УДК 519.21

А.В. Бирюков, Т.С. Жирнова

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ГРАНУЛОМЕТРИЯ

В совокупности частиц случайных размеров примем обозначения:

x – средний линейный размер или диаметр частицы,

f(x) – плотность аппроксимации эмпирического распределения диаметра,

m(k) - среднее значение *к* - той степени диаметра, равное интегралу от $x^k f(x)$ по всем значениям диаметра.

Для получения эмпирического распределения диаметра необходимо иметь результаты измерения частиц репрезентативной выборки. Но получаемая на практике выборка не является репрезентативной, поскольку измеряют обычно лишь частицы с диаметром большим некоторого значения, а мелкие частицы остаются неизмеренными. Поэтому средний диаметр измеренных частиц всегда больше среднего диаметра всех частиц, равного *m(1)*. Разность между ними зависит от правой границы значений диаметра неизмеренных частиц и от выбора аппроксимации эмпирического распределения диаметра. Если в результате вычисления среднего диаметра измеренных частиц окажется, что он не превосходит *m(1)*, то выбранный закон следует заменить.

Примеры:

f(x) = 2(1 - x), $0 < x < 1$, $m(1) = 1/3$;

f(x) = 2x, $0 < x < 1$, $m(1) = 2/3$;

f(x) = 6x (1 - x), $0 < x < 1$, $m(1) = 1/2$.

Здесь из условия $0 < x < 1$ следует, что за масштабную единицу принято наибольшее из наблюдаемых значений диаметра.

В большинстве случаев частицы заполняют некоторую трехмерную область, а измерения проводят на поверхности этой области (например, на поверхности развала взорванной породы).

Обозначим через *f(x)* и *g(x)* плотности распределения диаметра всех частиц данной совокупности и частиц на её поверхности. Тогда *f(x) = g(x)/(cx)* , где *c* – среднее гармоническое диаметров измеренных частиц, равное интегралу от $g(x)/x$ по всем значениям диаметра.

Примеры:

g(x)=6x(1-x), $0 < x < 1$,

$c = 3$, $f(x) = 2(1 - x)$;

g(x) = x exp(- x), $0 < x < \infty$,

$c = 1$, $f(x) = exp(-x)$;

g(x) = 2x, $0 < x < 1$, $c = 2$, $f(x) = 1$.

Гранулометрический анализ часто проводят путём измерения проекций частиц на фотопланограмме. Если *x* и *z* диаметры частицы и её проекции, то величина *t = z/x* симметрично распределена в интервале $0 < t < 1$ с плотностью *6t (1 – t)*. Отсюда следует, что средний размер частиц в два раза превышает средний диаметр их проекций.

Имея аппроксимацию эмпирического распределения диаметра, можно легко найти и закон распределения диаметра частиц. Если, например, плотность распределения диаметра проекций равна *2z* в интервале $0 < z < 1$, то плотность распределения диаметра частиц составит *x/2 в* интервале $0 < x < 2$.

Частицы могут быть погружены в твёрдую среду, как при петрографическом анализе шлифов. В этом случае измерению доступны лишь их сечения случайной плоскостью.

Восстановление геометрических свойств трехмерных объектов является нерешенной проблемой интегральной геометрии. Для решения может быть эффективным лишь эмпирический подход.

Регрессионным анализом результатов лабораторных исследований на моделях с вариацией крупности частиц установлено, что средний диаметр частиц в 2,3 раза больше среднего диаметра их сечений плоскостью.

Знание закона распределения диаметра частиц позволяет вычислять любые гранулометрические характеристики. Приведём основные из них, наиболее востребованные инженерной практикой.

Величина $\frac{m(2)}{m(3)}$ равна суммарной площади поверхности частиц в единичном объёме и является основным параметром динамики дробления.

Интеграл от $\frac{x^3 f(x)}{m(3)}$ в границах от нуля до *x* представляет собой гранулометрическую функцию *V(x),* значения которой дают описание фракционного состава совокупности по суммарному объёму частиц. Так, если *f(x) =2x,* $0 < x < 1$, то *V(x)* = x^5.

Среднюю крупность частиц характеризует либо среднеарифметический диаметр $m(1)$, либо средневзвешенный по объёму диаметр, равный $\frac{m(4)}{m(3)}$.

Авторы ствтьи

Бирюков
Альберт Васильевич,
д.т.н., профессор каф.
математики КузГТУ

Жирнова
Татьяна Сергеевна,
к.т.н., доцент каф. математики
КузГТУ, Email:
zhirnova.tatyana2013@yandex.ru.