

## ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.01:681.3

А. В. Степанов

### КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЧЕТЫРЕХШАРНИРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

#### **Введение**

Несмотря на то, что обрабатывающие центры с ЧПУ являются мощным оборудованием, способным не только заменить несколько агрегатов, но и во много раз сократить время обработки той или иной заготовки, обращение к простейшим механизмам, позволяющим реализовывать достаточно сложные движения рабочих органов, является вполне оправданным, особенно при крупносерийном производстве. Такие механизмы, состоящие из небольшого количества звеньев, совершающих вращательное, поступательное или плоско-параллельное движение, отличаются простотой, высоким КПД и большой нагрузочной способностью. Требуемое движение рабочих органов, закрепленных на механизме, достигается путем сложения относительных движений отдельных его частей. Достаточно часто в качестве таких механизмов используют шарнирные четырехзвенники, выполняющие необходимые перемещения рабочих органов разных машин и механизмов, например, в сеноворощилке, в тестомесильной машине и т.п.

На рис. 1 изображена кинематическая схема четырехшарнирного механизма, у которого звено 1(AB) является кривошипом, звено 2(BC) – шатуном, а звено 3(CD) – коромыслом. При вращении кривошипа точка В шатуна движется по окружности с центром в точке А, а точка С перемещается по какой-то траектории, называемой шатунной кривой. Рабочий орган механизма может размещаться как на самом шатуне, так и на дополнительной штанге, жестко соединенной с шатуном в некоторой его точке. На рис. 1 – это точка Е.

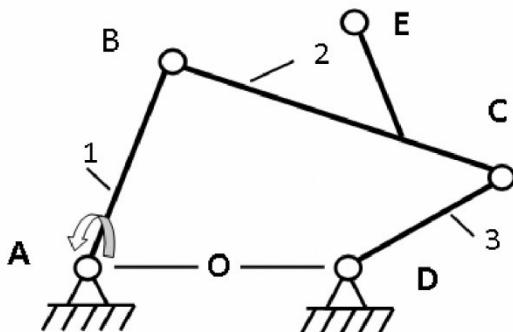


Рис. 1. Структурная схема четырехшарнирного механизма

Изменяя геометрические размеры звеньев ме-

ханизма и положение точки Е относительно шатуна можно получать различные траектории ее движения в относительной системе координат. Кроме того, рабочий орган может совершать дополнительные самостоятельные движения относительно шатуна, что еще больше усложняет процесс геометрического анализа механизма. Анализ проблемы дает основание утверждать, что для успешного проведения кинетостатического анализа четырехшарнирного механизма необходимо, прежде всего, получить массив координат точек шатунной кривой.

#### **Постановка задачи**

Постановка задачи вытекает из стратегии получения траектории движения рабочего органа, которая функционально связана с положением шатуна при вращении кривошипа и может быть легко получена, если будут известны положения точек В и С. Действительно, из рис. 2 видно, что рабочий орган механизма располагается в одной из вершин треугольника ВЕС, длины сторон которого определены из технологических соображений и для каждого вычислительного эксперимента представлены в числовом виде. Если для любого угла поворота кривошипа известны координаты точек В и С, то координаты точки Е при заданных линейных размерах треугольника вычисляются несложным образом.

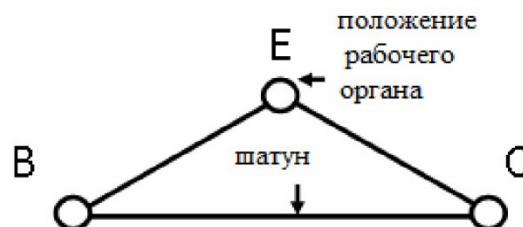


Рис. 2. Положение рабочего органа механизма относительно шатуна

Точка В движется по окружности, ее координаты могут быть определены через длину и величину угла поворота кривошипа, а вот положение точки С необходимо каким-то образом вычислять.

Если будет получен массив координат точки С для различных углов поворота кривошипа, то можно будет решать следующие задачи:

- получать траектории движения рабочего органа при различных размерах звеньев механизма и различных законах его относительного движения;

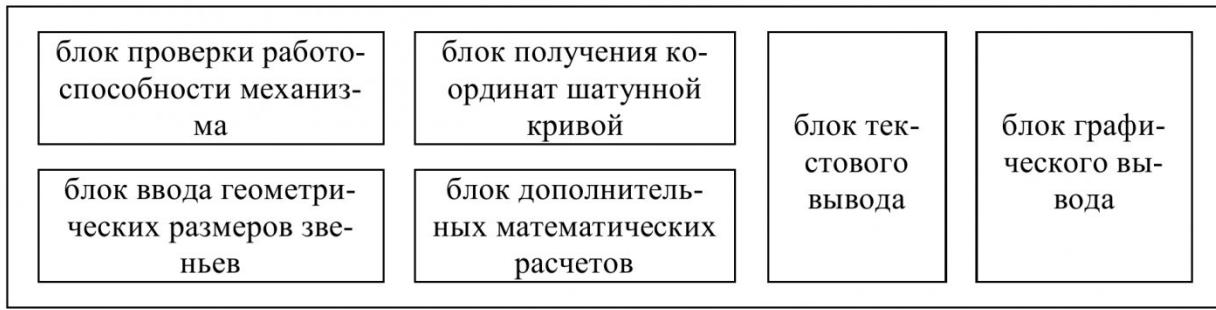


Рис. 3. Структура проектируемого комплекса

- отображать траектории любых точек механизма на экране компьютера и характер их движения по траектории;
- получать диаграммы скоростей и ускорений, различных точек механизма;
- решать оптимизационные проблемы.

Таким образом, постановка задачи была сформулирована следующим образом: разработать метод получения шатунной кривой для рассматриваемого класса механизмов и создать программный комплекс, на основе которого можно было бы в оперативном режиме проводить необходимые этапы геометрического анализа четырехшарнирных механизмов.

На этапе постановки задачи структура программного комплекса представлялась в виде следующего набора блоков (рис. 3).

#### Методы получения шатунной кривой

Исследования способов построения шатунных кривых проводили ученые еще в XIX веке (С. Робертс, П.Л. Чебышёв, Л. Бурмester и др.). Однако, несмотря на актуальность изложенной задачи, количественными расчетами, позволяющими получить координаты любой точки шатунной кривой при заданном угле поворота кривошипа, практически не занимались, что объясняется сложностью и аналитической неразрешимостью получаемых математических зависимостей.

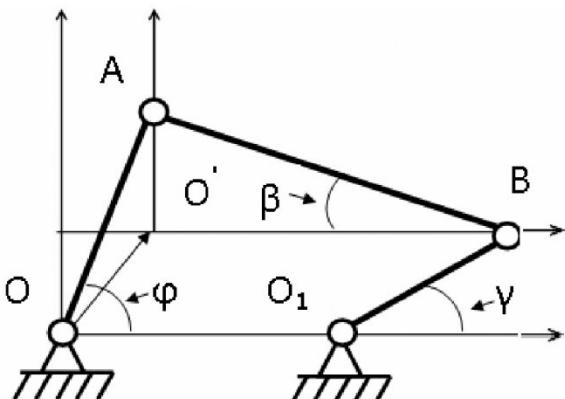


Рис. 4. Иллюстрация к расчетной схеме, использованной в [1]

В работе [1] сделана попытка получения аналитических зависимостей, связывающих линейные и угловые величины в систему трансцендентных уравнений, численное решение которых поз-

воляло бы получать координаты точек шатунной кривой. Расчетная схема, предложенная в [1], основана на получении функциональной зависимости, связывающей угол поворота кривошипа  $\varphi$  с углом наклона шатуна к горизонтали  $\beta$  (см. рис. 4).

Эта зависимость была получена из условия замкнутости контура OABO<sub>1</sub>.

$$\begin{cases} r \cos \varphi + l_1 \cos \beta - l_2 \cos \gamma = l_0, \\ r \sin \varphi = -l_1 \sin \beta + l_2 \sin \gamma; \end{cases}$$

здесь  $r$  – радиус кривошипа,

$l_1$  – длина шатуна AB,

$l_2$  – длина коромысла O<sub>1</sub>B.

Для того, чтобы систему сделать универсальной, решения которой не будут зависеть от линейных размеров, автор предлагает перейти к относительным единицам, взяв за базовый размер расстояние между стойками. С этой целью все члены системы делятся на величину  $l_0 = OO_1$ .

Система принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \lambda_1 \cos \varphi + \lambda_2 \cos \beta - \lambda_3 \cos \gamma = 1; \\ \lambda_1 \sin \varphi = -\lambda_2 \sin \beta + \lambda_3 \sin \gamma, \end{cases}$$

где  $\lambda_1 = r / l_0$ ;  $\lambda_2 = l_1 / l_0$ ;  $\lambda_3 = l_2 / l_0$ .

Как это следует из [1], путем дальнейших преобразований система сводится к одному нелинейному уравнению. Решения этого уравнения методом половинного деления позволяют найти величину угла  $\beta$ , а затем координаты x и y точки шатуна. Разработанная компьютерная программа, реализующая метод половинного деления для нахождения корней финального нелинейного уравнения, позволила получить 27 таблиц, по которым можно было вручную построить возможные варианты шатунных кривых.

Основными недостатками метода являются относительная сложность реализации, значительные временные ресурсы, связанные с применением итерационных методов, а также необходимость ручного построения шатунных кривых при анализе различных вариантов.

Проведенное автором исследование показало, что для расчета координат точек шатунной кривой могут быть использованы прямые методы, основанные на определении точек пересечения двух окружностей [2]. Центр первой окружности ради-

уса, равного длине шатуна, находится в центре кинематической пары, соединяющей кривошип с шатуном. Центр второй окружности радиуса, равного длине коромысла, находится в центре кинематической пары, соединяющей коромысло со стойкой.

Обратимся к рис. 4. В соответствии с принятыми обозначениями, и приняв в качестве начального условия, что начало системы координат располагается в точке А, можно записать следующую систему уравнений.

$$\begin{cases} (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (BC)^2 \\ (x - x_D)^2 + (y - y_D)^2 = (CD)^2 \end{cases}$$

Для упрощения преобразований переместим начало координат в точку А и скорректируем координаты центра второй окружности. Тогда  $x_A = 0$ ,  $y_A = 0$  и  $x_D = x_D - x_A$ ,  $y_D = y_D - y_A$ . После таких преобразований система уравнений может быть записана в следующем виде.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (BC)^2 \\ (x - x_D)^2 + (y - y_D)^2 = (CD)^2 \end{cases}$$

Раскрывая скобки во втором уравнении и вычитая из него первое уравнение, получим:

$$x \cdot x_D + y \cdot y_D = (CD)^2 - (BC)^2 - (x_D)^2 - (y_D)^2$$

Введем промежуточную переменную СС и присвоим ей значение правой части полученного уравнения. В компактном виде можно записать выражение для нахождения значения переменной  $x$  следующим образом.

$$x = (CC - y \cdot y_D) / y_D$$

Подставляя  $x$  в первое уравнение системы,

получим квадратное уравнение вида:

$$y^2 \cdot ((x_D)^2 + (y_D)^2) - 2 \cdot y \cdot y_D CC + ((CC)^2 - (BC)^2 \cdot (x_D)^2) = 0$$

корни которого вычисляются по известным алгебраическим формулам.

Дискриминант этого уравнения имеет вид:

$$D = (-2y_D \cdot CC)^2 - 4 \cdot ((x_D)^2 + (y_D)^2) \cdot ((CC)^2 - (BC)^2 \cdot (x_D)^2)$$

Если  $D > 0$  имеется две точки пересечения. Если  $D < 0$ , окружности не пересекаются и это означает, что происходит разрыв цепи. При  $D = 0$  звенья соприкасаются своими вершинами и находятся на одной прямой.

Предлагаемый метод отличает простота реализации алгоритма и высокая скорость вычислений координат шатунной кривой, поскольку не требуется итерационных процедур, свойственных методам, основанным на численном нахождении корней нелинейных уравнений.

#### Реализация проекта

Для проверки работоспособности предлагаемого метода, была разработана компьютерная программа, позволяющая при заданных соотношениях звеньев получить шатунную кривую предложенным методом и определиться с работоспособностью механизма. Рабочее окно программы представлено на рис. 5.

В основном окне исследователь задает относительные значения длин звеньев и активирует пункт меню «Расчет». Поскольку чаще всего кривошип приводится в движение двигателем, осуществляющим вращательное движение, работе-

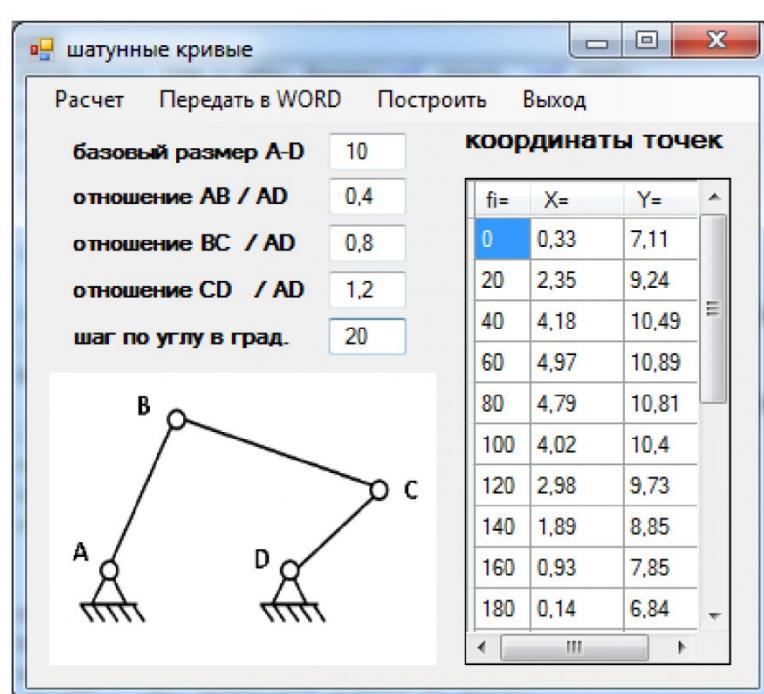


Рис. 5. Рабочее окно программы проверки работоспособности механизма

способным считается тот механизм, который позволяет делать полный оборот кривошипу. Если механизм проворачивается, то в правой части окна выдаются координаты точек шатунной кривой при повороте кривошипа с заданным шагом, а также становятся доступными пункты меню «Передать в WORD» и «Построить». Если механизм не проворачивается, то в поле графического экрана выдается сообщение «разрыв цепи» и таблица координат, естественно не заполняется (см. рис 6).

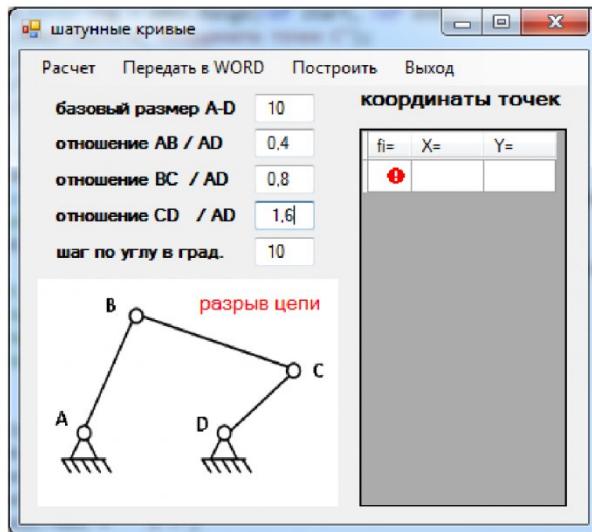


Рис.6. Вид окна при неработоспособном варианте механизма

Результаты расчетов можно сохранить в файле средствами текстового редактора или скопировать для передачи в другой документ. Для получения представления о характере шатунной кривой

можно активировать пункт меню «Построить». Появится другое окно, внешний вид которого представлен на рис. 7.

На основе проведенных экспериментов, которые убедили в работоспособности предложенного метода получения координат шатунной кривой и в его высокой эффективности был создан программный комплекс, структура которого практически соответствует рис. 3, а приведенная выше программа использована в качестве его автономного модуля. Основное окно разработанного комплекса в одном из его режимов представлено на рис.8.

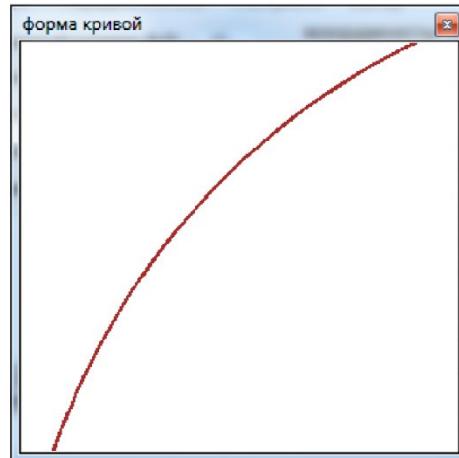


Рис.7. Окно графического отображения шатунной кривой

Исходными данными для описываемой программы является диапазон соотношений длин звеньев и шаг. Таким образом, в левой таблице выдаются соотношения длин звеньев всех работе-

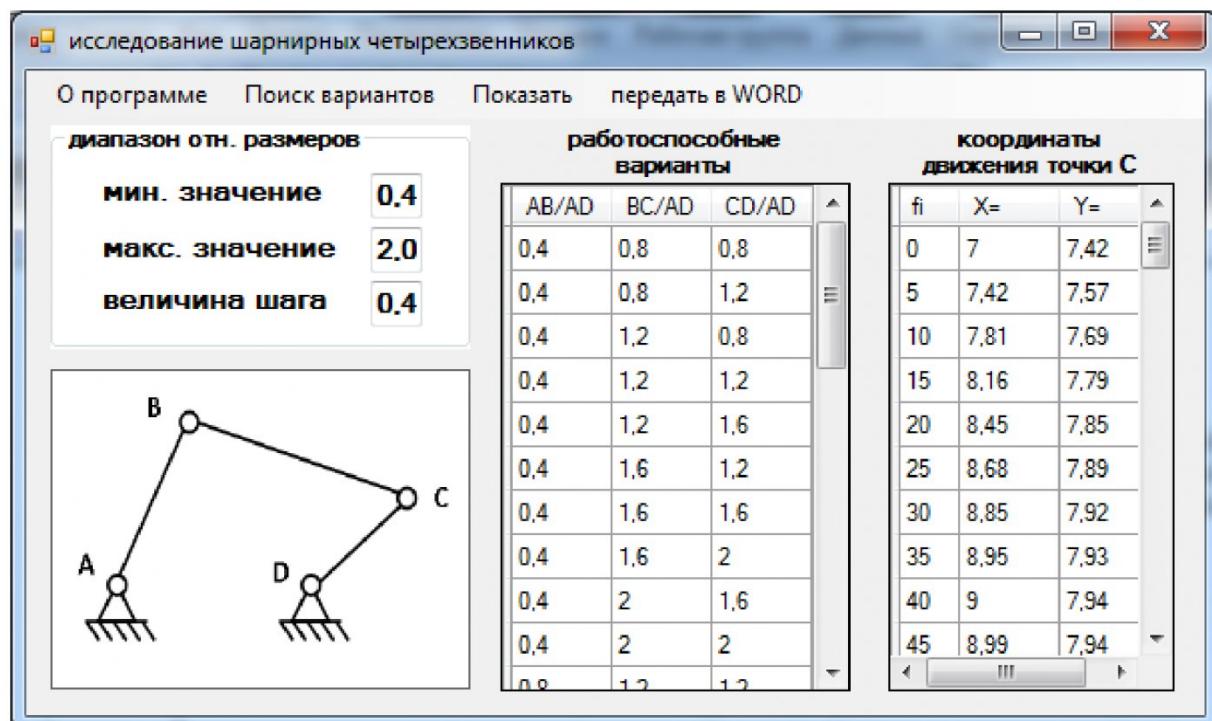


Рис.8. Основное окно разработанного комплекса

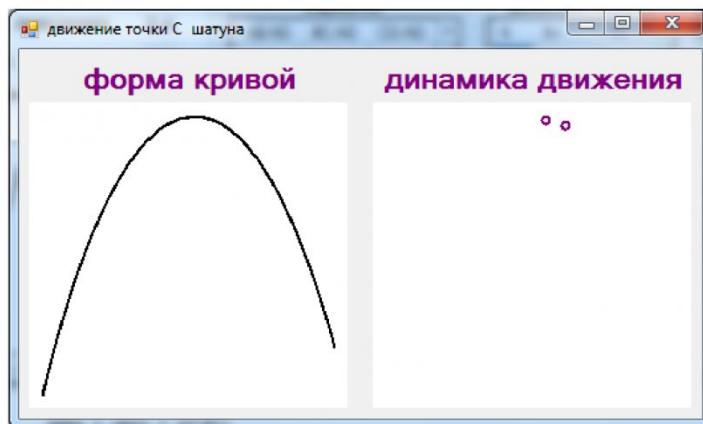


Рис. 9. Дочернее окно приложения

способных механизмов заданного диапазона.

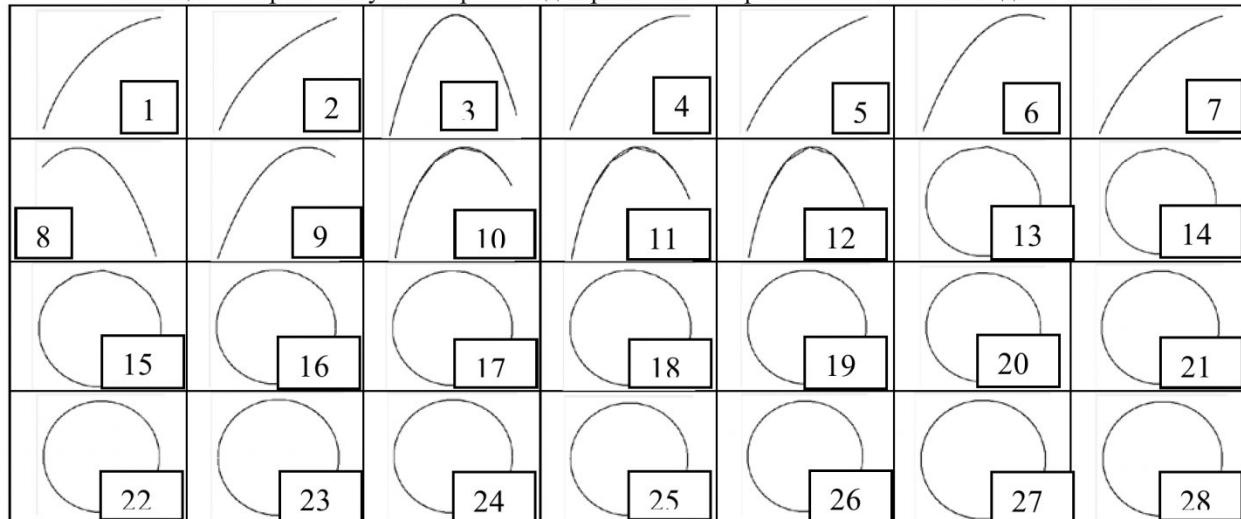
Двойной щелчок мыши на любой строке левой таблицы позволяет получить на экране компьютера вторую таблицу (правую) в которой размещены координаты точек шатунной кривой (см. рис. 8). Эти координаты используются для дальнейших расчетов, например, координат положения рабочего органа, значений скоростей и ускорений различных точек механизма и т.п.

Для просмотра формы шатунной кривой и скорости движения рабочего органа на различных участках кривой служит пункт меню «Показать», который активирует дочернее окно, состоящее из двух частей. В левой части окна отображается форма кривой, а в правой части с помощью перемещающегося объекта исследователь получает представление об изменении скорости движения выбранной точки на различных участках (рис. 9).

Таблица 1. Варианты соотношений длин звеньев работоспособных механизмов

№	AB/AD	BC/AD	CD/AD	№	AB/AD	BC/AD	CD/AD
1	0,4	0,8	0,8	2	0,4	0,8	1,2
3	0,4	1,2	0,8	4	0,4	1,2	1,2
5	0,4	1,2	1,6	6	0,4	1,6	1,2
7	0,4	1,6	1,6	8	0,4	1,6	2
9	0,4	2	1,6	10	0,4	2	2
11	0,8	1,2	1,2	12	0,8	1,6	1,6
13	0,8	2	2	14	1,2	1,2	1,2
15	1,2	1,6	1,6	16	1,2	2	2
17	1,6	1,2	1,6	18	1,6	1,6	1,2
19	1,6	1,6	1,6	20	1,6	1,6	2
21	1,6	2	1,6	22	1,6	2	2
23	2	1,2	2	24	2	1,6	1,6
25	2	1,6	2	26	2	2	1,2
27	2	2	1,6	28	2	2	2

Таблица 2. Формы шатунных кривых для различных вариантов соотношений длин звеньев



### Анализ некоторых результатов

Проведенные расчеты при изменении соотношений длин звеньев в диапазоне от 0,4 до 2,0 с шагом 0,4 (всего 125 вариантов) позволили получить 28 вариантов работоспособных механизмов. Эти варианты представлены в табл. 1.

В табл. 2 представлены формы шатунных кривых для каждого из вариантов таблицы 1.

Несмотря на то, что формы шатунных кривых одинаковы для некоторых вариантов, движение рабочих органов – различное. Разница их движений состоит в неравномерном движении по шатунной кривой.

В данной статье это показать невозможно, но исследователь может наблюдать неравномерность в дочернем окне приложения, а также на планах скоростей и ускорений, формируемых специальным блоком программы. Планы скоростей и ускорений формируются на основе координат исследуемых точек механизма. Первые разности значений координат точек с учетом временных интервалов позволяют получить скорости перемещения точек механизма, а вторые разности, соответственно, – ускорения. Анализ полученных результатов продолжается

### Выводы

Рычажные механизмы, состоящие из небольшого количества звеньев, совершающих вращательное, поступательное или плоско-параллельное движение, привлекают простотой, высоким КПД и большой нагружочной способностью.

Длительное время ученые разных стран занимаются кинетостатическим анализом их возможностей, применяя различные методы. Лишь малая часть этих работ отмечена в списке литературных источников [3-9].

В данной статье описан алгоритм получения шатунной кривой и программные средства, позволяющие проводить геометрический анализ шарнирного четырехзвенника, на базе которого создаются исполнительные механизмы со сложным движением рабочих органов.

Программные средства, подобные приведенным, являются составной частью пакета прикладных программ для структурного синтеза плоских шарнирных механизмов [10]. Проекты компьютерных программ подготовлены в интегрированной среде Microsoft Visual Studio 2010 с использованием популярного и перспективного языка программирования C#.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бореништейн Ю. П. Исполнительные механизмы со сложным движением рабочих органов. – Л: Машиностроение, 1973. – 120 с.
2. Степанов А.В. Геометрический анализ механизмов со сложным движением рабочих органов // Материалы II международной заочной научно-практической конференции «Автоматизированное проектирование в машиностроении», НОЦ «МС». – Новокузнецк: Изд. центр СибГИУ, 2014. – №2. – С. 12-17.
3. Блох З.Ш., Карпин Е.Б. Практические методы синтеза плоских четырехзвенных механизмов. – Изд-во АН СССР, 1943
4. Левитский Н. И. Применение квадратичного приближения функций к решению задач синтеза механизмов. – Труды семинара по ТММ. – Изд-во АН СССР, 1948. Вып. 17
5. Freudenstein, F. Approximate synthesis of four-bar linkages. Transactions of ASME, 1955, Vol. 77, pp. 853-861.
6. Hartenberg, R. S., and Danavit, J., Kinematic Synthesis of Linkages. McGraw-Hill , New York. – 1964
7. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. – М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
8. Liu, Z., Angeles, J. Least Square Optimization of Planar and Spherical Flour-Bar Function Generator Under Mobility Constraints. Journal of Mechanical Design, December 1992, Vol. 114, pp. 569-573.
9. Верховод В.П. Решение задачи приближенного синтеза четырехзвенного механизма с помощью программы Matcad // Журнал ТММ. – 2011. – № 2. Том 9. – С. 53-64.
10. Степанов А.В. Пакет компьютерных программ для автоматизированного синтеза структур механизмов // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – 2014. – № 4(104). – С. 57-60.

### Автор статьи

Степанов Александр Васильевич,

доктор технических наук, доцент, профессор каф. систем автоматизации управления Новокузнецкого института (филиала) КемГУ.

Email: [stepal@rdtc.ru](mailto:stepal@rdtc.ru)