

**ПРОБЛЕМЫ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ****УДК 378.046: 531.01****Д. Ю. Сирота, Р. Ф. Гордиенко****МЕТОДОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ СБОРНИКА ЗАДАЧ  
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ  
ПО КУРСУ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

В период перехода на двухуровневую систему образования и внедрения в образовательный процесс нового ФГОСа, всё более актуальной становится задача организации самостоятельной работы студентов.

Преподавателям всех дисциплин, а особенно ведущим занятия по общетехническим дисциплинам, приходится отвечать на вопросы: как разработать технологию организации самостоятельной работы студентов на уровне современного развития науки, как обеспечить формирование профессиональной культуры специалиста на основании самостоятельной деятельности.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- закрепления и систематизации знаний, полученных на лекциях и практических занятиях;
- углубления и расширения знаний;
- формирования самостоятельного мышления;
- развития умения использовать полученные знания;
- развития исследовательских навыков.

Цели самостоятельной работы предопределяют её значение в познавательном процессе. Самостоятельная работа становится не просто формой образовательного процесса, но его основой.

В новых учебных планах 50% общего времени, планируемого на изучение дисциплины, отведено на самостоятельную работу, в которую включают изучение теории, решение задач, выполнение индивидуальных расчётно-графических работ, подготовка к зачёту или экзамену.

Усилие роли самостоятельной работы означает принципиальный пересмотр учебной работы, который должен строиться так, чтобы развивать умение учиться, формировать у студентов способность к саморазвитию, творческому применению знаний и умений, полученных при изучении той или иной дисциплины.

Значительная роль в формировании облика инженера широкого профиля отводится дисциплинам общетехнического профиля, к которым относится, в частности, и «Теоретическая механика». Цель этих дисциплин – обеспечение базы профессиональной подготовки инженера, теоретическая и практическая подготовка в области прикладной механики, развитие инженерного мышления, приобретения знаний, необходимых для изучения специальных дисциплин.

Усвоение курса теоретической механики тре-

бует не только основательного изучения теории, но получения навыков в решении задач. С этой целью разработан сборник индивидуальных заданий для выполнения расчётно-графических работ, в котором реализован новый принцип организации самостоятельной работы студента.

**1. Обзор литературы.**

Одним из первых сборников типовых заданий для самостоятельной работы по курсу «Теоретической механики» по праву можно считать известный «Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике» [1], разработанный коллективом из 13 авторов под общей редакцией А. А. Яблонского. Первое издание сборника вышло в 1968 году, а последнее – в 2006 году. Сборник содержит 45 заданий по всем темам курса теоретической механики: статика (9 задач), кинематика (9 задач), динамика (13 задач), аналитическая механика (9 задач), колебания механической системы (5 задач); для каждой задачи разработаны 30 вариантов рисунков и числовых данных. Таким образом, всего – 1350 разных, но в каждом случае типовых задач.

Следующий по хронологии – сборник типовых заданий для заочников [2], разработанный коллективом из 5 авторов под редакцией С. М. Тарга. Первое издание вышло в 1978, а последнее – в 1989 году. Сборник содержит 21 задание по основным темам: статика (5 задач), кинематика (4 задачи), динамика (12 задач); для каждой задачи также разработаны оригинальные рисунки, представлены числовые данные, однако количественно их уже меньше, чем в предыдущем сборнике – 10 вариантов. Таким образом, всего – 210 задач. Идеино этот сборник повторяет предыдущей, отличия коснулись только рисунков.

Развитие вычислительной техники, попытки внедрения её в процесс обучения послужил поводом для создания сборника типовых заданий [3], ориентированных исключительно на решение задач с применением ЭВМ. Сборник содержит 12 заданий по избранным темам курса теоретической механики: статика (2 задачи), кинематика (3 задачи), динамика (7 задач). Для каждой задачи разработаны 30 вариантов оригинальных рисунков, снабжённых числовыми данными. Таким образом, сборник содержит 360 задач. По сравнению с первыми двумя разработками сборник [3] содержит несколько отличительных особенностей: все зада-

чи усложнены и весьма затруднены для ручного счёта, например, задачи по динамике предполагают численное решение дифференциальных уравнений. Задачи сборника [3] являются по сути упрощёнными задачами по прикладной механике, поскольку все задачи разделов кинематика и динамика посвящены расчёту различных вариантов машин. Все образцы решения задач сборника [3] содержат ряд дополнительных вычислений, направленных на проверку, контроль правильности произведённых расчётов.

Приведённый обзор указывает на наличие двух основных направлений при составлении сборников задач: ориентация на ручной счёт [1, 2] и на применение ЭВМ [3]. Каждое из этих направлений получило дальнейшее развитие.

В рамках первого направления можно указать сборник [4], который содержит 17 задач по основным темам курса: статика (5 задач), кинематика (4 задачи), динамика (8 задач). Все задания снабжены 30 вариантами рисунков и числовых данных, таким образом, в сборнике представлено 510 задач. Сборник [4] повторяет идейный подход сборников [1, 2] к составлению задач, однако содержит некоторые особенности: примеры решения задач по статике содержат обязательную проверку произведённых расчётов; по сравнению с [1] рисунки по всем разделам упростились, особенно это касается задач по разделу кинематика плоского движения и темам «теорема об изменении кинетической энергии» и «принцип Даламбера».

Так же к этому направлению можно отнести и сборник [5], разработанный в КузГТУ для студентов заочного отделения. Этот сборник содержит 18 задач по основным темам курса: статика (5 задач), кинематика (4 задачи), динамика (9 задач). Можно отметить несколько особенностей сборника: специальная согласованность рисунков и числовых данных позволяет на основе 10 рисунков создать 100 различных, но при этом однотипных, вариантов; примеры решения задач по статике содержат проверочные вычисления; задачи, относящиеся к теме «теорема об изменении кинетической энергии» и «принцип Даламбера» взаимосвязаны между собой.

Второе направление представлено сборником [6]. Он содержит 19 задач по всем темам курса теоретической механики: статика (8 задач), кинематика (5 задач), динамика (6 задач). Каждая задача представлена в 10 вариантах, таким образом, всего 190 задач. По тематическому охвату этот сборник можно сравнить только со сборником [1], однако сами задачи по содержанию упрощены и могут быть сравнимы с задачами сборника [4]. Из особенностей этого сборника можно указать только его ориентированность на систему компьютерной математики MAPLE.

## **2. Методология формирования сборника типовых задач.**

При планировании и составлении сборника

задач [7] авторы придерживались следующих методологических принципов.

1. Ориентация сборника на ручной счёт. Несмотря на развитие компьютерной техники и несомненный прогресс в производительности современных ЭВМ, степень их использования в образовательном процессе всё ещё достаточно мала. Поэтому разработка сборников типовых задач, ориентированных исключительно на применение ЭВМ, например [3, 6], представляется интересным, но несколько преждевременным явлением. Вместе с тем, несомненным является факт доступности всем студентам «инженерных» калькуляторов. Это позволят разнообразить значения исходных числовых данных и формулировки задачий.

2. Единство теоретической механики, как науки. Традиционное её деление на статику, кинематику и динамику является скорее удобным методическим приёмом, чем реальностью. Как известно, динамика – это раздел механики, в котором изучаются причины возникновения механического движения, то есть установлении взаимосвязи между силами, которые действуют на точку или систему точек, и движением. Статика является частным случаем динамики, когда силы соотносятся между собой так, что движения точек отсутствует либо оно происходит с постоянной скоростью. Кинематика является разделом динамики, в котором, после установления взаимосвязи между силами и координатами в виде закона движения точек, изучается сам процесс их движения.

Единство механики позволяет рассматривать некоторые задачи с различных точек зрения:

- задачи на равновесие можно решать методами статики и динамики;
- задачи динамики на определение скорости тел, их ускорений и натяжения нитей можно решать с помощью теоремы об изменении кинетической энергии и принципа Даламбера.

Вариативность методов решения задач вполне согласуется и с общим философским подходом к решению «жизненных» проблем. Редко когда они предполагают «единственно правильное решение». Как правило, существует несколько альтернативных подходов к решению проблемы, которые остаются незамеченными из-за каких-либо причин.

3. Возможность проверки полученных результатов расчётов. Если рассматривать решение задачи как некий процесс во времени, то можно в нём выделить три этапа: подготовку, решение, проверку. Некоторые разделы теоретической механики позволяют успешно реализовать последний этап:

- в задачах на равновесие можно вычислить сумму моментов всех сил и пар сил относительно произвольной, не задействованной ранее точки;
- в разделе кинематика точки можно вычислить касательное ускорение двумя способами;
- в разделе кинематика плоского движения

весь кинематический расчёт проверяется поиском точки мгновенного центра ускорений;

– кинетическую энергию тела при плоском движении можно вычислять по теореме Кёнига или с помощью теории плоского движения и теоремы Штайнера.

Уменьшение количества часов, которые отводятся на изучение естественных дисциплин, привело к тому, что предложенный сборник охватывает только некоторые темы курса теоретической механики и содержит 8 заданий: статика – 2 задания; кинематика – 2 задания; динамика – 4 задания. Каждое задание содержит 32 варианта задач. Таким образом, всего – 256 задач. Приведём структуру сборника задач: плоская система сил (одно тело), плоская система сил (система тел); кинематика точки, кинематика плоского движения; динамика точки и вращательного движения, теорема об изменении кинетической энергии, принцип Даламбера; уравнение Лагранжа 2-го рода, принцип возможных перемещений Лагранжа.

Приведём пример реализации предложенного подхода на конкретной задаче из сборника.

**ПРИМЕР.** Конструкция состоит из двух частей, которые соединены шарниром (рис. 1). Найти реакцию всех опор, если известно, что  $P_1 = 10 \text{ H}$ ,  $P_2 = 12 \text{ H}$ ,  $M = 17 \text{ Нм}$ ,  $q = 1,6 \text{ H/m}$ ,  $DH = GF = 1 \text{ м}$ ,  $AG = BC = 1,5 \text{ м}$ ,  $HG = 2 \text{ м}$ ,  $FC = 3 \text{ м}$ .

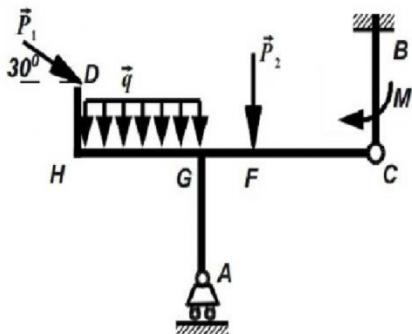


Рис. 1.

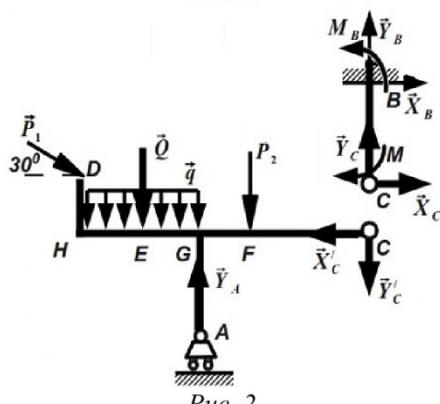


Рис. 2.

#### Решение методами статики.

Составим уравнения равновесия для всей конструкции в целом и для правой части в отдельно-

сти (рис. 2).

$$\begin{aligned} 1) R_X &= P_1 \cdot \cos 30^\circ + X_B = 8,66 + X_B = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow X_B = -8,66 \text{ H}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) R_Y &= -P_1 \cdot \sin 30^\circ - Q + Y_A - P_2 + Y_B = \\ &= Y_A + Y_B - 20,2 = 0 \Rightarrow Y_A + Y_B = 20,2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \sum M_k &= 2 \cdot Y_A - 0,5 \cdot X_B + 6 \cdot Y_B + M_B - \\ &- 56,2 = 2 \cdot Y_A + 6 \cdot Y_B + M_B - 51,869 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow Y_A + 3 \cdot Y_B + 0,5 \cdot M_B = 25,935. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) R_X &= X_B + X_C = -8,66 + X_C = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow X_C = 8,66 \text{ H}, 5) R_Y &= Y_B + Y_C = 0, \end{aligned}$$

$$6) \sum M_k = -4,009 + M_B = 0 \Rightarrow M_B = 4,009 \text{ Нм.}$$

Отсюда  $X_B = -8,66 \text{ H}$ ,  $Y_B = 1,865 \text{ H}$ ,  $M_B = 4,01 \text{ Нм}$ ,  $Y_A = 18,335 \text{ H}$ .

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum M_k &= -P_1 \cos 30^\circ \cdot 1 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 2 + \\ &+ Q \cdot 1 - P_2 \cdot 1 - X_B \cdot 1,5 + Y_B \cdot 4 + M_B - M = 0 \end{aligned}$$

#### Решение методами динамики (принцип возможных перемещений Лагранжа).

Найдём реакцию  $Y_A$ . Отбросим опору в точке  $A$  и заменим её реакцией  $Y_A$ , направленной вверх. Для определения возможный перемещений будем использовать теорию плоского движения. Сообщим рассматриваемой системе (конструкции) возможное перемещение, повернув левую часть конструкции по часовой стрелке вокруг шарнира  $C$  на возможный угол  $\delta\varphi$ . Вычислим возможную работу сил  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $Q$ ,  $Y_A$  на этом перемещении.

$$\delta A_{P2} = -P_2 \cdot FC \cdot \delta\varphi = -36 \cdot \delta\varphi,$$

$$\delta A_{YA} = Y_A \cdot GC \cdot \delta\varphi = 4 \cdot Y_A \cdot \delta\varphi,$$

$$\begin{aligned} \delta A_{P1} &= (P_1 \cdot \cos 30^\circ \cdot DH - \\ &- P_1 \cdot \sin 30^\circ \cdot CH) \cdot \delta\varphi = -21,34 \cdot \delta\varphi, \\ \delta A_Q &= -Q \cdot EC \cdot \delta\varphi = -16 \cdot \delta\varphi. \end{aligned}$$

Сумма возможных работ согласно принципу возможных перемещений должна быть равна нулю. Откуда получим  $Y_A = 18,335 \text{ H}$ , что совпадает с результатом, полученным выше методом статики.

Найдём реакцию  $X_B$ . Отбросим крепление в виде жёсткой заделки в точке  $B$  и заменим его реакцией  $X_B$ , направленной вправо. Сообщим точке  $B$  бесконечно малое перемещение  $\delta s_B$  по горизонтали. Тогда вся конструкция за счёт подвижности опоры в точке  $A$  переместится вправо на тоже расстояние. Работа сил, линии действия которых перпендикулярны к перемещениям их

точек приложения, равна нулю. Определим величины работ оставшихся сил.

$$\delta A_{P1} = P_1 \cos \alpha \cdot \delta s_B,$$

$$\delta A_{XB} = X_B \cdot \delta s_B.$$

Сумма возможных работ согласно принципу возможных перемещений равна нулю. Отсюда получим  $X_B = -8,66$  Н, что также совпадает с результатом, полученным выше методом статики.

Найдём реакцию  $Y_B$ . Отбросим крепление в виде жёсткой заделки в точке  $B$  и заменим его реакцией  $Y_B$ , направленной вверх. Для определения возможных перемещений воспользуемся теорией плоского движения. Вектор скорости точки  $C$  направлен вертикально вверх так, что  $\vec{v}_C \perp HC$ ; вектор скорости точки  $A$  направлен

горизонтально вправо так, что  $\vec{v}_A \perp GC$  (за счёт наличия роликов в точке  $A$ ). Следовательно, МЦВ всей конструкции расположен в точке  $G$ . Вычислим возможную работу сил  $P_1, P_2, Q, Y_A, Y_B$  при повороте на возможный угол вокруг МЦВ.

$$\delta A_{P1} = M_G(P_1)\delta\varphi = (P_1 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 - P_1 \cdot \cos 30^\circ \cdot 1)\delta\varphi = (10 - 8,66)\delta\varphi = 1,34\delta\varphi$$

$$\delta A_Q = M_G(Q)\delta\varphi = Q \cdot 1 \cdot \delta\varphi = 3,2\delta\varphi,$$

$$\delta A_{P2} = M_G(P_2)\delta\varphi = -P_2 \cdot 1 \cdot \delta\varphi = -12\delta\varphi,$$

$$\delta A_{YB} = Y_B \delta s_B = Y_B \delta s_C = Y_B \cdot GC \cdot \delta\varphi, \text{ так как}$$

$v_C = GC \cdot \omega \Rightarrow \delta s_C = GC \cdot \delta\varphi = 4\delta\varphi$ , откуда получим  $\delta A_{YB} = Y_B \cdot 4 \cdot \delta\varphi$ . Работа пары сил с моментом  $M$  при перемещении стержня  $BC$  вверх будет равна нулю (отсутствует поворот стержня  $BC$ ). Сумма возможных работ равна нулю, откуда  $X_B = 1,865$  Н, что совпадает с полученным выше значением.

Найдём реактивный момент  $M_B$  жёсткой заделки в точке  $B$ . Заменим жёсткую заделку в точке  $B$  цилиндрическим шарниром, к которому применим реактивную пару сил с моментом  $M_B$ , которая совершает поворот стержня  $BC$  против часовой стрелки на возможный угол  $\delta\varphi$ . Тогда точка  $C$ , а вместе с ней и вся левая часть конструкции, совершил возможное перемещение на расстояние  $\delta s_C$ , которое найдём из теории вращательного движения:

$$v_C = BC \cdot \omega \Rightarrow \delta s_C = BC \cdot \delta\varphi = 1,5\delta\varphi.$$

Найдём работу всех сил и пар сил на этом перемещении:

$$\delta A_{MB} = M_B \cdot \delta\varphi,$$

$$\delta A_M = -M \cdot \delta\varphi = -17\delta\varphi,$$

$$\delta A_{P1} = P_1 \cdot \cos 30^\circ \cdot \delta s_C = 12,99\delta\varphi.$$

Работа остальных сил будет равна нулю за счёт перпендикулярности векторов сил и вектора перемещения. Сумма возможных работ равна нулю, откуда  $M_B = 4,01$  Нм, что совпадает с полученным выше значением.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яблонский, А. А Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике [ТЕКСТ] / А. А. Яблонский, –М.: Интеграл-пресс, 2006 г., – 382 с.
2. Котова, Л.И. Теоретическая механика. Методические указания и контрольные задания [ТЕКСТ]/ Л.И. Котова и др., – М.: Высшая школа, 1982 г., – 113 с.
3. Новожилов И. В Типовые расчёты по теоретической механике на базе ЭВМ [ТЕКСТ] / И. В. Новожилов, М.Ф. Зацепин, –М.: Высшая школа, 1986 г., – 135 с.
4. Диевский, В. А. Теоретическая механика. Сборник заданий: учеб. пособие [Электронный ресурс] / В. А. Диевский, И. А. Малышева. – 2-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2009. – 192 с.: ил. – Режим доступа [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=131](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=131) – загл. с экрана.
5. Хямляйнен, В. А. Сборник задач по теоретической механике / В. А. Хямляйнен, А. С. Богатырева, Р. Ф. Гордиенко, – Кемерово, КузГТУ, 2013, 83 с. Режим доступа <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=90996&type=utchposob:common> – загл. с экрана.
6. Кирсанов, М. Н. Задачи по теоретической механике с решениями в Maple 11/ М. Н. Кирсанов, – М.: Физматлит, 2010 г., – 264 с.
7. Сирота Д. Ю., Гордиенко Р. Ф. Сборник индивидуальных заданий по теоретической механике. [Электронный ресурс] / Д. Ю. Сирота, Р. Ф. Гордиенко, – Кемерово: КузГТУ, 2013, –46 с. Режим доступа: <http://library.kuzstu.ru/meto.php?n=6744> – загл. с экрана.

### Авторы статьи

Сирота Дмитрий Юрьевич,  
к.т.н., доцент каф.теоретической и геотехнической механики КузГТУ. Email: [sirotadm@gmail.com](mailto:sirotadm@gmail.com)  
Гордиенко Раиса Фроловна,  
доцент каф. теоретической и геотехнической механики КузГТУ. Email: [grf.tgtm@rambler.ru](mailto:grf.tgtm@rambler.ru)

Поступило в редакцию 25.11.2014