

MATEMATIKA**УДК 519.21****А.В. Бирюков, Е.Н. Грибанов****СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДРОБЛЕНИЯ**

Математическое моделирование процессов рудоподготовки (дробления, грохочения, измельчения и классификации) на основе объективного анализа существующих гипотез позволяет перейти от качественных представлений к количественным закономерностям и оценкам, что необходимо для оптимизации и автоматизации различных операций, для доказательной базы оценки перспективы новых технологий рудоподготовки.

Средства вычислительной техники определяют новые возможности организации процессов дробления, принципиально изменяя сам подход к решению проблемы. Ряд теоретических положений и идей концептуального характера оказываются вовлечеными в сферу практических приложений.

Подход к вычислительной и, в первую очередь, микропроцессорной технике в горном деле, как к средству накопления и переработки больших объемов информации, начинает трансформироваться в сторону ее активного использования в непосредственном управлении технологией и в формировании продукта с заданными свойствами. Исчезают ограничения на применение нетрадиционных подходов к решению задач автоматизации. Происходит перенесение методов теории управления и теории систем в практику проектирования процессов многостадийного дробления.

В дисперсионной системе, образованной дроблением геоматериалов, обозначим за x диаметр частиц, который как случайная величина распределен с плотностью $f(x)$, аппроксимирующую гистограмму диаметра.

При дроблении гистограмма диаметра частиц монотонно убывает, а ее аппроксимацией чаще всего является экспоненциальный закон с плотностью $f(x) = \frac{1}{m} e^{-x/m}$, где m - средний диаметр измеренных частиц. Здесь математическое ожидание k -ой степени диаметра равно $m^k k!$, следовательно, дисперсия равна m^2 .

Крупность дробления характеризует величина $S = \frac{1}{3m}$, равная суммарной площади поверхности частиц в единичном объеме. При дроблении в дробилках и мельницах она возрастает во времени, но имеет конечный предел, достигаемый за конечное время.

Аппроксимацию динамики процесса можно представить в виде

$$S = S_0 - \frac{(S_0 - S_t) \cdot t}{t + 1},$$

где S_0 - значение S в начальный момент времени t , а S_t - предел S при t , стремящемся к бесконечности.

При дроблении породного массива скважинными зарядами измерения частиц взорванной горной массы обычно проводят на поверхности развода или на фотопланограмме. Получаемая при этом выборка для построения гистограммы может оказаться нерепрезентативной, что требует соответствующей корректировки.

Если $f(x)$ и $g(x)$ - плотности распределения диаметра всех частиц дисперсионной системы и частиц на её поверхности, то

$$f(x) = g(x) / cx,$$

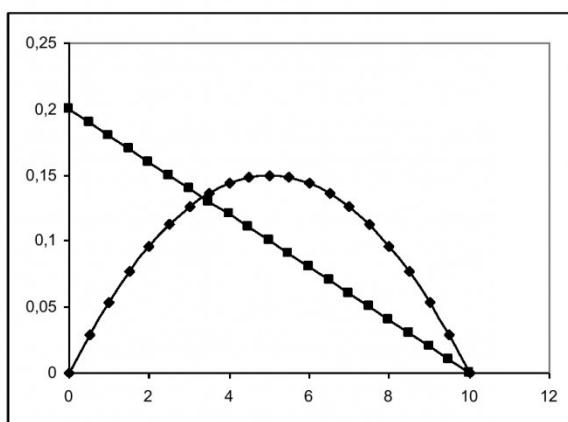
где c - среднее значение величины $1/x$ для измеренных частиц. Например, если

$$g(x) = 6x(z-x) / z^3, \quad 0 < x < z,$$

где z - наибольшее из наблюдаемых значений диаметра, то

$$f(x) = 2(z-x) / z^2.$$

Полагая $z = 10$ можно наглядно представить поведение этих функций.



В задачах горного дела часто возникает необходимость знать фракционный состав дисперсной системы по суммарному объему частиц. Его описание дает гранулометрическая функция $V(x)$, которая для экспоненциального и треугольного законов имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{m} e^{-x/m};$$

$$V(x) = e^{-x/m} \left(1 + mx + m^2 x^2 / 2\right);$$

$$f(x) = 2(z-x) / z^2;$$

$$V(x) = 5(x/z)^4 - 4(x/z)^5.$$

В редких случаях гистограмма диаметра может быть симметричной.

Ее аппроксимацией служит либо параболическое, либо равномерное распределение, то есть либо

$$f(x) = 6x(z-x) / z^3, \quad 0 < x < z,$$

либо

$$f(x) = 1/z, \quad 0 < x < z.$$

В первом случае

$$S = 3/2z, \quad V(x) = 6(x/z)^5 - 5(x/z)^6.$$

Во втором случае

$$S = 4/3z, \quad V(x) = (x/z)^4.$$

Породные массивы обычно раздроблены естественными трещинами на блоки.

Трециноватость массива делят на системную и хаотическую. В осадочных породах развиты три системы трещин. При этом частота трещин зависит от направления в массиве, что служит причиной его сейсмической анизотропии.

Обозначим через $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ векторы, ортогональные системам и по модулю равные частоте трещин в системах. Наибольшая частота определяется одним из векторов $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3, -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, имеющим наибольший модуль.

В этом направлении потеря скорости и амплитуда сейсмической волны максимальна.

Диаметр блоков равномерно распределен в интервале от x_1 до x_2 с плотностью $1/(x_2 - x_1)$.

Для этого закона величина $S = \frac{x_2^3 - x_1^3}{x_2^4 - x_1^4}$ характеризует трещинную пустотность массива и фильтрационные свойства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.:ФИЗМАЛИТ, 2006. – 816 с.
2. Линч А. Д. Циклы дробления и измельчения. Пер. с анг.- М.: Недра, 1981. – 343с.

Авторы статьи

Бирюков Альберт Васильевич,
докт.техн.наук, профессор каф. математики КузГТУ, тел. 384-2-58-46-80

Грибанов Евгений Николаевич
канд.техн.наук, доцент каф. математики КузГТУ,

Поступило в редакцию 16.03.2015