, с достаточной для практики степенью точности волновые дифференциальные уравнения (1) и (2) применимы для решения задачи определения формы ударного импульса, вызванного в длинном стержне постоянного поперечного сечения при ударе по нему бойками различной конфигурации, и не могут быть применены к решению задачи оценки характера распределения напряжений в бойке.

Настоящая статья написана по материалам исследований, выполненным при государственной поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых российских ученых МК-854.2014.1.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Clebsch, A. Theorie de l'elasticite des corps solides / V.F. Saint-Venant. – Paris: Dunod, 1883.
2. Boussinesq, J. Applications des potentials a l'etude de l'equilibre et du mouvement des solides elastiques / Gauthier – Villars, Paris, 1885.
3. Тимошенко, С.П. Колебания в инженерном деле. – М.-Л., Физматгиз, 1959. – 439 с.
4. Кильчевский, Н.А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар. – Киев: Наукова думка, 1976. – 320 с.
5. Открытие 13 СССР / Е.В. Александров. – Приоритет от 30.10.1957, опубл. 19.03.1964, Бюл. №7. – 1 с.
6. Гладилев, Ю.С. Исследование продольного удара штока штамповочного молота: автореф. дисс. ... кан. тех. наук. / Гладилев Юрий Сосипатрович. – Фрунзе, 1968. – 28 с.
7. Жуков И.А. Бойки ударных механизмов, имеющие аналитическое решение / И.А. Жуков, Л.Т. Дворников // Справочник. Инженерный журнал. – 2008. – №10(139). – С. 17-20.
8. Кольский, Г. Волны напряжения в твердых телах. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955. – 192 с. (Oxford, 1953).
9. Кошляков, Н.С. Основные дифференциальные уравнения математической физики. Изд. 4-е, испр. и доп. – М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936. – 505 с.
10. Пановко, Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Изд. 3-е., доп. и переработ. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
11. Шапошников, И.Д. Исследование волновых ударных импульсов с целью повышения эффективности работы вращательно-ударных механизмов бурильных машин. автореф. дисс. ... кан. тех. наук. / Шапошников Израиль Давидович. – Фрунзе, 1969.
12. Тагаев, Б.Т. Поиск путей увеличения эффективности ударного разрушения горных пород при бурении: автореф. дисс. ... кан. тех. наук. / Тагаев Базарбай Тагаевич. – Фрунзе, 1985.
13. Дворников, Л.Т. Продольный удар полукатеноидальным бойком: Моногр. / Л.Т. Дворников, И.А. Жуков. – СибГИУ, Новокузнецк. – 2006. – 80 с.
14. Ляв А. Математическая теория упругости. – М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. – 674 с.
15. Мясников, А.А. Модифицированное уравнение продольных колебаний стержней переменного поперечного сечения в цилиндрической системе координат // Материалы 7 научно-практической конференции по проблемам машиностроения, металлургических и горных машин. – Новокузнецк: СибГГМА, 1998. – С. 70-79.
16. Жуков, И.А. Модификация дифференциальных уравнений волновой теории продольного соударения стержней / И.А. Жуков, Л.Т. Дворников // Известия ТПУ. – 2008. – Т. 313. – №2. – С. 5-9.

Автор статьи:

Жуков

Иван Алексеевич

канд. техн. наук, доцент каф. теории и основ конструирования машин СибГИУ

Email: tmmiok@yandex.ru